

МИНОБРНАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Институт прикладной математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ

Директор института прикладной
математики и компьютерных наук

« 11 » А.В. Замятин
2021 г.



Фонд оценочных средств по дисциплине

Комплексный анализ

Направление подготовки

01.03.02 Прикладная математика и информатика
код и наименование направления подготовки

Математические методы в экономике
наименование профиля подготовки

ФОС составила:
канд. физ.-мат. наук, доцент
доцент кафедры прикладной математики

И.Ю. Гендрина

Рецензент:
д-р физ.-мат. наук, доцент,
профессор кафедры теории вероятностей и
математической статистики

С.В. Рожкова

Фонд оценочных средств одобрен на заседании учебно-методической комиссии
института прикладной математики и компьютерных наук (УМК ИПМКН).

Протокол от 17 июня 2021 г. № 05.

Председатель УМК ИПМКН,
д-р техн. наук, профессор

С.П. Сущенко

Фонд оценочных средств (ФОС) является элементом системы оценивания сформированности компетенций у обучающихся в целом или на определенном этапе ее формирования.

ФОС разрабатывается в соответствии с рабочей программой (РП) дисциплины и включает в себя набор оценочных материалов для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине.

1. Компетенции и результаты обучения, формируемые в результате освоения дисциплины

Компетенция	Индикатор компетенции	Код и наименование результатов обучения (планируемые результаты обучения, характеризующие этапы формирования компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения			
			Отлично	Хорошо	Удовлетворительно	Неудовлетворительно

<p>ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности</p>	<p>ИОПК-1.1. Демонстрирует навыки работы с учебной литературой по основным естественнонаучным и математическим дисциплинам.</p>	<p>OP-1.1.1 Обучающийся сможет:</p> <ul style="list-style-type: none"> - работать с учебной литературой по основным естественнонаучным и математическим дисциплинам. <p>OP-1.1.2 Обучающийся сможет:</p> <ul style="list-style-type: none"> - подбирать и обрабатывать информацию относительно выбранной темы исследования. <p>OP-1.1.3 Обучающийся сможет:</p> <ul style="list-style-type: none"> - правильно цитировать и делать ссылки на используемые источники в письменных работах. 	<p>Свободно владеет литературой из основного и дополнительного списков.</p>	<p>Хорошо работает с источниками из основного и дополнительно го списков предложенной литературы.</p>	<p>Работает с некоторыми источниками из основного списка литературы</p>	<p>Не ориентируется в предложенных списках литературы.</p>
---	---	---	---	---	---	--

	<p>ИОПК-1.2. Демонстрирует навыки выполнения стандартных действий, решения типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых математических и естественнонаучных дисциплин.</p>	<p>ОР-1.2</p> <p>Обучающийся сможет:</p> <ul style="list-style-type: none"> - выполнять стандартные действия, решать типовые задачи с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках комплексного анализа. 	<p>Свободно выполняет стандартные действия при решении типовых задач, свободно владеет основными понятиями и закономерностями курса комплексного анализа</p>	<p>Хорошо выполняет стандартные действия при решении большинства типовых задач, владеет некоторыми основными понятиями и закономерностями курса комплексного анализа</p>	<p>Выполняет стандартные действия при решении некоторых типовых задач, владеет некоторыми основными понятиями и закономерностями курса комплексного анализа</p>	<p>Не выполняет стандартные действия при решении типовых задач, не владеет основными понятиями и закономерностями курса комплексного анализа</p>
	<p>ИОПК-1.3. Демонстрирует навыки использования основных понятий, фактов, концепций, принципов математики, информатики и естественных наук для решения практических задач, связанных с прикладной математикой и информатикой.</p>	<p>ОР-1.3</p> <p>Обучающийся сможет:</p> <ul style="list-style-type: none"> - использовать основные понятия, факты, концепции, принципы математического анализа для решения практических задач, связанных с прикладной математикой и информатикой. 	<p>Свободно и осознанно использует основные понятия, факты, концепции, принципы комплексного анализа для решения практических задач, связанных с прикладной математикой и информатикой</p>	<p>Уверенно использует основные понятия, большинство фактов, концепций и принципов комплексного анализа для решения практических задач, связанных с прикладной математикой и информатикой</p>	<p>Использует основные, некоторые факты и концепции комплексного анализа для решения практических задач, связанных с прикладной математикой и информатикой</p>	<p>Не умеет использовать основные понятия, факты, концепции, принципы комплексного анализа для решения практических задач, связанных с прикладной математикой и информатикой</p>

	ИОПК-1.4. Демонстрирует понимание и навыки применения на практике математических моделей и компьютерных технологий для решения практических задач, возникающих в профессиональной деятельности.	OP-1.4 Обучающийся сможет: - понимать и применять на практике модели математического анализа для решения практических задач, возникающих в профессиональной деятельности.	Уверенно понимает и применяет на практике модели комплексного анализа для решения практических задач, возникающих в профессиональной деятельности.	Хорошо понимает и применяет на практике основные модели комплексного анализа для решения практических задач, возникающих в профессиональной деятельности.	Понимает и применяет на практике некоторые модели комплексного анализа для решения практических задач, возникающих в профессиональной деятельности.	Не понимает и не способен применить на практике модели комплексного анализа для решения практических задач, возникающих в профессиональной деятельности.
ОПК-3. Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности.	ИОПК-3.1. Демонстрирует навыки применения современного математического аппарата для построения адекватных математических моделей реальных процессов, объектов и систем в своей предметной области.	OP-3.1 Обучающийся сможет: - применять современный математический аппарат для построения адекватных математических моделей реальных процессов, объектов и систем в своей предметной области.	Свободно и осознанно применяет основные элементы аппарата комплексного анализа для построения соответствующих моделей реальных процессов, объектов и систем.	Хорошо применяет некоторые элементы аппарата комплексного анализа для построения соответствующих моделей реальных процессов, объектов и систем.	Применяет некоторые элементы аппарата комплексного анализа для построения соответствующих моделей реальных процессов, объектов и систем.	Не умеет применять известные элементы аппарата комплексного анализа для построения соответствующих моделей реальных процессов, объектов и систем.

	<p>ИОПК-3.2. Демонстрирует умение собирать и обрабатывать статистические, экспериментальные, теоретические и т.п. данные для построения математических моделей, расчетов и конкретных практических выводов.</p>	<p>ОР-3.2</p> <p>Обучающийся сможет:</p> <ul style="list-style-type: none"> - собирать и обрабатывать статистические, экспериментальные, теоретические и т.п. данные для построения математических моделей, расчетов и конкретных практических выводов. 	<p>Уверенно умеет собирать и обрабатывать данные для использования аппарата комплексного анализа с целью построения моделей, проведения расчетов и конкретных практических выводов.</p>	<p>Умеет обрабатывать имеющиеся данные для использования аппарата комплексного анализа с целью построения моделей, проведения расчетов и конкретных практических выводов.</p>	<p>Умеет обрабатывать имеющиеся данные для использования аппарата комплексного анализа с целью построения некоторых моделей.</p>	<p>Не умеет собирать и обрабатывать данные для использования аппарата комплексного анализа с целью построения моделей, проведения расчетов и конкретных практических выводов.</p>
--	---	---	---	---	--	---

	<p>ИОПК-3.3. Демонстрирует способность критически переосмысливать накопленный опыт, модифицировать при необходимости вид и характер разрабатываемой математической модели.</p>	<p>OP-3.3.1 Обучающийся сможет:</p> <ul style="list-style-type: none"> - критически переосмысливать накопленный опыт. <p>OP-3.3.2 Обучающийся сможет:</p> <ul style="list-style-type: none"> - модифицировать при необходимости вид и характер разрабатываемой математической модели. 	<p>Уверенно и обоснованно распознает достоинства и недостатки существующей математической модели</p>	<p>Распознает основные достоинства и недостатки существующей математической модели.</p>	<p>Распознает некоторые достоинства и недостатки существующей математической модели.</p>	<p>Не умеет критически оценивать существующую математическую модель.</p>
--	--	---	--	---	--	--

	<p>ИОПК-3.4. Демонстрирует понимание и умение применять на практике математические модели и компьютерные технологии для решения различных задач в области профессиональной деятельности.</p>	<p>OP-3.4.1 Обучающийся сможет:</p> <ul style="list-style-type: none"> - классифицировать с математической точки зрения задачи, поставленные в области профессиональной деятельности. <p>OP-3.4.2 Обучающийся сможет:</p> <ul style="list-style-type: none"> - применять на практике соответствующие модели математического анализа для решения различных задач в области профессиональной деятельности. 	<p>Свободно и обоснованно классифицирует поставленные задачи с математической точки зрения.</p>	<p>Уверенно классифицирует стандартные задачи с математической точки зрения.</p>	<p>Классифицирует некоторые стандартные задачи с математической точки зрения.</p>	<p>Не умеет классифицировать с математической точки зрения задачи, поставленные в области профессиональной деятельности</p>
--	--	--	---	--	---	---

2. Этапы формирования компетенций и виды оценочных средств

№	Этапы формирования компетенций (разделы дисциплины)	Код и наименование результатов обучения	Вид оценочного средства (тесты, задания, кейсы, вопросы и др.)
1.	Основные понятия комплексного анализа.	OP-1.1.1, OP-1.1.2, OP-1.1.3, OP-1.2, OP-1.4, OP-3.2, OP-3.4.1, OP-3.4.2.	Домашние работы, контрольные работы, коллоквиумы, выступление с докладом.
2.	Дифференциальное исчисление функций комплексных переменных.	OP-1.1.1, OP-1.1.2, OP-1.1.3, OP-1.2, OP-1.4, OP-3.2, OP-3.4.1, OP-3.4.2	Домашние работы, контрольные работы, коллоквиумы, выступление с докладом.
3.	Интегрирование функций комплексной переменной.	OP-1.1.1, OP-1.1.2, OP-1.1.3, OP-1.2, OP-1.4, OP-3.2, OP-3.4.1, OP-3.4.2	Домашние работы, контрольные работы, коллоквиумы, выступление с докладом.
4.	Неопределенный интеграл	OP-1.1.1, OP-1.1.2, OP-1.1.3, OP-1.2, OP-1.4, OP-3.2, OP-3.4.1, OP-3.4.2	Домашние работы, контрольные работы, коллоквиумы, выступление с докладом.
5.	Ряды в комплексной области.	OP-1.1.1, OP-1.1.2, OP-1.1.3, OP-1.2, OP-1.4, OP-3.2, OP-3.4.1, OP-3.4.2	Домашние работы, контрольные работы, коллоквиумы, выступление с докладом.
6.	Ряды Тейлора и Лорана.	OP-1.1.1, OP-1.1.2, OP-1.1.3, OP-1.2, OP-1.4, OP-3.2, OP-3.4.1, OP-3.4.2	Домашние работы, контрольные работы, коллоквиумы, выступление с докладом.
7.	Теорема Лиувилля и ее приложения.	OP-1.1.1, OP-1.1.2, OP-1.1.3, OP-1.2, OP-1.4, OP-3.2, OP-3.4.1, OP-3.4.2	Домашние работы, контрольные работы, коллоквиумы, выступление с докладом.
8.	Приложения теории вычетов к вычислению интегралов.	OP-1.1.1, OP-1.1.2, OP-1.1.3, OP-1.2, OP-1.3, OP-1.4, OP-3.2, OP-3.1, OP-3.4.1, OP-3.4.2	Домашние работы, контрольные работы, коллоквиумы, выступление с докладом.
9.	Основные понятия операционного исчисления	OP-1.1.1, OP-1.1.2, OP-1.1.3, OP-1.2, OP-1.3, OP-1.4, OP-3.2, OP-3.1, OP-3.4.1, OP-3.4.2	Домашние работы, контрольные работы, коллоквиумы, выступление с докладом.

3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки образовательных результатов обучения

3.1. Типовые задания для проведения текущего контроля успеваемости по дисциплине.

Контрольная работа №1.

- Пользуясь условиями Коши-Римана, установить, является ли функция аналитичной хотя бы в одной точке:

$$f(z) = \operatorname{ch} z \cdot \operatorname{Im} z .$$

- Найти:

$$\oint_C (z^2 + z \cdot \bar{z}) dz, \quad C: |z| = 2, -\frac{\pi}{2} \leq \arg z \leq \pi.$$

3. Вычислить, используя интегральные формулы Коши:

$$a) \oint_{|z|=4} \frac{e^z \cos \pi z}{z^2 + 3z} dz; \quad b) \oint_{|z-1|=3} \frac{\operatorname{ch} z}{(z-1)^2 z^2} dz.$$

4.

a) Найти нули функции и установить их порядок:

$$f(z) = (z - \pi i)(1 - \operatorname{ch} z).$$

б) Найти особые точки и установить их характер:

$$f(z) = \frac{1}{(1 - \cos z)^2}$$

**3.2. Типовые задания для проведения промежуточной аттестации по дисциплине.
Экзаменационные билеты.**

Билет №1.

1. Сфера комплексных чисел. Области и границы.
2. Теорема о существовании окрестности нуля функции, в которой нет других нулей, и ее следствие.

Билет №2.

1. Определение комплексной функции действительного и комплексного переменного. Однозначные и многозначные ветви.
2. Теорема о единственности (тождественном равенстве двух функций).

Билет №3.

1. Предел функции комплексного переменного.
2. Основная теорема о вычетах (сумма вычетов...).

Билет №4.

1. Определение дифференцируемой функции. Определение функции, дифференцируемой в области и в точке.
2. Теорема Коши о вычетах.

Билет №5.

1. Определение интегральных сумм для интеграла от ФКП. Определение интеграла.
2. Условия Коши-Римана. Сформулировать и доказать необходимость.

Билет №5.

1. Определение изолированной особой точки. Виды особых точек.
2. Условия Коши-Римана. Сформулировать и доказать достаточность.

Билет №6.

1. Определение предела последовательности. Свойства.

2. Теорема о среднем значении интеграла от ФКП. Теорема о необходимом и достаточном условии равенства нулю интеграла по замкнутому контуру.

Билет №7.

1. Определение равномерной сходимости функционального ряда в комплексной области.
2. Теорема о необходимом и достаточном условии равенства нулю. Интегральная теорема Коши.

Билет №8.

1. Стандартные разложения Тейлора.
2. Теорема о двух первообразных одной функции.

Билет №9.

1. Определение сходимости и абсолютной сходимости ряда в комплексной области..
2. Теорема о представлении первообразной интегралом с переменным пределом. Следствия.

Билет №10.

1. Условия применения и формулы интегрирования по частям и замены переменных.
2. Теорема о мероморфной функции.

Билет №11.

1. Определение логарифмической ФКП.
2. Интегральная формула Коши.

Билет №12.

1. Определение степенной функции с натуральным показателем.
2. Формула Коши для высших производных.

Билет №13.

1. Гиперболические функции. Связь с тригонометрическими.
2. Теорема Вейерштрасса.

Билет №14.

1. Обратные тригонометрические и обратные гиперболические функции.
2. Теорема Абеля. Следствие.

Билет №15.

1. Определение функции $f(z) = \sqrt[n]{z}$. Ее особенности.
2. Теорема 1 о радиусе сходимости степенного ряда.

Билет №16.

1. Определение нуля функции и его порядка.
2. Теорема: степенной ряд является рядом Тейлора своей суммы.

Билет №17.

1. Предел комплексной функции действительной переменной и ее производная.
2. Теорема Коши о представимости функции рядом Тейлора.

Билет №18.

1. Определение ряда Лорана и его составляющих.
2. Теоремы Лиувилля и Мореры.

Билет №19.

1. Определение непрерывности функции в точке и в области.
2. Теорема о единственности разложения в ряд Лорана.

Билет №20.

1. Определение дифференцируемой функции.
2. Теорема о разложении функции в ряд Лорана в кольце (вычисление коэффициентов правильной части).

Билет №21.

1. Определение вычета функции.
2. Теорема о разложении функции в ряд Лорана в кольце (вычисление коэффициентов правильной части).

Билет №22.

1. Виды целых функций.
2. Необходимое и достаточное условие устранимой особой точки на основе ряда Лорана.

Билет №23.

1. Определение мероморфной функции.
2. Необходимое и достаточное условие полюса (через нуль соответствующей функции).

Билет №24.

1. Определение целой функции.
2. Необходимое и достаточное условие полюса на основе ряда Лорана.

Билет №25.

1. Определение вычета в бесконечно удаленной точке.
2. Теорема Сохоцкого.

Билет №26.

1. Сфера комплексных чисел.
2. Теорема о вычислении вычета в бесконечно-удаленной точке.

Экзаменационные задачи.

1. Определить характер бесконечно удаленной особой точки и найти вычет в ней:

$$f(z) = z^3 \cos \frac{1}{z^2}.$$

2. Определить характер бесконечно удаленной особой точки и найти вычет в ней:

$$f(z) = \frac{z^2}{1 - z^2}.$$

3. Определить характер бесконечно удаленной особой точки и найти вычет в ней:

$$f(z) = \frac{e^z - 1}{\operatorname{sh} z}.$$

4. Определить характер бесконечно удаленной особой точки и найти вычет в ней:

$$f(z) = \frac{e^z - 1}{\operatorname{ch} z}.$$

5. Определить характер бесконечно удаленной особой точки и найти вычет в ней:

$$f(z) = \frac{e^z - 1}{\sin z}.$$

6. Разложить в ряд Лорана в окрестности точки $z = -2$:

$$f(z) = \frac{\sin z}{z + 2}.$$

7. Разложить в ряд Лорана в кольце.

$$f(z) = \frac{1}{(z - 5)(z - 3)} , \quad 3 < |z| < 5.$$

8. Разложить в ряд Лорана в кольце:

$$f(z) = \frac{1}{z^2 + z} , \quad 1 < |z| < +\infty.$$

9. Разложить в ряд Лорана в кольце:

$$f(z) = \frac{1}{z^2 + 2z} , \quad 0 < |z| < 2.$$

10. Разложить в ряд Лорана в кольце:

$$f(z) = \frac{1}{4z^2 + z} , \quad 0 < |z| < \frac{1}{4}.$$

11. Найти вычеты в особых точках:

$$f(z) = \frac{\operatorname{tg} z}{z^2 - \frac{\pi}{4} z} .$$

12. Найти вычеты в особых точках:

$$f(z) = \frac{\sin z - z}{(1 - \cos 2z)^2}.$$

13. Найти вычеты в особых точках:

$$f(z) = \frac{\operatorname{sh} z}{z^2 - \frac{\pi}{4} z} .$$

14. Найти вычеты в особых точках:

$$f(z) = \frac{\operatorname{th} z}{z^2 - \frac{\pi}{4} z} .$$

15. Найти вычеты в особых точках:

$$f(z) = \frac{\operatorname{tg} z}{z^2 + \frac{\pi}{4} z} .$$

16. Вычислить с помощью вычетов:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)^2}.$$

17. Вычислить с помощью вычетов:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 2)^2}.$$

18. Вычислить с помощью вычетов:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 2)^3}.$$

19. Вычислить с помощью вычетов:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)^2}.$$

20. Вычислить с помощью вычетов:

$$\int_{|z|=\sqrt{3}} \frac{\sin \pi z}{z^2 - z} dz.$$

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания образовательных результатов обучения

4.1. Методические материалы для оценки текущего контроля успеваемости по дисциплине.

В рамках текущего контроля оцениваются: посещаемость, выполнение домашних работ, выполнение контрольных работ, выступление с докладами. Оценивание производится по пятибалльной шкале.

Посещение.

отлично	хорошо	удовлетворительно	неудовлетворительно
90%-100% занятий	75% - 89,9% занятий	65% - 74,9% занятий	Менее 65 % занятий

Домашние работы.

отлично	хорошо	удовлетворительно	неудовлетворительно
Опоздание не более 5 дней	Опоздание от 6 до 16 дней	Опоздание от 17 до 30 дней	Опоздание более 30 дней

Контрольные работы.

Каждое задание оценивается по пятибалльной шкале, оценка за контрольную выставляется как среднее арифметическое.

отлично	хорошо	удовлетворительно	неудовлетворительно
Приведено полное обоснованное решение	Решение содержит незначительные ошибки, пробелы в обоснованиях, но в целом верно и может стать полностью	Задача не решена, но приведены формулы, чертежи, соображения или доказаны некоторые вспомогательные	Решение не соответствует задаче или отсутствует.

	правильным после небольших исправлений или дополнений.	утверждения, имеющие отношение к решению задачи.	
--	--	--	--

Коллоквиумы.

отлично	хорошо	удовлетворительно	неудовлетворительно
Ответ на вопрос выполнен без недочетов..	Ответ на вопрос присутствует, но имеются непринципиальные неточности в рассуждениях.	Ответ на вопрос присутствует, но допущены принципиальные ошибки.	Ответ не соответствует вопросу или отсутствует.

Выступление с докладом повышает среднюю арифметическую оценку за семестр на 0,5 балла.

4.2. Методические материалы для проведения промежуточной аттестации по дисциплине.

Промежуточная аттестация в виде зачета с оценкой оценивается следующим образом.

Каждый вопрос билета, кроме последнего, оценивается в соответствии с таблицей:

отлично	хорошо	удовлетворительно	неудовлетворительно
Ответ на вопрос выполнен без недочетов..	Ответ на вопрос присутствует, но имеются непринципиальные неточности в рассуждениях.	Ответ на вопрос присутствует, но допущены принципиальные ошибки.	Ответ не соответствует вопросу или отсутствует.

Если в рамках текущего контроля сданы коллоквиумы с оценками не ниже «удовлетворительно», то эти оценки могут быть использованы по желанию обучающегося в качестве оценок за соответствующие вопросы.

Последний вопрос билета оценивается в соответствии с таблицей:

отлично	хорошо	удовлетворительно	неудовлетворительно
Приведено полное обоснованное решение	Решение содержит незначительные ошибки, пробелы в обоснованиях, но в целом верно и может стать полностью правильным после небольших исправлений или дополнений.	Задача не решена, но приведены формулы, чертежи, соображения или доказаны некоторые вспомогательные утверждения, имеющие отношение к решению задачи.	Решение не соответствует задаче или отсутствует.

К полученным оценкам добавляется усредненная оценка текущего контроля, тем самым в процессе формирования итоговой оценки учитываются оценки за приобретаемые компетенции. Итоговая оценка является результатом усреднения всех используемых оценок, округленным по правилам округления. Если итог составляет 2,5; 3,5 или 4,5, то округление производится в пользу обучающегося – в большую сторону.