

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ:
Декан ММФ ТГУ
Л. В. Гензе

Оценочные материалы по дисциплине

Функции, уравнения, неравенства

по направлению подготовки

01.04.01 Математика

Направленность (профиль) подготовки :
Фундаментальная математика

Форма обучения
Очная

Квалификация
Магистр

Год приема
2023

СОГЛАСОВАНО:
Руководитель ОП
П.А. Крылов

Председатель УМК
Е.А. Тарасов

Томск – 2023

1. Компетенции и индикаторы их достижения, проверяемые данными оценочными материалами

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики.

ОПК-3 Способен использовать знания в сфере математики при осуществлении педагогической деятельности.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК 1.1 Формулирует поставленную задачу, пользуется языком предметной области, обоснованно выбирает метод решения задачи.

ИОПК 3.1 Популярно и доступно излагает современные научные достижения в сфере математики для аудитории различного уровня

2. Оценочные материалы текущего контроля и критерии оценивания

Элементы текущего контроля:

- проверка выполнения домашних заданий (ИОПК 1.1);
- выступления у доски с объяснением домашних заданий (ИОПК 3.1);

Примеры задач для выполнения домашних заданий.

Решите уравнения и неравенства.

$$1. \sqrt{\frac{4x-16}{x^2+4x-8}} - 4\sqrt{\frac{x^2+4x-8}{4x-16}} = 1,5$$

$$2. \sqrt{x-8+\sqrt{x-4}} - \sqrt{x-6-\sqrt{x-4}} = \sqrt{2}$$

$$3. \sqrt[3]{2x+6} + \sqrt[3]{5-x} = \sqrt[3]{x+11}$$

$$4. \frac{x-6}{\sqrt{x^2-5x+4}} \geq 0$$

$$5. \frac{\sqrt{8-2x-x^2}}{x+10} < \frac{\sqrt{8-2x-x^2}}{2x+9}$$

$$6. \frac{5^x}{2^{x-1}-5^x} \leq 8 - \frac{2^{x+1}}{5^x}$$

$$7. x^4 + 3^{x+4} \geq x^4 \cdot 3^{x+4} + 81$$

$$8. (x^2-3)^{2x+3} > (x^2-3)^{5x-3}$$

$$9. 9^{\sqrt{x^2-3}} + 3 < 28 \cdot 3^{\sqrt{x^2-3}}$$

$$10. \log_3(\log_{0,5} x) > 1$$

$$11. \log_2(4x+6) - \log_2(x^2-5) \leq 1;$$

$$12. 0,5^{\log_3(x^2-1)} > 0,5$$

$$13. \left(\frac{5}{2}\right)^{\log_{0,25}(x^2+5x+6)} \geq \sqrt{\frac{2}{5}}$$

$$14. \log_{2x}(x^2-5x+6) < 1$$

$$15. \log_x \frac{4x+5}{6-5x} < -1$$

$$16. 2\cos^2 2x + 3\cos^2 x = 2$$

17. $4^{2\cos^2 x - 1} + 4^{\cos^2 x} = 3$
18. $4\sin x \cdot \cos x \cdot \cos 2x + \sin 4x \cdot \sin 6x = 0$
19. $2\sin 2x - 4\cos x - \sin x + 1 = 0$
20. $\sin^2 x + 3\cos^2 x = 4\sin x \cos x$
21. $\sin 2x + 3\cos^2 x = \sin^2 x$
22. $3\sin^2 2x - \sin 4x + 3\cos^2 2x = 2$
23. $2^{-|x-2|} \log_2(4x - x^2 - 2) = 1$
24. $\log_{\pi} \cos^2 x = x^4$
25. $\log_{1/3}(1 + (x^2 - 3x + 2)^2) = \sqrt{x^2 - 6x + 8}$.
26. $|x + 2| + 4|x - 1| = x + 10$
27. $|x - 3| + 2|x - 1| = 3x - 5$
28. $x^2 + 5|x| - 6 = 0$
29. $|x - 1| = x^2 + 4x + 1$
30. $|x^2 - 2,5x - 12| = 1,5x$
31. $|x - 5| > 2 + x$
32. $|2x + 1| < 0,5x + 14$

Каждое домашнее задание состоит из 8-10 задач (в зависимости от их сложности).

Критерии оценивания:

Результаты выполнения домашнего задания определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка «отлично» выставляется, если верно решены все домашние задачи (допускается одна арифметическая ошибка и не более двух недочетов по точности и полноте обоснования всех шагов решения).

Оценка «хорошо» выставляется, если верно решены все задачи, кроме, возможно, одной или двух задач (допускается не более трех арифметических ошибок и не более пяти недочетов по точности и полноте обоснования всех шагов решения).

Оценка «удовлетворительно» выставляется, если верно решено более половины задач (допускаются арифметические ошибки и недочеты по точности и полноте обоснования всех шагов решения).

Результаты выступления у доски с объяснением домашних заданий определяются оценками «зачтено», «не зачтено».

Оценка «зачтено» выставляется, если представлено полное решение, изложенное грамотным языком и доступным для понимания образом, при этом преподаватель и слушатели могут помогать выступающему наводящими вопросами.

3. Оценочные материалы итогового контроля (промежуточной аттестации) и критерии оценивания

Экзамен в третьем семестре проводится в письменной форме по билетам. Билет содержит два теоретических вопроса. Все ответы на теоретические вопросы должны сопровождаться приведением примеров соответствующих задач и рассмотрением методических приемов по обучению решению этих задач. Таким образом, каждый вопрос проверяет ИОПК-1.1 и ИОПК-3.1. Продолжительность экзамена 1 час.

Если студент не выполнил в течение семестра домашнее задание по какой-либо из тем, то он получает на зачете дополнительное задание в виде задачи на данную тему. При этом время экзамена увеличивается на 30 минут для каждой дополнительной задачи.

Перечень теоретических вопросов.

1. Линейные преобразования графиков функций. Графики функций $y = kf(x)$, $y = f(kx)$, $y = f(x) + c$, $y = f(x + c)$.

2. Степенная функция, ее график и свойства. Графики целых (квадратичной, кубической и высших степеней) и дробно-рациональных функций.

3. Понятие модуля. Построение графиков дробно-рациональных функций с модулем. График «корыто». Графики функций вида $y = |f(x)|$ и $y = f(|x|)$.

4. Решение уравнений и неравенств с модулем (метод интервалов). Решение уравнений вида $|f(x)| = c$ и $|f(x)| = |g(x)|$. Решение неравенств вида $|f(x)| < c$ и $|f(x)| > c$.

5. Графики функций, содержащих квадратные корни и корни высших степеней. Полуокружность как график функции, содержащей квадратный корень.

6. Решение иррациональных уравнений с квадратным корнем. Уравнение-следствие (возведение обеих частей уравнения в квадрат). Сведение иррационального уравнения к системе целых уравнений.

7. Решение иррациональных уравнений с корнями высших степеней. Преобразование суммы (разности) кубических корней.

8. Равносильные преобразования при решении иррациональных неравенств с квадратным корнем. Решение неравенств с кубическими корнями.

9. Показательная и логарифмическая функции, их графики и свойства.

10. Решение показательных уравнений и неравенств. Однородные уравнения и неравенства. Метод рационализации. Метод логарифмирования.

11. Решение логарифмических уравнений и неравенств. Свойства и ОДЗ логарифма. Метод рационализации.

12. Тригонометрические функции, их графики и свойства. Обратные тригонометрические функции.

13. Гармонические колебания, их графики и свойства. Метод введения вспомогательного угла.

14. Решение тригонометрических уравнений. Однородные уравнения. Универсальная тригонометрическая подстановка.

15. Решение тригонометрических неравенств. Точки разрыва тангенса и котангенса.

16. Графический метод решения уравнений и неравенств.

17. Область определения (ОДЗ) как метод решения уравнений и неравенств смешанного типа.

18. Метод мажорант (оценки) решения уравнений и неравенств смешанного типа.

19. Монотонность при решении уравнений и неравенств смешанного типа.

20. Четность и нечетность, периодичность при решении уравнений смешанного типа.

Результаты экзамена определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка «отлично» ставится за исчерпывающий, точный ответ, демонстрирующий хорошее знание и понимание теоретического материала, свободное владение математическим аппаратом и методическими приемами, умение излагать материал последовательно, делать необходимые обобщения и выводы.

Оценка «хорошо» ставится за ответ, обнаруживающий достаточное знание и понимание теоретического материала, владение методическими приемами, умение излагать материал последовательно и грамотно. В ответе может быть недостаточно полно развернута аргументация, возможны отдельные недостатки в формулировке выводов или в методической обоснованности выбора формы подачи материала.

Оценка «удовлетворительно» ставится за ответ, в котором материал раскрыт в основном правильно, но недостаточно полно, с отклонениями от последовательности изложения или методически непродуманно. Математически строгие доказательства подменяются правдоподобными рассуждениями, нет полноценных обобщений и выводов, форма подачи материала не выверена.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если ответ обнаруживает незнание теоретического материала и неумение его анализировать, в ответе отсутствуют необходимые математические примеры; нарушены логика и методическая обоснованность в изложении материала, нет необходимых обобщений и выводов.

4. Оценочные материалы для проверки остаточных знаний (сформированности компетенций)

Тест

1. Решите уравнение $|2x+1| - |x-4| = 3$. Если уравнение имеет несколько решений, то в ответе укажите их сумму.
а) -10; б) -8; в) -6; г) -4; д) 4; е) 6; ж) 8.
2. Решите уравнение $\sqrt{2x-1} + 2 = x$. Если уравнение имеет несколько решений, то в ответе укажите их сумму.
а) -1; б) 0; в) 1; г) 3; д) 5; е) 6; ж) 7.
3. Решите уравнение $25^{x-0,5} - 4 \cdot 5^x = 25$. Если уравнение имеет несколько решений, то в ответе укажите их сумму.
а) 2; б) 2,5; в) 3; г) 4; д) 4,5; е) 5; ж) 6.
4. Решите уравнение $\log_3(2x+1) + \log_3(x+2) = \log_3(x-2) + 3$. Если уравнение имеет несколько решений, то в ответе укажите их сумму.
а) -11; б) -7; в) -4; г) 0; д) 4; е) 7; ж) 11.
5. Решите уравнение $\log_{x-2}(2x^2 - 11x + 16) = 2$. Если уравнение имеет несколько решений, то в ответе укажите их сумму.
а) -7; б) -4; в) -3; г) 0; д) 3; е) 4; ж) 7.
6. Решите уравнение $\sqrt{3} + 2 \cos \frac{\pi x}{9} = 0$. В ответе укажите количество решений, принадлежащих отрезку $[-8; 30]$.
а) 3; б) 4; в) 5; г) 6; д) 7; е) 8; ж) 9.
7. Решите уравнение $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 2$. В ответе укажите количество решений, принадлежащих интервалу $(-2\pi; 5\pi)$.
а) 3; б) 4; в) 5; г) 6; д) 7; е) 8; ж) 9.
8. Решите уравнение $\operatorname{tg} 5x \cdot \operatorname{tg} 8x = -1$. В ответе укажите количество решений, принадлежащих интервалу $x \in (0; 4\pi)$.
а) 3; б) 4; в) 5; г) 6; д) 7; е) 8; ж) 9.

Ключи: 1 в), 2 д), 3 а), 4 ж), 5 е), 6 в), 7 б), 8 е).

Информация о разработчиках

Гриншпон Яков Самуилович, кандидат физико-математических наук, доцент, Томский государственный университет, доцент кафедры общей математики