

МИНОБРНАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Институт прикладной математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ

Директор института прикладной  
математики и компьютерных наук

А.В. Замятин

« 14 » \_\_\_\_\_ 2023 г.



Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине  
(Оценочные средства по дисциплине)

**Теория вероятностей**

по направлению подготовки

**02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии**

Направленность (профиль) подготовки:

**Искусственный интеллект и разработка программных продуктов**

ОС составил(и):

канд. физ.-мат. наук, доцент

доцент кафедры теории вероятностей и математической статистики

Д.Д. Даммер



Рецензент:

д-р техн. наук, профессор,

профессор кафедры теории вероятностей и математической статистики

А.А.Назаров



Оценочные средства одобрены на заседании учебно-методической комиссии  
института прикладной математики и компьютерных наук (УМК ИПМКН)

Протокол от 8 июня 2023 г. №2

Судья соревнований: С.П. Сущенко  
2023.06.08 10:45



С.П. Сущенко

**Оценочные средства (ОС)** являются элементом системы оценивания сформированности компетенций у обучающихся в целом или на определенном этапе их формирования.

ОС разрабатываются в соответствии с рабочей программой (РП) дисциплины.

**1. Компетенции и результаты обучения, формируемые в результате освоения дисциплины**

Компетенция	Индикатор компетенции	Код и наименование результатов обучения (планируемые результаты обучения, характеризующие этапы формирования компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения			
			Отлично	Хорошо	Удовлетворительно	Неудовлетворительно
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ИОПК-1.1. Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук;	ОР-1.1.1 – умеет решать типовые задачи, применяя понятия теории вероятностей	Демонстрация высокого уровня умений решать типовые задачи, применяя понятия теории вероятностей	Сформированные умения решать типовые задачи, применяя понятия теории вероятностей содержат отдельные пробелы	Фрагментарное умение решать типовые задачи, применяя понятия теории вероятностей	Отсутствие умений решать типовые задачи, применяя понятия теории вероятностей

	ИОПК-1.2. Использует фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности	ОР-1.2.1 – умеет использовать основные понятия, факты, принципы теории вероятностей для решения прикладных задач	Демонстрация высокого уровня умений использовать основные понятия, факты, принципы теории вероятностей для решения прикладных задач	Сформированные умения решать использовать основные понятия, факты, принципы теории вероятностей для решения прикладных задач содержат отдельные пробелы	Фрагментарное умение использовать основные понятия, факты, принципы теории вероятностей для решения прикладных задач	Отсутствие умений использовать основные понятия, факты, принципы теории вероятностей для решения прикладных задач
		ОР-1.2.2 – умеет применять на практике математические модели, используя аппарат теории вероятностей, а также компьютерные технологии для решения задач в профессиональной деятельности	Демонстрация высокого уровня умений применять на практике математические модели, используя аппарат теории вероятностей, а также компьютерные технологии для решения задач в профессиональной деятельности	Сформированные умения применять на практике математические модели, используя аппарат теории вероятностей, а также компьютерные технологии для решения задач в профессиональной деятельности содержат отдельные пробелы	Фрагментарное умение применять на практике математические модели, используя аппарат теории вероятностей, а также компьютерные технологии для решения задач в профессиональной деятельности	Отсутствие умений применять на практике математические модели, используя аппарат теории вероятностей, а также компьютерные технологии для решения задач в профессиональной деятельности
		ОР-1.2.3 – умеет применять современный математический аппарат и вероятностный подход для построения адекватных моделей реальных систем	Демонстрация высокого уровня умений применять современный математический аппарат и вероятностный подход для построения адекватных моделей реальных систем	Сформированные умения применять современный математический аппарат и вероятностный подход для построения адекватных моделей реальных систем содержат отдельные пробелы	Фрагментарное умение применять современный математический аппарат и вероятностный подход для построения адекватных моделей реальных систем	Отсутствие умений применять современный математический аппарат и вероятностный подход для построения адекватных моделей реальных систем

	<p>ИОПК-1.3. Обладает необходимыми знаниями для исследования информационных систем и их компонент</p>	<p>ОР-1.3.1 умеет применять на практике математические модели и компьютерные технологии для решения различных задач в области профессиональной деятельности, используя аппарат теории вероятностей</p>	<p>Демонстрация высокого уровня умений применять на практике математические модели и компьютерные технологии для решения различных задач в области профессиональной деятельности, используя аппарат теории вероятностей</p>	<p>Сформированные умения применять на практике математические модели и компьютерные технологии для решения различных задач в области профессиональной деятельности, используя аппарат теории вероятностей содержат отдельные пробелы</p>	<p>Фрагментарное умение применять на практике математические модели и компьютерные технологии для решения различных задач в области профессиональной деятельности, используя аппарат теории вероятностей</p>	<p>Отсутствие умений применять на практике математические модели и компьютерные технологии для решения различных задач в области профессиональной деятельности, используя аппарат теории вероятностей</p>
--	---	--	---	--	--	---

## 2. Этапы формирования компетенций и виды оценочных средств

№	Этапы формирования компетенций (разделы дисциплины)	Код и наименование результатов обучения	Вид оценочного средства (тесты, задания, кейсы, вопросы и др.)
1.	Случайные события	ОР-1.1.1, ОР-1.2.1, ОР-1.2.2, ОР-1.2.3, ОР-1.3.1	Теоретические вопросы Практические задания
2.	Случайные величины	ОР-1.1.1, ОР-1.2.1, ОР-1.2.2, ОР-1.2.3, ОР-1.3.1	Теоретические вопросы Практические задания
3.	Предельные теоремы	ОР-1.1.1, ОР-1.2.1, ОР-1.2.2, ОР-1.2.3, ОР-1.3.1	Теоретические вопросы Практические задания

## 3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки образовательных результатов обучения

3.1. Типовые задания для проведения текущего контроля успеваемости по дисциплине

Теоретические вопросы

Раздел 1

1. Описание и аксиоматическое определение случайного события.
2. Операции над событиями.
3. Классическое определение вероятности.
4. Геометрическое определение вероятности.
5. Аксиоматическое определение вероятности.
6. Формула полной вероятности.
7. Различные варианты формулы полной вероятности.
8. Формула Байеса.
9. Схема Бернулли. Биномиальное распределение.
10. Теоремы Муавра-Лапласа.
11. Теорема Пуассона. Простейший поток однородных событий.
12. Функции множеств и их свойства.

Раздел 2

1. Борелевская прямая.
2. Критерий измеримости.
3. Аксиоматическое определение случайных величин и их свойства.
4. Функция распределения вероятностей значений случайной величины и её свойства.
5. Плотность распределения вероятностей значений непрерывной случайной величины и её свойства.
6. Ряд распределения вероятностей значений дискретной случайной величины и его свойства.
7. Конкретные распределения случайных величин, их характеристики и параметры.
8. Многомерные случайные величины, их функции распределения, условия согласованности.
9. Многомерные смешанные случайные величины.
10. Условные законы распределения.
11. Преобразование одномерных случайных величин.
12. Преобразование многомерных случайных величин.
13. Сумма, частное, модуль компонент двумерных случайных величин.
14. Интеграл от случайной величины по вероятностной мере – интеграл Лебега.
15. Интеграл Стильбеса – числовые характеристики случайных величин.

16. Математическое ожидание, его свойства.
17. Дисперсия, её свойства.
18. Начальные и центральные моменты случайных величин, их семиинварианты.
19. Кривые регрессии. Коэффициент корреляции.
20. Экспоненциальные случайные величины, их свойства.
21. Условное математическое ожидание.
22. Формула полной вероятности для условного математического ожидания.

### Раздел 3

1. Типы сходимостей последовательностей случайных величин.
2. Центральная предельная теорема в простейшей форме. Интегральная теорема Муавра-Лапласа.
3. Условия Линдеберга и Ляпунова.
4. Центральная предельная теорема в форме Линдеберга с доказательством.
5. Центральная предельная теорема в форме Ляпунова с доказательством.
6. Закон больших чисел в форме Чебышева и Бернулли.
7. Лемма Бореля-Контелли – закон нуля и единицы.
8. Теорема сходимости почти наверное, если сходится ряд из абсолютных моментов.
9. Лемма Кронекера и неравенство Гаека-Реньи.
10. Усиленный закон больших чисел в форме Колмогорова в общем виде.
11. Частные случаи усиленного закона больших чисел в форме Колмогорова. Теорема Бореля.

#### Типовые практические задания для проведения текущего контроля

1. Среди 25 экзаменационных билетов 5 «хороших». Два студента по очереди берут по одному билету. Найти вероятность того, что: а) только второй студент взял «хороший» билет; б) оба студента взяли «хорошие» билеты.
2. Семь человек вошли в лифт на первом этаже восьмизэтажного дома. Какова вероятность, что на одном этаже вышли два человека?
3. В поезде (10 вагонов) случайно оказались преступник и комиссар Мегрэ. Какова вероятность того, что они находятся: а) в одном вагоне; б) в соседних вагонах?
4. Два охотника стреляют в волка, причем каждый делает по одному выстрелу. Вероятность попадания в цель для первого охотника равна 0,8, для второго – 0,7. Какова вероятность попадания в волка? Как изменится результат, если охотники сделают по 2 выстрела?
5. Одновременно бросаются три игральные кости. Найти вероятность выпадения трех «троек», если известно, что: а) на одной кости выпало три очка; б) по крайней мере на двух костях выпали «тройки»; в) на всех костях выпало одинаковое количество очков; г) на всех костях выпало нечетное количество очков.

6. Найти вероятность того, что при бросании трех игральных костей хотя бы на одной выпадет 4 очка, при условии, что на всех костях выпали грани с четным числом очков
7. Студент 2-го курса ИПМКН школы знает, что его доход за месяц есть случайная величина  $X$ , равномерно распределенная на интервале  $(7; 10)$ . А) Оценить вероятность события  $7,5 < X < 9,5$ . Б) Найти вероятность этого события. Как вы считаете, хорошее ли приближение вероятности получено в А).
8. Известно, что  $X$  и  $Y$  независимые случайные величины и имеют конечные дисперсии. Доказать, что  $D\{X \cdot Y\} \geq DX \cdot DY$ . Что должно быть известно о случайных величинах, чтобы выполнялось равенство.
9. Известно, что  $X, Y$  независимые случайные величины, имеющие свои законы распределения  $(F_X(x), F_Y(y))$ . Найти распределение  $\max(X, Y)$ ,  $\min(X, Y)$ .

Достаточно ли выполнения свойства попарной независимости величин  $x, y, z, u$ , чтобы выполнялось  $D\{x + y + z + u\} = D\{x\} + D\{y\} + D\{z\} + D\{u\}$

10. Пусть случайная величина  $\xi_n$  - общее число выпавших очков при  $n$  независимых подбрасываниях правильной игральной кости.

а. Найти  $M\xi_n, D\xi_n$ ; б. Найти  $n$ , при котором выполняется неравенство:

$$P\left\{\left|\frac{\xi_n}{n} - 3,5\right| \geq 0,1\right\} \leq 0,1.$$

### 3.2. Типовые задания для проведения промежуточной аттестации по дисциплине

#### Экзаменационные вопросы

1. Описание и аксиоматическое определение случайного события.
2. Операции над событиями.
3. Классическое определение вероятности.
4. Геометрическое определение вероятности.
5. Аксиоматическое определение вероятности.
6. Формула полной вероятности.
7. Различные варианты формулы полной вероятности.
8. Формула Байеса.
9. Схема Бернулли. Биномиальное распределение.
10. Теоремы Муавра-Лапласа.
11. Теорема Пуассона. Простейший поток однородных событий.
12. Функции множеств и их свойства.
13. Борелевская прямая.
14. Критерий измеримости.
15. Аксиоматическое определение случайных величин и их свойства.
16. Функция распределения вероятностей значений случайной величины и её свойства.
17. Плотность распределения вероятностей значений непрерывной случайной величины и её свойства.
18. Ряд распределения вероятностей значений дискретной случайной величины и его свойства.



19. Конкретные распределения случайных величин, их характеристики и параметры.
20. Многомерные случайные величины, их функции распределения, условия согласованности.
21. Многомерные смешанные случайные величины.
22. Условные законы распределения.
23. Преобразование одномерных случайных величин.
24. Преобразование многомерных случайных величин.
25. Сумма, частное, модуль компонент двумерных случайных величин.
26. Интеграл от случайной величины по вероятностной мере – интеграл Лебега.
27. Интеграл Стильбеса – числовые характеристики случайных величин.
28. Математическое ожидание, его свойства.
29. Дисперсия, её свойства.
30. Начальные и центральные моменты случайных величин, их семиинварианты.
31. Кривые регрессии. Коэффициент корреляции.
32. Экспоненциальные случайные величины, их свойства.
33. Условное математическое ожидание.
34. Формула полной вероятности для условного математического ожидания.
35. Типы сходимостей последовательностей случайных величин.
36. Центральная предельная теорема в простейшей форме. Интегральная теорема Муавра-Лапласа.
37. Условия Линдеберга и Ляпунова.
38. Центральная предельная теорема в форме Линдеберга с доказательством.
39. Центральная предельная теорема в форме Ляпунова с доказательством.
40. Закон больших чисел в форме Чебышева и Бернулли.
41. Лемма Бореля-Контелли – закон нуля и единицы.
42. Теорема сходимости почти наверное, если сходится ряд из абсолютных моментов.
43. Лемма Кронекера и неравенство Гаека-Реньи.
44. Усиленный закон больших чисел в форме Колмогорова в общем виде.
45. Частные случаи усиленного закона больших чисел в форме Колмогорова. Теорема Бореля.

Типовые экзаменационные билеты:

### ***Экзаменационный билет № 1***

1. Описание и аксиоматическое определение случайного события.
2. Сумма, частное, модуль компонент двумерных случайных величин.
3. Теорема сходимости почти наверное, если сходится ряд из абсолютных моментов.

Задачи:

1. СВ  $X$  распределена согласно закону  $P\{X = k\} = \frac{m^k}{k!} e^{-m}$ ,  $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ . Доказать, что выполняется неравенство:  $P\{0 < X < 2m\} > \frac{m-1}{m}$ .
2. Вероятность того, что изготовленный 1 бригадой холодильник будет первосортный, равна 0,8. При изготовлении такого же холодильника второй бригадой эта вероятность равна 0,9. Первой бригадой изготовлено три телевизора, второй – четыре. Найти вероятность того, что все пять телевизоров первосортные.

## Экзаменационный билет № 2

1. Схема Бернулли. Биномиальное распределение.
2. Плотность распределения вероятностей значений непрерывной случайной величины и её свойства.
3. Центральная предельная теорема в форме Линденберга с доказательством.

Задачи:

1. Дана последовательность независимых случайных величин  $\xi_1, \xi_2, \dots$ . Выяснить – применим ли ЗБЧ:

а) если  $M \xi_i = 0, D \xi_i = i^\alpha, i = 1, 2, \dots (\forall \alpha < 1)$

б) если каждая  $\xi_i, i = 1, 2, 3, \dots$  имеет распределение,  $a > 0$  : (3)

$\xi_i$	$-ia$	$0$	$ia$
$p$	$\frac{1}{2i^2}$	$1 - \frac{1}{i^2}$	?

2.  $N$  элементов размещены по  $N$  местам, а затем случайным образом переставлены. Найти вероятность  $P_N$  того, что хотя бы один элемент окажется на своем месте, и  $\lim_{N \rightarrow \infty} P_N$ .

### 4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания образовательных результатов обучения

4.1. Методические материалы для оценки текущего контроля успеваемости по дисциплине.

Коллоквиум и контрольная работа проводится после завершения каждого раздела.

Задание для коллоквиума состоит из одного теоретического вопроса; задание для контрольной работы состоит из двух практических заданий.

Оценка за коллоквиум и контрольную работу выставляются отдельно и независимо.

Оценка	Критерий оценивания коллоквиума
5	Обучающийся показал отличный уровень владения теоретическим материалом, полностью ответил на поставленный вопрос
4	Обучающийся показал достаточный уровень владения теоретическим материалом, но допустил несущественные ошибки или не полностью изложил материал
3	Обучающийся показал недостаточный уровень материалом, упустил важные определения или понятия, допустил ошибки при доказательстве теорем
2	Обучающийся имеет существенные пробелы теоретического материала, не

	способен оказать теорему, не знает определение.
--	---

<b>Оценка</b>	<b>Критерий оценивания контрольной работы</b>
5	Обучающийся решил две задачи правильно, сопроводил решение объяснением с обоснованием применения тех или иных теорем и определений
4	Обучающийся решил 1 задачу правильно, 2-ю решил с несущественными ошибками, сопроводил решение объяснением с обоснованием применения тех или иных теорем и определений
3	Обучающийся решил только 1 задачу правильно, сопроводил решение объяснением с обоснованием применения тех или иных теорем и определений, 2-ю решил с существенными ошибками или не решил.
2	Обучающийся не решил ни одну задачу, или решил с грубыми ошибками.

4.2. Методические материалы для проведения промежуточной аттестации по дисциплине.

Обучающийся не допускается к промежуточной аттестации, если по результатам текущего контроля знаний были продемонстрированы неудовлетворительные результаты освоения раздела.

<b>Оценка</b>	<b>Критерий оценивания ответа на экзамене</b>
5	Обучающийся показал отличный уровень владения всеми теоретическими вопросами, показал все требуемые умения и навыки решения практических задач
4	Обучающийся овладел всеми теоретическими вопросами, частично показал основные умения и навыки при решении практических задач
3	Обучающийся имеет недостаточно глубокие знания по теоретическим разделам дисциплины, показал не все основные умения и навыки при решении практических задач
2	Обучающийся имеет существенные пробелы по отдельным теоретическим разделам дисциплины и не владеет основными умениями и навыками решения практических задач