

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Институт прикладной математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ:

Директор

  
А. В. Замятин  
« 17 » \_\_\_\_\_ 20 22 г.

Рабочая программа дисциплины

**Случайные процессы**

по направлению подготовки

**09.03.03 Прикладная информатика**

Направленность (профиль) подготовки :

**Разработка программного обеспечения в цифровой экономике**

Форма обучения

**Очная**

Квалификация

**Бакалавр**

Год приема

**2022**

Код дисциплины в учебном плане: Б1.О.02.08

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ОП

  
С.П. Сущенко

Председатель УМК

  
С.П. Сущенко

Томск – 2022

## **1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины**

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:  
ОПК 1 - способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК-1.3 Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических, естественных и общеинженерных наук для моделирования и анализа задач.

ИОПК-1.2 Использует фундаментальные знания, полученные в области математических, естественных и общеинженерных наук в профессиональной деятельности.

ИОПК-1.1 Обладает необходимыми естественнонаучными и общеинженерными знаниями для исследования информационных систем и их компонент.

## **2. Задачи освоения дисциплины**

- иметь представление о закономерностях случайных явлений,
- освоить вероятностный подход к построению математических моделей реальных событий и процессов,
- уметь формулировать и решать возникающие математические задачи с помощью аппарата случайных процессов,
- научиться использовать возможности его использования в процессе дальнейшего обучения,
- научиться применять методы случайных процессов для анализа проблем в различных предметных областях

## **3. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина относится к обязательной части образовательной программы.

## **4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине**

Пятый семестр, зачет с оценкой

## **5. Входные требования для освоения дисциплины**

Для успешного освоения дисциплины требуются результаты обучения по следующим дисциплинам: Математический анализ 1-2, Алгебра и геометрия, Дифференциальные уравнения 1-2, Теория вероятностей

## **6. Язык реализации**

Русский

## **7. Объем дисциплины**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 часов, из которых:

-лекции: 16 ч.

-практические занятия: 16 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

## 8. Содержание дисциплины, структурированное по темам

Тема 1. Основные понятия теории случайных процессов.

Семейство конечномерных распределений СП. Моментные функции. Корреляционная функция. Стационарные и эргодические процессы. Непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость в среднем квадратическом случайных процессов.

Тема 2

Гауссовские случайные процессы

Гауссовские случайные процессы. Свойства гауссовского вектора. Винеровский гауссовский случайный процесс. Белый гауссовский шум.

Тема 3

Марковские процессы

Цепи Маркова с дискретным временем. Переходные вероятности. Уравнение Чепмена-Колмогорова. Классификация состояний цепи Маркова. Эргодические теоремы для цепей Маркова с дискретным временем.

Цепи Маркова с непрерывным временем. Матрица инфинитезимальных характеристик. Прямая и обратная системы дифференциальных уравнений Колмогорова.

Тема 4

Полумарковские процессы

Полумарковские процессы. Полумарковская матрица. Вложенная цепь Маркова. Метод дополнительной переменной.

## 9. Текущий контроль по дисциплине

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проведения контрольных работ, опросов по лекционному материалу, выполнения домашних заданий, и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

## 10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

Теоретические и практические результаты формируются компетенциями ИОПК-1.1; ИОПК-1.2; ИОПК-1.3 и результатами обучения:

№	Этапы формирования компетенций (разделы дисциплины)	Код и наименование результатов обучения	Вид оценочного средства (тесты, задания, кейсы, вопросы и др.)
1.	Раздел 1 Определения теории случайных процессов	ОР-1.1.1 – способен решать типовые задачи, применяя понятия случайных процессов ОР-1.2.1 – способен использовать основные понятия, факты, принципы случайных процессов для решения прикладных задач ОР-1.2.3 – способен применять современный математический аппарат (случайных процессов) для построения адекватных моделей реальных систем	Теоретические вопросы Практические задания
2.	Раздел 2 Гауссовские случайные процессы	ОР-1.1.1 – способен решать типовые задачи, применяя понятия случайных процессов ОР-1.2.1 – способен использовать основные понятия, факты, принципы случайных процессов для решения прикладных задач	Теоретические вопросы Практические

		ОР-1.2.3 – способен применять современный математический аппарат (случайных процессов) для построения адекватных моделей реальных систем	задания
3	Раздел 3 Марковские процессы	ОР-1.1.3 умеет исследовать марковские процессы с дискретным и непрерывным временем  ОР-1.2.1 – способен использовать основные понятия, факты, принципы случайных процессов для решения прикладных задач  ОР-1.2.2 – способен применять на практике математические модели, используя аппарат случайных процессов, а также компьютерные технологии для решения задач в профессиональной деятельности  ОР-1.2.3 – способен применять современный математический аппарат (случайных процессов) для построения адекватных моделей реальных систем  ОР-1.3.1 способен применять на практике математические модели и компьютерные технологии для решения различных задач в области профессиональной деятельности, используя аппарат теории вероятностей	Теоретические вопросы Практические задания
4	Раздел 4 Полумарковские процессы	ОР-1.1.2 – имеет представление о полумарковских процессах и методах их марковизации и непрерывным временем  ОР-1.2.2 – способен применять на практике математические модели, используя аппарат случайных процессов, а также компьютерные технологии для решения задач в профессиональной деятельности  ОР-1.2.3 – способен применять современный математический аппарат (случайных процессов) для построения адекватных моделей реальных систем  ОР-1.3.1 способен применять на практике математические модели и компьютерные технологии для решения различных задач в области профессиональной деятельности, используя аппарат теории вероятностей	Теоретические вопросы Практические задания

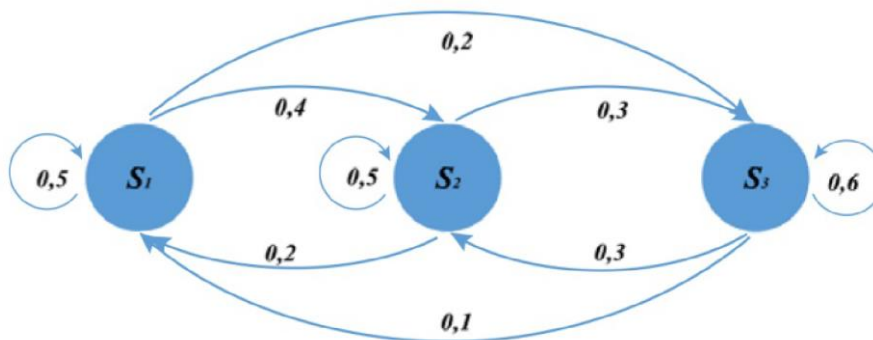
Зачет с оценкой в пятом семестре проводится в письменной форме по билетам. Билет содержит теоретический вопрос и две задачи. Продолжительность зачета 1,5 часа.

Примерный перечень теоретических вопросов

1. Определение случайного процесса. Семейство конечномерных распределений СП.
2. Моментные функции. Корреляционная функция.
3. Стационарные и эргодические процессы.
4. Непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость в среднем квадратическом случайных процессов.
5. Гауссовские случайные процессы. Свойства гауссовского вектора.
6. Винеровский гауссовский случайный процесс. Белый гауссовский шум.
7. Цепи Маркова с дискретным временем. Переходные вероятности.
8. Уравнение Чепмена-Колмогорова. Классификация состояний цепи Маркова.
9. Эргодические теоремы для цепей Маркова с дискретным временем.
10. Цепи Маркова с непрерывным временем. Матрица инфинитезимальных характеристик.
11. Прямая и обратная системы дифференциальных уравнений Колмогорова.
12. Полумарковские процессы. Полумарковская матрица.
13. Метод вложенных цепей Маркова.
14. Метод дополнительной переменной.

Примеры задач:

1. Пусть  $\xi(t)$  является однородной цепью Маркова с двумя состояниями:  $X = \{0, 1\}$ . Время пребывания в состоянии 0 распределено по экспоненциальному закону с параметром  $\lambda$ , а время пребывания в состоянии 1 распределено по экспоненциальному закону с параметром  $\mu$ . Найти безусловные вероятности  $P_i(t) = P\{\xi(t) = i\}$  состояний системы в произвольный момент времени.
2. Пусть клиенты, которые хотят получить консультацию, образуют простейший поток с параметром  $\lambda$ . Клиентов обслуживает один работник социальной сферы, если он занят, образуется очередь. Считается, что длина очереди не ограничена. Время обслуживания одного клиента является экспоненциально распределенной случайной величиной с параметром  $\mu$ . Пусть  $i(t)$  – число клиентов, находящихся в системе в момент  $t$ . Найти финальные вероятности числа клиентов в системе.
3. Рассмотрим состояния банка, характеризующиеся одной из процентных ставок: 12%, 13%, 14%, которые устанавливаются в начале каждого квартала и фиксированы на всем его протяжении. Таким образом, если за систему  $S$  принять действующую процентную ставку, то она в каждый момент времени может находиться только в одном из состояний:  $S_1$  – процентная ставка 12%,  $S_2$  – процентная ставка 13%,  $S_3$  – процентная ставка 14%. Анализ работы банка в предшествующие годы показал, что изменение переходных вероятностей с течением времени пренебрежимо мало. Определить распределение вероятностей состояний системы в конце года, если в конце предыдущего года процентная ставка составила 13%, а граф вероятностей переходов имеет вид:



4. Классифицировать состояния для Марковской цепи, заданной матрицей вероятностей переходов  $P_1$ , записать ее в каноническом виде и найти среднее время перехода из одного состояния в другое внутри замкнутого класса (все возможные варианты).

$$P_1 = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/4 & 1/4 & 1/4 & 0 & 1/4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/4 & 0 & 1/4 & 1/2 & 0 \end{bmatrix};$$

Результаты зачета с оценкой определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Для оценивания текущего уровня знаний проводятся коллоквиумы и контрольные работы. В билете содержится два теоретических вопроса (коллоквиум) и две практические задачи (контрольная работа).

Оценка за коллоквиум и контрольную работу выставляются отдельно и независимо.

Обучающийся не допускается к промежуточной аттестации, если по результатам текущего контроля знаний были продемонстрированы неудовлетворительные результаты освоения раздела.

Оценка	Критерий оценивания коллоквиума
5	Обучающийся показал отличный уровень владения теоретическим материалом, полностью ответил на поставленные вопросы
4	Обучающийся показал достаточный уровень владения теоретическим материалом, но допустил несущественные ошибки или не полностью изложил материал в одном вопросе
3	Обучающийся показал недостаточный уровень материалом, упустил важные определения или понятия, допустил ошибки при доказательстве теорем в двух вопросах
2	Обучающийся имеет существенные пробелы теоретического материала, не способен доказать теорему, не знает определения. Не показал знание вопросов в билете.

Оценка	Критерий оценивания контрольной работы
--------	--

5	Обучающийся решил две задачи правильно, сопроводил решение объяснением с обоснованием применения тех или иных теорем и определений
4	Обучающийся решил 1 задачу правильно, 2-ю решил с несущественными ошибками, сопроводил решение объяснением с обоснованием применения тех или иных теорем и определений
3	Обучающийся решил только 1 задачу правильно, сопроводил решение объяснением с обоснованием применения тех или иных теорем и определений, 2-ю решил с существенными ошибками или не решил.
2	Обучающийся не решил ни одну задачу, или решил с грубыми ошибками.

Оценка	Критерий оценивания ответа на зачете
5 (зачтено)	Обучающийся показал отличный уровень владения всеми теоретическими вопросами, показал все требуемые умения и навыки решения практических задач
4 (зачтено)	Обучающийся овладел всеми теоретическими вопросами, частично показал основные умения и навыки при решении практических задач
3 (зачтено)	Обучающийся имеет недостаточно глубокие знания по теоретическим разделам дисциплины, показал не все основные умения и навыки при решении практических задач
2 (не зачтено)	Обучающийся имеет существенные пробелы по отдельным теоретическим разделам дисциплины и не владеет основными умениями и навыками решения практических задач

## 11. Учебно-методическое обеспечение

а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «Moodle».

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине – контрольные вопросы и задачи.

в) План семинарских / практических занятий по дисциплине – темы практических занятий соответствуют темам лекционных занятий

г) Для освоения образовательных результатов дисциплины обучающемуся необходимо сначала изучить основные понятия и определения теории случайных процессов. Для решения практических задач по определенной теме необходимо сначала изучить теоретический материал, понять ход решения и смысловую составляющую задач, формирующих уровень образовательного результата (на синхронных занятиях с преподавателем или самостоятельно). Следующий этап – решение типовых задач на практике в аудитории или в виде самостоятельной работы, обязательно проверяя

правильность ответа. Для проверки достижения образовательного результата проводится контрольная работа по теме. Самостоятельная работа студента включает чтение рекомендуемой литературы, решения задач, подготовки к промежуточному контролю.

## **12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет**

а) основная литература:

1) Гнеденко Б.В. Элементарное введение в теорию вероятностей / Б.В. Гнеденко, А.Я. Хинчин. – Москва: ЛИБРОКОМ, 2014. – 168 с

2) Галажинская О.Н. Теория случайных процессов. Учебное пособие / О.Н. Галажинская, С.П. Моисеева. - Томск: Издательский дом ТГУ, 2015. – 128 с.

3) Гнеденко Б.В. Введение в теорию массового обслуживания / Б.В. Гнеденко И.Н. Коваленко - М.: изд-во ЛКИ, 2013. – 398 с.

б) дополнительная литература

1) Назаров А.А. Теория вероятностей и случайных процессов / А.А. Назаров, А.Ф. Терпугов - Томск: ИДО ТГУ, 2010. – 204 с.

## **13. Перечень информационных технологий**

а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

– Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office OneNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);

– публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).

б) информационные справочные системы:

– Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ – <http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>

– Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ – <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>

– ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>

– ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>

– Образовательная платформа Юрайт – <https://urait.ru/>

– ЭБС ZNANIUM.com – <https://znanium.com/>

– ЭБС IPRbooks – <http://www.iprbookshop.ru/>

## **14. Материально-техническое обеспечение**

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения занятий семинарского типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

Аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации в смешанном формате («Актру»).

## **15. Информация о разработчиках**

Даммер Диана Дамировна, кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры теории вероятностей и математической статистики НИ ТГУ