

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Физический факультет

УТВЕРЖДАЮ:
декан физического факультета

 С.Н. Филимонов

« 15 » апреля 2021 г.

Рабочая программа дисциплины

Вычислительная математика

по направлению подготовки

09.03.02 Информационные системы и технологии

Направленность (профиль) подготовки:

«Информационные системы и технологии в геодезии и картографии»

Форма обучения

Очная

Квалификация

Бакалавриат

Год приема

2021


Код дисциплины в учебном плане: Б.1.О.О.09

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ОП

 О.М.Сюсина

Председатель УМК

 О.М. Сюсина

1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины (модуля)

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

- ОПК-1 — способность применять естественнонаучные и общепрофессиональные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности;
- ОПК-2 — способность понимать принципы работы современных информационных технологий и программных средств, в том числе отечественного производства, и использовать их при решении задач профессиональной деятельности;
- ОПК-6 — способность разрабатывать алгоритмы и программы, пригодные для практического применения в области информационных систем и технологий.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

- ИОПК-1.1. Знать численные методы, применяемые для проектирования, создания и исследования информационных систем;
- ИОПК-1.2. Уметь пользоваться знаниями в области вычислительной математики для проектирования, создания и исследования информационных систем;
- ИОПК-1.3. Уметь применять численные методы для решения задач в области информационных спутниковых систем, геоинформационных систем, геодезии и картографии;
- ИОПК-2.1. Владеть знаниями программных средств для реализации численных методов;
- ИОПК-2.2. Владеть знаниями программных средств для реализации численных методов в решении задач в области информационных спутниковых систем, геоинформационных систем, геодезии и картографии;
- ИОПК-2.3. Уметь решать задачи в области информационных спутниковых систем, геоинформационных систем, геодезии и картографии с использованием современных численных методов;
- ИОПК-6.1. Уметь разрабатывать и анализировать алгоритмы численных методов при проектировании и разработке программных систем;
- ИОПК-6.2. Уметь программно реализовать численные методы, пригодные для практического применения в области информационных спутниковых систем, геоинформационных систем, геодезии и картографии;
- ИОПК-6.3. Уметь создавать программы при использовании численных методов в профессиональной деятельности.

2. Задачи освоения дисциплины

- Ознакомить студентов с широко применяемыми на практике численными методами;
- Развить навыки в реализации численных методов для решения прикладных задач по профилю ООП.

3. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений, является обязательной для изучения.

4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине

Семестр 5, экзамен.

5. Входные требования для освоения дисциплины

Для успешного освоения дисциплины требуются результаты обучения по следующим дисциплинам: математический анализ; линейная алгебра и аналитическая геометрия; дифференциальные уравнения; программирование; технологии программирования.

6. Язык реализации

Русский

7. Объем дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 з.е., 144 часов, из которых:

– лекции: 32 ч.;

– практические занятия: 32 ч.;

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

8. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам

Тема 1. Введение

Задачи вычислительной математики. Численные методы и их отличие от приближенных аналитических методов.

Тема 2. Основы теории погрешностей

Численное моделирование и возникновение погрешностей. Определения погрешностей и их оценивание. Запись чисел на компьютере. Обусловленность задачи.

Тема 3. Скалярные нелинейные уравнения

Метод дихотомии. Метод хорд. Метод Ньютона. Метод секущих. Метод простых итераций.

Тема 4. Системы нелинейных уравнений

Метод Ньютона. Метод простых итераций. Метод Гаусса–Зейделя.

Тема 5. Системы линейных уравнений

Метод Гаусса. Вычисление определителей. Обращение матриц. Плохо обусловленные системы. Метод простых итераций. Метод Гаусса–Зейделя.

Тема 6. Проблема собственных значений

Степенной метод. Метод вращений Якоби.

Тема 7. Задачи оптимизации

Метод (наискорейшего) градиентного спуска. Метод Ньютона. Демпфирование. Метод покоординатного спуска Гаусса–Зейделя.

Тема 8. Интерполяция

Линейное интерполирование. Интерполяция каноническим многочленом. Интерполяция Лагранжа. Интерполяция Ньютона. Интерполяция Эйткена–Невилла. Сходимость полиномиальной интерполяции. Интерполяция по узлам Чебышева. Сплайн-интерполяция.

Тема 9. Задача наименьших квадратов
Линейная аппроксимация. Нелинейная аппроксимация.

Тема 10. Численное дифференцирование
Дифференцирование интерполяционных формул. Метод неопределенных коэффициентов.

Тема 11. Численное интегрирование
Квадратурные формулы. Метод неопределенных коэффициентов. Квадратурные формулы Ньютона–Котеса. Квадратурные формулы Гаусса. Составные квадратурные формулы. Стохастический метод.

Тема 12. Обыкновенные дифференциальные уравнения
Метод Тейлора. Методы Рунге–Кутты. Методы Адамса.

9. Текущий контроль по дисциплине

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проведения контрольных работ, и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

Экзамены проводятся в устной форме. Студент допускается к экзамену, если он выполнил 6 практических заданий. Экзаменационный билет состоит из двух теоретических вопросов по темам лекций (см. п. 8) и одной задачи. Продолжительность экзамена 3 часа. На экзамене проверяются результаты освоения дисциплины по индикаторам ИОПК-1.1., ИОПК-1.2., ИОПК-2.1. и ИОПК-2.2. Результаты экзамена определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно». Успешно выполненные практические задания являются результатом освоения дисциплины по индикаторам ИОПК-1.3., ИОПК-2.3., ИОПК-6.1., ИОПК-6.2. и ИОПК-6.1.

Примеры практических заданий:

1. Исследовать скорость сходимости (требуемое количество итераций I) метода а) дихотомии и хорд; б) Ньютона; в) секущих и г) простых итераций для численного решения уравнения Кеплера $M = E - e \sin E$ с точностью до $\Delta E = 10^{-12}$ в зависимости от параметров уравнения M и e на сетке $M_i = 2\pi i / N$ и $e_j = j / N$ ($i, j = 0, \dots, N$). Представить результаты графически как поверхность (или карту линий уровней) зависимости $I = I(M, e)$.
2. Программно реализовать метод Гаусса для численного решения систем линейных уравнений $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ произвольного порядка. Опробовать метод на примере системы уравнений четвертого порядка $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, где

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 30 \\ 22 \\ 18 \\ 20 \end{pmatrix}.$$

Сравнить численное решение с точным. Оценить вычислительные ошибки численного решения.

3. Составить программу для полиномиальной интерполяции $g(x)$ функции $f(x) = e^x$ по ее n узловым значениям на отрезке $[-1, 1]$. Исследовать поведение ошибки

$\Delta g(x) = g(x) - f(x)$ на отрезке интерполяции при $n > 7$ для равномерной сетки: $x_i = -1 + 2(i-1)/(n-1)$ ($i = 1, \dots, n$), и неравномерной сетки Чебышева:

$$x_i = \cos\left(\frac{2i-1}{2n}\pi\right) \quad (i = 1, \dots, n).$$

Варианты полинома $g(x)$: а) канонический; б) Лагранжа; в) Ньютона; г) Эйкена-Невилла.

4. Вычислить определенный интеграл

$$I = \int_{-1}^1 e^x dx.$$

используя квадратурные формулы а) Ньютона-Котеса с количеством узлов $n = 2, 3, 4$; б) Гаусса с количеством узлов $n = 1, 2, 3$; в) составные Симпсона с разбиениями $N = 1, 2, 3$. Оценить ошибку численного решения, сравнивая его с точным значением интеграла.

5. Численно найти решение системы дифференциальных уравнений $\mathbf{x}' = \mathbf{f}(\mathbf{x})$: I) Лот-

ки-Вольтерры; II) математического маятника; III) плоской задачи двух тел; методом а) Рунге-Кутты 4-го порядка; б) Хойна; в) неявным трапеций; г) явным сред-ней точки; д) неявным средней точки; е) явным Адамса 2-го порядка; для значения независимой переменной $t_0 + 10T$, где T — период (цикл) решения задачи. I графика представлять отклонение интервального соотношения I от начального значения I_0 ($\Delta I = I - I_0$) на всем интервале интегрирования для различных величин постоянного шага $h = T/10^i$ ($i = 1, 2, 3$).

Задача I:

$$x_1'(t_0) = 1; \quad x_2'(t_0) = 2; \quad x_3'(t_0) = 3;$$

$$x_1(t_0) = 1 - x_1; \quad x_2(t_0) = 1 - x_1; \quad x_3(t_0) = 3;$$

$$I(x_1, x_2) = \ln x_1 - x_1 + 2 \ln x_2 - x_2 = I_0 = \text{const};$$

$$T = 2\pi/\sqrt{2}.$$

Задача II:

$$x_1'(t_0) = 1; \quad x_2'(t_0) = 0;$$

$$x_1(t_0) = 1; \quad x_2(t_0) = 0;$$

$$I(x_1, x_2) = x_2^2/2 - \cos x_1 = I_0 = \text{const};$$

$$T = 2\pi.$$

Задача III:

$$x_1'(t_0) = 1, \quad x_2'(t_0) = 1, \quad x_3'(t_0) = 0;$$

$$x_1(t_0) = 1, \quad x_2(t_0) = 1, \quad x_3(t_0) = 0;$$

$$r = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}, \quad v = \sqrt{x_3^2 + x_4^2};$$

$$I(x_1, x_2) = v^2/2 - 1/r = I_0 = \text{const};$$

$$T = 2\pi.$$

11. Учебно-методическое обеспечение

а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «Moodle» —

<https://moodle.tsu.ru/course/view.php?id=21845>

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.

в) Методические указания по организации самостоятельной работы студентов.

12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

а) основная литература:

1. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. Лаборатория знаний. 2015.
2. Вержбицкий В.М. Основы численных методов: Учебник для вузов. Высшая школа. 2002.

б) дополнительная литература:

1. Dahlquist G., Björck A. Numerical Methods. Courier Corporation. 2003.
2. Khoury R., Harder D. Numerical Methods and Modelling for Engineering. Springer International Publishing Switzerland. 2016.
3. Авдюшев В.А. Численное моделирование орбит небесных тел. Издательский Дом Томского государственного университета. 2015.
4. Бахвалов Н.С., Лапин А.В., Чижонков Е.В. Численные методы в задачах и упражнениях. Высшая школа. 2000.

в) ресурсы сети Интернет:

- <http://astro.tsu.ru/OsChMet/>
- Материально-информационная база Научной библиотеки ТГУ

13. Перечень информационных технологий

а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

- Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office OneNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);
- публично доступные облачные технологии (GoogleDocs, Яндекс диск и т.п.).

б) информационные справочные системы:

- Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ — <http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>
- Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ — <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>
- ЭБС Лань — <http://e.lanbook.com/>
- ЭБС Консультант студента — <http://www.studentlibrary.ru/>
- Образовательная платформа Юрайт — <https://urait.ru/>
- ЭБС ZNANIUM.com — <https://znanium.com/>
- ЭБС IPRbooks — <http://www.iprbookshop.ru/>

14. Материально-техническое обеспечение

- Аудитории для проведения занятий лекционного типа.
- Аудитории для проведения занятий семинарского типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.
- Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

15. Информация о разработчиках

Авдюшев Виктор Анатольевич, д.ф.-м.н., Томский госуниверситет, профессор