

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДЕНО:
Декан ММФ ТГУ
Л. В. Гензе

Оценочные материалы дисциплины

Геометрия римановых многообразий

по направлению подготовки

01.04.01 Математика

Направленность (профиль) подготовки :
Фундаментальная математика

Форма обучения
Очная

Квалификация
Магистр

Год приема
2023

СОГЛАСОВАНО:
Руководитель ОП
П.А.Крылов

Председатель УМК
Е.А.Тарасов

Томск – 2023

1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики как для использования в профессиональной деятельности, так и для консультирования.

ПК-1 Способен самостоятельно решать исследовательские задачи в рамках реализации научного (научно-технического, инновационного) проекта

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК 1.1.; ИПК 1.1.

ИОПК 1.1. Демонстрирует навыки работы с профессиональной литературой по основным естественнонаучным и математическим дисциплинам

ИПК 1.1. Проводит исследования, направленные на решение отдельных исследовательских задач

2. Оценочные материалы текущего контроля и критерии оценивания

№	Этапы формирования компетенций (разделы дисциплины)	Код и наименование результатов обучения	Вид оценочного средства (тесты, задания, кейсы, вопросы и др.)
1	Раздел 1. Вводный курс. Необходимые сведения из алгебры. Векторы, ковекторы, тензорное исчисление.	ИОПК 1.1.; ИПК 1.1.	Индивидуальные задания
2	Раздел 2. Дифференцируемое многообразие. Тензорные поля. Связность	ИОПК 1.1.; ИПК 1.1.	Индивидуальные задания
3	Раздел 3. Расслоенное пространство. Касательное расслоение. Система пфаффовых уравнений на дифференцируемом многообразии.	ИОПК 1.1.; ИПК 1.1.	Индивидуальные задания
	Раздел 4. Структурные уравнения дифференцируемого многообразия. Структурные уравнения аффинной связности. Пространство аффинной связности.	ИОПК 1.1.; ИПК 1.1.	Индивидуальные задания
	Раздел 5. Ковариантное дифференцирование. Параллельный перенос. Кручение и кривизна связности. Геодезические – прямейшие.	ИОПК 1.1.; ИПК 1.1.	Индивидуальные задания
	Раздел 6. Поле основного тензора. Риманова связность. $O(n)$ -связность на многообразии. Риманова (псевдориманова) структура на многообразии. Связность Леви-Чивита.	ИОПК 1.1.; ИПК 1.1.	Индивидуальные задания

№	Этапы формирования компетенций (разделы дисциплины)	Код и наименование результатов обучения	Вид оценочного средства (тесты, задания, кейсы, вопросы и др.)
	Раздел 7. Послойная метрика на римановом пространстве. Примеры римановых и псевдоримановых пространств.	ИОПК 1.1.; ИПК 1.1.	Индивидуальные задания
	Раздел 8. Геодезические-кратчайшие. Тензор кривизны римановой связности.	ИОПК 1.1.; ИПК 1.1.	Индивидуальные задания
	Раздел 9. Гауссова кривизна риманова пространства в двумерном направлении.	ИОПК 1.1.; ИПК 1.1.	Индивидуальные задания
	Раздел 10. Направления Риччи. Пространство Эйнштейна. Симметрическое пространство.	ИОПК 1.1.; ИПК 1.1.	Индивидуальные задания

3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки образовательных результатов обучения

Задание №1.

В A_3 задана билинейная знакопеременная операция на базисных векторах подвижного репера: $[\bar{e}_1\bar{e}_2] = a\bar{e}_3$, $[\bar{e}_2\bar{e}_3] = b\bar{e}_1$, $[\bar{e}_3\bar{e}_1] = c\bar{e}_2$. Вывести соотношения на w_i^j . Проверить эти соотношения на совместность и замкнутость

Задание №2.

В A_3 задана билинейная знакопеременная операция на базисных векторах подвижного репера: $[\bar{e}_1\bar{e}_2] = \bar{e}_2$, $[\bar{e}_2\bar{e}_3] = \bar{e}_3$, $[\bar{e}_3\bar{e}_1] = \bar{e}_1$. Вывести соотношения на w_i^j . Проверить эти соотношения на совместность и замкнутость.

Задание №3.

В A_3 задана билинейная операция на базисных векторах подвижного репера: $(\bar{e}_1\bar{e}_2\bar{e}_3) = a$, $(\bar{e}_2\bar{e}_3\bar{e}_1) = b$, $(\bar{e}_3\bar{e}_1\bar{e}_2) = c$. Вывести соотношения на w_i^j . Проверить эти соотношения на совместность и замкнутость.

Задание №4.

В A_3 задано линейное соответствие на базисных векторах подвижного репера: $\bar{e}_1 \otimes \bar{e}_2$, $\bar{e}_2 \otimes \bar{e}_3$, $\bar{e}_3 \otimes \bar{e}_1$. Вывести соотношения на w_i^j . Проверить эти соотношения на совместность и замкнутость

Задание №5.

Имеется пространство A_2 с подвижным репером $\{M, \bar{e}_1, \bar{e}_2\}$.

Строим многообразие P_4 с образующим элементом (M, \bar{e}_2) (вершина репера) и векторами $(\bar{e}_i, \bar{0})$, $(\bar{0}, \bar{e}_i)$ базиса. Все операции – покомпонентные. Доказать, что P_4 – пространство аффинной связности

Задание №6.

Пусть пространство A_2 эквиаффинное. В пространстве P_4 (задача 5) определяем инфинитезимальную метрику $ds^2 = (dM, d\bar{e}_2)$ (ориентированная площадь).

Написать таблицу скалярного умножения для базиса (то есть определить компоненты метрического тензора g_{ij}).

Задание №7.

Доказать, что таблица умножения базиса из задачи 6 выдерживает дифференцирование

Задание №8.

Доказать, что пространство P_4 из задачи 5 является (локально) четырехмерным псевдоевклидовым пространством 2R_4

Темы рефератов

1. Тензорная алгебра. Внешняя алгебра.
2. Дифференцируемое многообразие.
3. Тензорное поле на дифференцируемом многообразии.
4. Расслоенное пространство. Касательное расслоение.
5. Система пфаффовых уравнений на дифференцируемом многообразии.
6. Структурные уравнения пространств: линейного, центроаффинного, аффинного, евклидова, псевдоевклидова и полуюевклидова.
7. Дифференциальные уравнения преобразований компонент тензора.
8. Структурные уравнения дифференцируемого многообразия.
9. Структурные уравнения аффинной связности.
10. Пространство аффинной связности L^n .
11. Геодезические линии в пространстве L^n .
12. Форма кручения и форма кривизны пространства L^n .
13. Тождества Риччи и Бианки.
14. Поляритет направлений в касательном пространстве.
15. Пространство с угловой метрикой W_n и его основной псевдотензор g_{ij} .
16. Связность Вейля в пространстве W_n .
17. Связность Вейля на четырехпараметрическом векторном поле в трехмерном аффинном пространстве.
18. Поле тензора g_{ij} . Риманова связность.
19. $O(n)$ -связность на M^n .
20. Сходство риманова пространства V_n с пространством Вейля W_n . Отличия.
21. Послойная метрика на римановом пространстве.
22. Примеры римановых и псевдоримановых пространств.
23. Геодезические первого и второго рода на V_n . Примеры.
24. Тензор кривизны риманова пространства. Тождества Бианки первого и второго рода.
25. Ковариантный тензор кривизны.
26. Тензор Риччи риманова пространства.
27. Скалярная кривизна.
28. Гауссова кривизна риманова пространства в двумерном направлении
29. Теорема Шура и следствие из нее.
30. Направление Риччи.

31. Пространства Эйнштейна.

32. Симметрическое пространство V_n .

3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания образовательных результатов обучения

3.1. Методические материалы для оценки текущего контроля успеваемости по дисциплине.

При оценивании реферата оценивается полнота и точность изложения темы, а также результат собеседования по реферату. При оценивании решения задач следует учитывать обоснованность действий (ссылки на сведения из теории). Для выставления оценки на экзамене рекомендуется использовать следующую таблицу

Оценка	Критерии соответствия
Отлично	Даны правильные и развернутые ответы на вопросы. Студент четко и логично изложил свой ответ на поставленные вопросы. Студент выполнил все практические задания на СРС.
Хорошо	Даны правильные ответы на вопросы. Студент четко и логично изложил свой ответ на поставленные вопросы. Студент выполнил более 50% заданий на СРС
Удовлетворительно	Даны частично правильные ответы на вопросы. Студент выполнил более 40% заданий на СРС
Неудовлетворительно	Ответ представлен очень поверхностно и с нарушением логики изложения. Студент очень плохо владеет основными моделями и концепциями. Допущены существенные терминологические и фактические ошибки.
	Дан неправильный ответ, однозначно неправильное понимание вопроса на зачете.
	Студент выполнил менее 40% практических заданий на СРС.

ОМД составил(и)

доцент, к.ф.-м.н. Бухтяк М. С.