

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ:

Декан



Л. В. Гензе

« 20 » 08 20 22 г.

Рабочая программа дисциплины

Квазиконформные отображения

по направлению подготовки

01.04.01 Математика

Направленность (профиль) подготовки :

Фундаментальная математика

Форма обучения

Очная

Квалификация

Магистр

Год приема

2022

Код дисциплины в учебном плане: Б1.В.3.ДВ.04.07

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ОП



П.А.Крылов

Председатель УМК



Е.А.Тарасов

Томск – 2022

1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики.

ПК-1 Способен самостоятельно решать исследовательские задачи в рамках реализации научного (научно-технического, инновационного) проекта.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК 1.1 Формулирует поставленную задачу, пользуется языком предметной области, обоснованно выбирает метод решения задачи.

ИПК 1.1 Проводит исследования, направленные на решение отдельных исследовательских задач

2. Задачи освоения дисциплины

– Сформировать у будущих специалистов знания об основных идеях и методах теории плоских квазиконформных отображений

– Научиться применять понятийный аппарат для решения специальных задач комплексного анализа: умение вычислять и оценивать локальные и глобальные характеристики квазиконформных отображений, экстремальные длины семейств кривых, проверять, являются ли плоские кривые квазикоэволюциями или квазипрямыми. Умение применять метод экстремальных длин семейств кривых к исследованию граничного соответствия и характеристик конформных отображений.

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к Блоку 1 «Дисциплина (модули)».

Дисциплина относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений, предлагается обучающимся на выбор.

4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине

Третий семестр, экзамен

5. Входные требования для освоения дисциплины

Для успешного освоения дисциплины требуются результаты обучения по следующим дисциплинам: математический анализ, комплексный анализ.

6. Язык реализации

Русский

7. Объем дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 з.е., 216 часов, из которых:

-лекции: 32 ч.

-практические занятия: 32 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

8. Содержание дисциплины, структурированное по темам

Тема 1. Понятие гладкого плоского квазиконформного отображения.

Задача Греча. Геометрический подход. Аналитическое определение. Эквивалентность определений.

- Тема 2. Теорема единственности. Теорема существования.
 Тема 3. Дифференциальные свойства квазиконформных отображений.
 Тема 3. Квазиконформные отображения и пространства Соболева.
 Тема 4. Экстремальные геометрические свойства. Задача об экстремальной длине семейства кривых.
 Тема 5. Неравенства для модуля семейства кривых и их применения.
 Тема 6. Уравнение Бельтрами. Интегральные преобразования и разрешимость.
 Тема 7. Соответствие границ. M -условие. Достаточность. Квазиизометрия. Квазиконформное отражение.
 Тема 8. Пространство Тейхмюллера. Изоморфизмы пространств Тейхмюллера.

9. Текущий контроль по дисциплине

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проведения контрольных работ, выполнения домашних заданий, написания и защиты рефератов, и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

Экзамен в третьем семестре проводится в устной форме по билетам. Экзаменационный билет состоит из трех частей. Продолжительность экзамена 1,5 часа.

Первая часть - это опрос по формулировкам и определениям. Вторая часть - это теоретический вопрос, проверяющий ИОПК 1.1, ответ на который дается в развернутой форме. Третья часть - это исследовательская задача, проверяющая ИПК 1.1.

Примерный перечень теоретических вопросов.

1. Понятие гладкого квазиконформного отображения.
2. Задача Греча.
3. Пространства Соболева
4. Три экстремальных задачи о модулях двусвязных областей (Мори, Греча, Тейхмюллера)
5. Экстремальная длина, модуль, свойства модулей.
6. Модули четырехсторонников и двусвязных областей.
7. Квазиинвариантность экстремальных длин при квазиконформных отображениях.
8. Метод симметрии.
9. Теорема Мори, ее следствия.
10. Уравнение Бельтрами.
11. Задача о четверке точек.
12. Квазипрямые и квазиокружности, их геометрическая характеристика.
13. Квазиконформное отражение относительно кривых.
14. Интегральные операторы и их свойства.

Примеры задач:

1. Докажите, что не существует K -квазиконформного отображения единичного круга на всю плоскость.
2. Докажите аналог теоремы Каратеодори о граничном соответствии для K -квазиконформных отображений плоских областей.
3. Пусть $f: \Omega \rightarrow D$ - K -квазиконформное отображение жордановой области на единичный круг, удовлетворяющее уравнению Бельтрами $f_{\bar{z}} = \mu(z)f_z$ с условием $|\mu(z)| \leq k < 1$, $z \in \Omega$. Докажите, что такое отображение можно определить, причем единственным образом, если задать некоторую нормировку.
4. Докажите, что отображения f и f^{-1} одновременно K -квазиконформны.
5. Докажите, что композиция K_1 -квазиконформного и K_2 -квазиконформного отображений будет K_1K_2 -квазиконформным отображением.

Результаты экзамена определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно». Итоги текущего контроля выражаются оценкой за работу в семестре и влияют на оценку за экзамен. Оценка за экзамен получается, как среднее арифметическое итоговой оценки текущего контроля и оценки за ответ на экзамене. Ответ на экзамене оценивается следующим образом. Студент получает «отлично», если он успешно, без ошибок отвечает по каждой части билета. «Хорошо» ставится в случае, если ответ верен не менее, чем на 75%, «удовлетворительно» - если ответ верен не менее, чем на 50%. Если студент показывает знание менее 50% билета, то ставится оценка «неудовлетворительно».

11. Учебно-методическое обеспечение

а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «Moodle» - <https://moodle.tsu.ru/course/view.php?id=8488>

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.

в) План лекционных и практических занятий по дисциплине.

12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

а) основная литература:

– Авхадиев Ф. Г. Введение в геометрическую теорию функций: учеб. пособие /Ф. Г.Авхадиев. - Казань: Казан.ун-т, 2012. - 127 с. – URL: <https://zzapomni.com/kfu-kazan/avhadiev-vvedenie-v-geometricheskuu-2012-5680>

– Белинский П.П. Общие свойства квазиконформных отображений / Белинский П.П. – Новосибирск: Наука, Сибирское отделение, 1974. – 101 с. – URL: <http://ikfia.ysn.ru/wp-content/uploads/2018/01/Belinskij1974ru.pdf>

– Свешников, А.Г. Теория функций комплексной переменной / А.Г. Свешников, А.Н. Тихонов ; под ред. В.А. Ильина.- М.: Физматлит, 2010. – 319 с. – URL: <http://read.newlibrary.ru/read.php/pdf=15234>

– Евграфов, М. А. Аналитические функции / М. А. Евграфов. - Санкт-Петербург: Лань, 2008. – 448 с. – URL: <https://litportal.ru/avtory/m-a-evgrafov/kniga-analiticheskie-funkcii-1232284.html>

б) дополнительная литература:

– Альфорс Л. Лекции по квазиконформным отображениям / Альфорс Л. М.: Мир, 1969. – 135 с. – URL: <https://ikfia.ysn.ru/wp-content/uploads/2018/01/Alfors1969ru.pdf>

– Гольдштейн В. М., Решетняк Ю.Г. Введение в теорию функций с обобщенными производными и квазиконформные отображения / Гольдштейн В. М., Решетняк Ю.Г. - М.: Наука, 1983. – 284 с.

в) ресурсы сети Интернет:

– Видео-лекция Зорича В.А. Квазиконформные отображения и асимптотическая геометрия многообразий – <https://www.youtube.com/watch?v=3VlyrAH6vek>

– Архив научных журналов – <https://arch.neicon.ru/xmlui/>

– Национальная электронная библиотека – <https://rusneb.ru/>

– База учебных планов, учебно-методических комплексов, публикаций и конференций – <https://infoneeds.kubsu.ru/infoneeds/>

– Открытый образовательный видеопортал UniverTV.ru. Лекции в ведущих российских и зарубежных вузах – <http://univertv.ru/video/matematika/>

– Учебно-образовательная физико-математическая библиотека – <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library.htm>

13. Перечень информационных технологий

а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

- Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office OneNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);
- публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).

б) информационные справочные системы:

- Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ – <http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>
- Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ – <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>
- ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>
- ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>
- Образовательная платформа Юрайт – <https://urait.ru/>
- ЭБС ZNANIUM.com – <https://znanium.com/>
- ЭБС IPRbooks – <http://www.iprbookshop.ru/>

14. Материально-техническое обеспечение

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения занятий семинарского типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

15. Информация о разработчиках

Садритдинова Гулнора Долимджановна, к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедры матем. анализа и теории функций ММФ ТГУ

Колесников Иван Александрович, к.ф.-м.н., доцент кафедры матем. анализа и теории функций ММФ ТГУ

Копанев Сергей Анатольевич, к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедры матем. анализа и теории функций ММФ ТГУ