

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ:

Декан



Л. В. Гензе

« 30 » 08 20 22 г.

Рабочая программа дисциплины

**Теория конформных отображений**

по направлению подготовки

**01.04.01 Математика**

Направленность (профиль) подготовки :

**Фундаментальная математика**

Форма обучения

**Очная**

Квалификация

**Магистр**

Год приема

**2022**

Код дисциплины в учебном плане: Б1.В.3.ДВ.01.07

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ОП



П. А. Крылов

Председатель УМК



Е. А. Тарасов

Томск – 2022

## **1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины**

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики.

ПК-1 Способен самостоятельно решать исследовательские задачи в рамках реализации научного (научно-технического, инновационного) проекта.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК 1.1 Формулирует поставленную задачу, пользуется языком предметной области, обоснованно выбирает метод решения задачи.

ИПК 1.1 Проводит исследования, направленные на решение отдельных исследовательских задач

## **2. Задачи освоения дисциплины**

– Сформировать у будущих специалистов знания об основных идеях и методах теории конформных отображений.

– Научиться применять аппарат теории конформных отображений для решения специальных задач комплексного анализа, таких как построение конформных отображений различных канонических областей на многоугольники различного вида, для простейших отображений определять акцессорные параметры.

## **3. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина относится к Блоку 1 «Дисциплина (модули)».

Дисциплина относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений, предлагается обучающимся на выбор.

## **4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине**

Первый семестр, экзамен

## **5. Входные требования для освоения дисциплины**

Для успешного освоения дисциплины требуются компетенции, сформированные в ходе освоения образовательных программ предшествующего уровня образования.

## **6. Язык реализации**

Русский

## **7. Объем дисциплины**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 з.е., 216 часов, из которых:

-лекции: 32 ч.

-практические занятия: 32 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

## **8. Содержание дисциплины, структурированное по темам**

Тема 1. Конформные отображения, теоремы Римана и Пуанкаре. Граничное соответствие.

Тема 2. Методы построения конформных отображений. Построение конформных отображений при помощи принципа соответствия границ, при помощи аналитического продолжения функции с вещественной оси, при помощи принципа симметрии.

Тема 3. Конформная инвариантность метрики Пуанкаре.

Тема 4. Приложения конформных отображений. Плоское гармоническое векторное поле. Комплексный потенциал.

### 9. Текущий контроль по дисциплине

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проведения контрольных работ, выполнения домашних заданий, написания и защиты рефератов, и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

### 10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

Экзамен в первом семестре проводится в устной форме по билетам. Экзаменационный билет состоит из трех частей. Продолжительность экзамена 1,5 часа.

Первая часть - это опрос по формулировкам и определениям. Вторая часть - это теоретический вопрос, проверяющий ИОПК 1.1, ответ на который дается в развернутой форме. Третья часть - это исследовательская задача, проверяющая ИПК 1.1.

Примерный перечень теоретических вопросов

1. Формула Кристоффеля–Шварца для отображения из единичного круга на круговой многоугольник.
2. Формула Кристоффеля–Шварца для отображения на многоугольник, прообраз одной из вершин в бесконечности.
3. Формула Кристоффеля–Шварца для отображения из верхней полуплоскости на счетноугольник.
4. Конформное отображение на ступенчатые области
5. Конформные отображения с помощью элементарных отображений. Многоугольник с границей на полярной сетке.
6. Формула Кристоффеля–Шварца для отображения на риманову поверхность.
7. Уравнение Шварца для треугольника
8. Нормировка отображения. Единственность. Однолиственность.
9. Формула Кристоффеля–Шварца для отображения из единичного круга на круговой многоугольник.
10. Конформное отображение на специальные области (обзор)

Примеры задач:

1. Построить отображение полуплоскости на полуплоскость с разрезом, параллельным вещественной оси и уходящим на бесконечность
2. Построить отображение полуплоскости на треугольник с углами при вершинах  $\pi\theta$ ,  $\pi(1-\theta)$ ,  $0$ .
3. Построить конформное отображение полуплоскости на четырех угольник, углы выбрать так, чтобы отображение представлялось через элементарные функции.
4. Построить конформное отображение единичного круга на плоскость с двумя разрезами, продолжение разрезов пересекается под углом  $\alpha\pi$ .
5. Построить конформное отображение верхней полуплоскости на плоскость с двумя параллельными разрезами
6. Построить конформное отображение верхней полуплоскости на полуплоскость с исключенной полуплоской.
7. Построить конформное отображение единичного круга на единичный круг с исключенным кругом радиуса  $r < 1$ .
8. Построить конформное отображение круга на круг с исключенной луночкой.
9. Построить отображение единичного круга на треугольник с углами при вершинах  $-\pi(1+\theta)$ ,  $\pi\theta$ ,  $2\pi$ .

10. Построить отображение полуплоскости на треугольник с углами при вершинах  $\pi(1+\theta)$ ,  $\pi(1-\theta)$ ,  $-\pi$ .

Результаты экзамена определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно». Итоги текущего контроля выражаются оценкой за работу в семестре и влияют на оценку за экзамен. Оценка за экзамен получается, как среднее арифметическое итоговой оценки текущего контроля и оценки за ответ на экзамене. Ответ на экзамене оценивается следующим образом. Студент получает «отлично», если он успешно, без ошибок отвечает по каждой части билета. «Хорошо» ставится в случае, если ответ верен не менее, чем на 75%, «удовлетворительно» - если ответ верен не менее, чем на 50%. Если студент показывает знание менее 50% билета, то ставится оценка «неудовлетворительно».

### 11. Учебно-методическое обеспечение

а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «Moodle» - <https://moodle.tsu.ru/course/view.php?id=6354>

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.

в) План лекционных и практических занятий по дисциплине.

### 12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

а) основная литература:

1. Маркушевич А.И. Теория аналитических функций. Т.1, 2, 3-е изд. / Маркушевич А.И. - М.: Лань, 2012.

2. Коппенфельс В., Штальман Ф. Практика конформных отображений / Коппенфельс В., Штальман Ф. - Москва: Изд-во иностранной лит-ры, 1963г. - 407 с. – URL: <https://djvu.online/file/KaZZcV4uM6m4v>

3. Александров И.А. Теория функций комплексного переменного / Александров И.А. - Изд-во Том. ун-та, 2002г. - 510 с.

б) дополнительная литература:

1. Schinzinger R. Laura A.A. Conformal Mapping / Schinzinger R. Laura A.A. - Dover Publication, Mineola, New York, 1991.

2. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного / Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. - Лань, 2002. – 749с. – URL: [http://math.nw.ru/~pozharsky/3kypc/FilesAdd/Lavrentev\\_TFKP.pdf](http://math.nw.ru/~pozharsky/3kypc/FilesAdd/Lavrentev_TFKP.pdf)

3. Иванов В.И., Попов В.Ю. Конформные отображения и их приложения / Иванов В.И., Попов В.Ю. - Москва, УРСС, 2002. – 320 с. - URL: <https://libcats.org/book/442112>

в) ресурсы сети Интернет:

– Архив научных журналов – <https://arch.neicon.ru/xmlui/>

– Национальная электронная библиотека – <https://rusneb.ru/>

– База учебных планов, учебно-методических комплексов, публикаций и конференций – <https://infoneeds.kubsu.ru/infoneeds/>

– Открытый образовательный видеопортал UniverTV.ru. Лекции в ведущих российских и зарубежных вузах – <http://univertv.ru/video/matematika/>

– Учебно-образовательная физико-математическая библиотека – <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library.htm>

– Общероссийская Сеть КонсультантПлюс Справочная правовая система. <http://www.consultant.ru>

### 13. Перечень информационных технологий

а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

- Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office OneNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);
- публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).

б) информационные справочные системы:

- Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ – <http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>
- Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ – <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>
- ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>
- ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>
- Образовательная платформа Юрайт – <https://urait.ru/>
- ЭБС ZNANIUM.com – <https://znanium.com/>
- ЭБС IPRbooks – <http://www.iprbookshop.ru/>

### 14. Материально-техническое обеспечение

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения занятий семинарского типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

### 15. Информация о разработчиках

Садритдинова Гулнора Долимджановна, к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедры матем. анализа и теории функций ММФ ТГУ

Колесников Иван Александрович, к.ф.-м.н., доцент кафедры матем. анализа и теории функций ММФ ТГУ

Копанев Сергей Анатольевич, к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедры матем. анализа и теории функций ММФ ТГУ