

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Институт прикладной математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ:
Директор
Института прикладной математики и компьютерных наук
А. В. Замятин



« 19 » _____ 20 22 г.

Рабочая программа дисциплины

Комбинаторика

по направлению подготовки / специальности

10.05.01 Компьютерная безопасность



Направленность (профиль) подготовки / специализация:
Анализ безопасности компьютерных систем

Форма обучения
Очная

Квалификация
Специалист по защите информации

Год приема
2022

Код дисциплины в учебном плане: Б1.О.02.14

СОГЛАСОВАНО:
Руководитель ОП
 В.Н. Тренькаев
Председатель УМК
 С.П. Сущенко

Томск – 2022

1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

– ОПК-3 – Способен на основании совокупности математических методов разрабатывать, обосновывать и реализовывать процедуры решения задач профессиональной деятельности.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК-3.1 Демонстрирует навыки выполнения стандартных действий, решения типовых задач, формулируемых в рамках базовых математических дисциплин.

ИОПК-3.2 Осуществляет применение основных понятий, фактов, концепций, принципов математики и информатики для решения задач профессиональной деятельности.

ИОПК-3.3 Выявляет научную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, и применяет соответствующий математический аппарат для их формализации, анализа и выработки решения.

2. Задачи освоения дисциплины

– Изучить основные объекты перечислительной комбинаторики. Её основная задача состоит в перечислении (подсчёте и генерации) объектов, удовлетворяющих определённым ограничениям. Подобные задачи были известны уже в античной математике, но современный вид эта наука стала приобретать в семнадцатом веке в связи с развитием теории вероятностей. Комбинаторика связана со всеми основными разделами современной математики: с анализом, топологией, алгеброй и геометрией, с дискретной математикой. Её результаты используются в теории кодирования и криптографии.

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к обязательной части образовательной программы. Дисциплина входит в модуль «Математика».

4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине

Восьмой семестр, экзамен

5. Входные требования для освоения дисциплины

Для успешного освоения дисциплины требуются результаты обучения по следующим дисциплинам: «Введение в математику», «Дискретная математика», «Математический анализ», «Алгебра».

6. Язык реализации

Русский

7. Объем дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 часов, из которых:

-лекции: 32 ч.

-практические занятия: 32 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

8. Содержание дисциплины, структурированное по темам

Тема 1. Основные комбинаторные объекты и принципы.

Комбинаторные объекты – это конечные множества, где на элементы этих множеств могут накладываться определенные ограничения: возможность повторения одинаковых элементов, неразличимость или различимость элементов и другие.

Комбинаторные принципы – набор правил и свойств, который используется для доказательств комбинаторных теорем. Самыми основными принципами являются правила сложения и правило умножения.

Тема 2. Комбинаторные числа и тождества.

Рассматриваются основные комбинаторные числа: полиномиальные коэффициенты и мультимножества, числа Гаусса, числа Эйлера, числа Стирлинга и числа Бела.

Тема 3. Факториал Бхаргавы.

В комбинаторике Факториал Бхаргавы это определенное обобщение функции целочисленного факториала. Факториал Бхаргавы разработан математиком Манджул Бхаргавой в ходе его диссертации в Гарвардском университете в 1996 году. Важным свойством обобщенного факториала является то что многие результаты из теории чисел в которых используется функция факториала, сохраняются и при использовании факториала Бхаргавы. Далее будет подробно разобрано получение факториала Бхаргавы и его применение в математике.

Тема 4. Комбинаторные теоремы теории графов.

Рассматривается теорема Кёнига и ее следствия. В теории графов теорема Кёнига (теорема Кёнига-Эгервари, венгерская теорема), доказанная Денешем Кёнигом в 1931, утверждает эквивалентность задач нахождения наибольшего паросочетания и наименьшего вершинного покрытия в двудольных графах.

Тема 5. Антицепи в булевом кубе.

Рассматривается теорема Шпернера — хорошо известная теорема в экстремальной теории множеств, которая даёт размер наибольшей антицепи в частично упорядоченном множестве, являющемся булевой решёткой (булевым кубом). Также рассматриваются обобщения теоремы Шпернера.

Тема 6. Принцип включений и исключений, принцип обращения Мёбиуса.

Принцип (иногда используется лишь формула) включений-исключений позволяет определить мощность объединения конечного числа конечных множеств, которые в общем случае могут пересекаться друг с другом.

Главная идея принципа заключается в последовательном включении множеств, их объединениях и исключениях пересечений множеств, которые (в случае непустых пересечений) будут входить в объединение множеств, так по индукции и получается формула для конечного числа множеств.

Тема 7. Комбинаторные схемы, системы Штейнера, проективные и аффинные плоскости.

Теория комбинаторных схем является частью комбинаторики, однако тесно связана и с другими областями математики, включающими в себя теорию графов, теорию групп, теорию конечных полей, теорию конечных геометрий, теорию чисел, а так же имеет широкое применение в теории информации, статистике, биологии и компьютерных науках.

В данном курсе рассматриваются основные определения и теоремы теории комбинаторных схем, а так же рассмотрим конкретные примеры схем и их применения на практике.

Тема 8. Производящие функции.

Производящая функция последовательности — алгебраическое понятие, которое позволяет работать с разными комбинаторными объектами аналитическими методами. Они дают гибкий способ описывать соотношения в комбинаторике, а иногда помогают вывести явные формулы для числа комбинаторных объектов определённого типа.

Тема 9. Теневое исчисление.

В данном разделе рассматривается теория теневого исчисления. В математике до 70-х годов 20-го века термин «теневое исчисление» интерпретировали как удивительное сходство между, казалось бы, не связанными полиномиальными уравнениями и определенными «теневыми» (или же «магическими») методами, используемыми для их доказательства. Рассматриваются некоторые примеры свойств и приложений теории теневого исчисления.

9. Текущий контроль по дисциплине

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проведения контрольных работ, выполнения практических и домашних заданий, и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

Экзамен в восьмом семестре проводится в письменной форме по билетам. Экзаменационный билет состоит из трех частей. Продолжительность экзамена 1,5 часа.

Примерный перечень теоретических вопросов

1. Основные комбинаторные объекты. Основные комбинаторные принципы: принцип суммы и произведения. Примеры использования.
2. Наборы, размещения и сочетания. Биномиальные коэффициенты.
3. Полиномиальные коэффициенты и мультимножества.
4. Числа Гаусса. Рекуррентные формулы, производящий ряд, тождества.
5. Числа Эйлера. Рекуррентные формулы, производящий ряд, тождества.
6. Числа Стирлинга первого рода.
7. Числа Стирлинга второго рода.
8. Числа Белла.
9. Целозначные многочлены от одной и от нескольких переменных.
10. Факториал Бхаргава.
11. Цепи и антицепи в частично упорядоченном множестве. Теорема Дилворта.
12. Цепи и антицепи в булевом кубе. Теорема Шпернера.
13. Антицепи в булевом кубе. Теорема Крускала-Катоны.
14. Ортогональные латинские квадраты, задача о расстановке в каре.
15. Ортогональные квадраты и МДР-коды.
16. Ортогональные квадраты и проективные плоскости.
17. Ортогональные квадраты и аффинные плоскости.
18. Комбинаторные схемы, системы Штейнера, аффинные и проективные плоскости.
19. Принцип включений и исключений в дистрибутивной решётке с ранговой функцией.
20. Принцип обращения Мёбиуса в частично упорядоченном множестве.
21. Примеры использования принципа включений и исключений.
22. Примеры использования принципа Мёбиуса.
23. Связь между принципом включений и исключений и принципом Мёбиуса.
24. Производящая функция. Простейшие свойства.
25. Производящая функция для разбиений.
26. Производящая функция. Числа Каталана.

Результаты экзамена определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

11. Учебно-методическое обеспечение

а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «Moodle»

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине (Приложение 1).

12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

а) основная литература:

- Дональд Э. Кнут, Рональд Л. Грэхем, Орен Поташник. Конкретная математика. Математические основы информатики. Вильямс. 2021 г., 784 с.

- Виленкин Н., Виленкин А., Виленкин П. Комбинаторика. МЦНМО. 2019 г., 400 с. – ...

б) дополнительная литература:

- Холл М. Комбинаторика. МИР. 1970 г., 421 с.

- Стенли Р. Перечислительная комбинаторика. Деревья, производящие функции и симметрические функции. МИР. 2017 г., 768 с.

в) ресурсы сети Интернет:

– Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ – <http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>

– Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ – <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>

– ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>

– ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>

– Образовательная платформа Юрайт – <https://urait.ru/>

– ЭБС ZNANIUM.com – <https://znanium.com/>

– ЭБС IPRbooks – <http://www.iprbookshop.ru/>

13. Перечень информационных технологий

а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

– Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office On-eNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);

– публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).

б) информационные справочные системы:

– Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ – <http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>

– Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ – <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>

– ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>

– ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>

– Образовательная платформа Юрайт – <https://urait.ru/>

– ЭБС ZNANIUM.com – <https://znanium.com/>

– ЭБС IPRbooks – <http://www.iprbookshop.ru/>

14. Материально-техническое обеспечение

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения занятий семинарского типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

15. Информация о разработчиках

Останин Сергей Александрович, заведующий кафедрой компьютерной безопасности, канд. техн. наук, доцент.