

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
Геолого-географический факультет

УТВЕРЖДАЮ:  
Декан геолого-географического  
факультета  
  
П.А. Тишин

« 22 » июня 2023 г.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ  
ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**Основы высшей математики**

Направление подготовки  
**05.03.04 – Гидрометеорология**

Профиль подготовки  
**Гидрология  
Метеорология**

Квалификация выпускника  
**Бакалавр**

Форма обучения  
**Очная**

Томск – 2023

Томск – 2023

Фонд оценочных средств соответствует ОС НИ ТГУ по направлению подготовки 05.03.04 Гидрометеорология, учебному плану направления подготовки 05.03.04 Гидрометеорология, направленности (профиля) «Метеорология» и рабочей программе по данной дисциплине.


Полный фонд оценочных средств по дисциплине хранится на кафедре метеорологии и климатологии

Разработчик ФОС:

доцент кафедры общей математики, канд. физико-матем. наук Я.С. Гриншпон

Экспертиза фонда оценочных средств проведена учебно-методической комиссией факультета, протокол № 7 от 22.06.2023 г.

Фонд оценочных средств рассмотрен и утвержден на заседании кафедры метеорологии и климатологии, протокол № 144 от 26.06.2023 г.

Руководитель ОПОП «Гидрометеорология», доцент кафедры метеорологии и климатологии  И.В. Кужевская

## Содержание

1. Пояснительная записка.
2. Карта компетенции с указанием этапов их формирования в процессе освоения дисциплины «Математика».
3. Перечень оценочных средств, используемых для текущей и промежуточной аттестации при освоении дисциплины «Математика»
4. Тестовые задания по дисциплине «Математика»
5. Комплект вопросов к зачетам и экзаменам
6. Критерии оценки результатов изучения дисциплины

### 1. Пояснительная записка

Фонд оценочных средств (ФОС) является элементом системы оценивания уровня сформированности компетенций обучающихся и выпускников, изучающих дисциплину «Картография» основных образовательных программ «Гидрология» и «Метеорология» (уровень бакалавриата).

Цель ФОС является установление соответствия уровня подготовки обучающихся и выпускников требованиям Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 05.03.04 Гидрометеорология.

Задачами ФОС являются:

- контроль и управление процессом приобретения обучающимися необходимых знаний, умений, навыков и уровня сформированности компетенций;
- контроль и управление достижением целей реализации ООП;
- оценка достижений обучающихся в процессе изучения дисциплин с определением результатов и планированием необходимых корректирующих мероприятий;
- обеспечение соответствия результатов обучения задачам будущей профессиональной деятельности.

Используемые ФОС по дисциплине «Математика»:

для проведения текущего контроля – контрольные работы, тестирование.

В результате освоения дисциплины «Математика» у обучающегося формируются следующие компетенции:

- компетенция ОПК-1, I уровень: владение базовыми знаниями в области фундаментальных разделов математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом в гидрометеорологии, для обработки и анализа данных, прогнозирования гидрометеорологических характеристик.

## 2 Карты компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения дисциплины «Математика»

**КАРТА КОМПЕТЕНЦИИ ОПК-1: Выпускник, освоивший программу бакалавриата, должен обладать общепрофессиональными компетенциями: владение базовыми знаниями в области фундаментальных разделов математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом в гидрометеорологии, для обработки и анализа данных, прогнозирования гидрометеорологических характеристик**

Уровень освоения компетенций	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения				
		1	2	3	4	5
<p>Первый этап (базовый) (ОПК-1) – I</p> <p>владение базовыми знаниями в области фундаментальных разделов математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом в гидрометеорологии, для обработки и анализа данных, прогнозирования гидрометеорологических характеристик</p>	<p><b>Знать:</b></p> <p>основные понятия и методы теории множеств, комбинаторного и математического анализа, линейной алгебры, аналитической геометрии теории обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных</p> <p>З (ОПК-1) – I</p>	Отсутствие знаний	Фрагментарные знания	Общие, но не структурированные знания	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания	Сформированные систематические знания
	<p><b>Уметь:</b></p> <p>использовать теоретические знания при решении задач естественно-научного содержания</p> <p>У (ОПК-1) – I</p>	Отсутствие умений	Частично освоенное умение	В целом успешное, но не систематически осуществляемое умение	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение	Сформированное умение
	<p><b>Владеть:</b></p> <p>базовыми знаниями в области фундаментальных разделов математики в объеме, необходимом для обработки и анализа данных, прогнозирования гидрометеорологических характеристик</p> <p>В (ОПК-1) – I</p>	Отсутствие владений	Фрагментарные владения	Общие, но не структурированные владения	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы владения	Уверенное владение

### 3 Перечень оценочных средств, используемых для текущей и промежуточной аттестации при освоении дисциплины «Математика»

Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в ФОС
Тест	Комплекс стандартизированных вопросов, позволяющий автоматизировать процедуру измерения уровня знаний обучающегося	Комплект тестовых заданий
Контрольная работа	Средство контроля, организованное в виде письменного ответа обучающихся на вопросы по заданной теме и рассчитанное на выяснение объема знаний и уровня умений обучающегося по конкретной теме.	Темы контрольных работ

### 4 Тестовые задания по дисциплине «Математика»

#### Типовые контрольные задания для экзамена 1:

##### В.1

- Найдите длину вектора  $\mathbf{AB}$ , если  $A(-1; 5; 2)$ , а  $B(2; 5; -2)$ .
- Вычислите площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a}=2\mathbf{i}+3\mathbf{j}$ ,  $\mathbf{b}=3\mathbf{j}+2\mathbf{k}$ .
- Покажите, что векторы  $\mathbf{a}(2, 5, 7)$ ,  $\mathbf{b}(1, 1, -1)$ ,  $\mathbf{c}(1, 2, 2)$  компланарны.

##### В.2

- Перпендикулярны ли векторы  $\mathbf{a}(3, 2, 1)$  и  $\mathbf{b}(2, -3, 0)$ ?
- Вычислите площадь треугольника с вершинами  $A(2, -1, -2)$ ,  $B(3, 4, 5)$ ,  $C(0, 0, 1)$ .
- Определить, лежат ли точки  $A, B, C, D$  в одной плоскости?  
 $A(2, -1, -2)$ ,  $B(1, 2, 1)$ ,  $C(2, 3, 0)$ ,  $D(5, 0, -6)$ .

##### В.3

Решите систему уравнений методом Крамера и матричным методом:

$$\begin{aligned} 3x+2y+z &= 4 \\ -3x+4y+2z &= -1 \\ -x+y+2z &= 1 \end{aligned}$$

##### В.4

- Напишите уравнение прямой на плоскости, проходящей через точки  $A(1; 3)$  и  $B(8; 6)$ .
- Дан эллипс  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ . Найти полуоси и расстояние между фокусами.

##### В.5

- Параллельны ли прямые а)  $2x+3y-7=0$  и  $2x+3y+9=0$ ; б)  $2x+5y-6=0$  и  $5x+2y-3=0$ ; в)  $3x-5y=0$  и  $6x+10y+5=0$ ?
- Написать уравнение директрисы и найти координаты фокуса параболы  $y^2=4x$ .

##### В.6

Вычислить пределы:  $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{x+1}-3}{x-8}$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(8x)}{3x}$ ,  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - x^7}{5x^7 + x^3}$ ,  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-1}{x+7} \right)^{\frac{x}{12}}$ .

##### В.7

Найти производную функции:  $y = 7x - x^4 + 1$ ,  $y = \sin(12x) + \frac{1}{x}$ ,  $y = \left( \frac{5}{x} + \frac{x}{2} \right)^2$ .

##### В.8

Исследуйте функцию и постройте график:  $y = \frac{x^2}{x+2}$ .

**Типовые контрольные задания для зачета 1:**

1. Непосредственным интегрированием найти  $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt[5]{\sin^2 x}}$
2. Методом интегрирования по частям найти  $\int x^2 \sin 5x dx$
3. Найти интеграл от тригонометрической функции  $\int \operatorname{ctg}^3 x dx$
4. Найти интеграл от рациональной функции  $\int \frac{x^3}{x^2 + 2x - 3} dx$
5. Найти интеграл от иррациональной функции  $\int \frac{x+2}{\sqrt{x^2 + 4x + 6}} dx$
6. Вычислить определенный интеграл  $\int_{-2}^{-1} \frac{dx}{(11+5x)^3}$
7. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = (x-2)^2$  и  $y = 4x-8$ .

**Типовые контрольные задания для эзачета 2:**

1. Запишите разложение функции  $f(x, y) = \frac{x^2}{x+3y}$  по формуле Тейлора второго порядка в окрестности точки (2; 1).

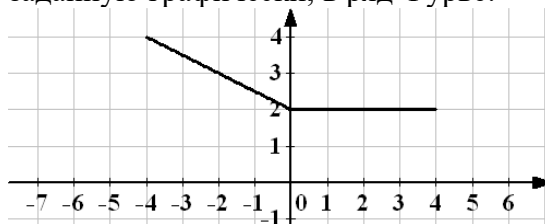
2. Исследуйте на экстремумы функцию  $z = 3x^2y - y^4 - x^3$ .

3. Найдите радиус и область сходимости степенного ряда:

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^n}{n \cdot 4^n}$       б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)!!}{(2n)!!} x^n$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_0^1 x^3 \cos x^4 dx$  с точностью до 0,01.

5. Разложите функцию, заданную графически, в ряд Фурье:



6. Вычислите криволинейный интеграл  $\int_L y^2 dl$ , где  $L$  — арка циклоиды  $x = a(t - \sin t)$ ,  $y = a \cos t$ .

7. Вычислите криволинейный интеграл  $\int_L y^2 dx + x dy$ , где кривая  $L$  задана уравнением  $y = \sqrt{1-x^2}$ .

8. Вычислите двойной интеграл  $\iint_D xy^3 dx dy$ , если область  $D$  ограничена кривыми  $y = \frac{3}{4}x^2$  и  $y = \frac{3}{2}x$ .

9. Вычислите в полярных координатах двойной интеграл  $\iint_D (x+y) dx dy$ , если область  $D$  задается неравенствами  $x^2 + y^2 \leq 9$ ,  $y \leq x$ .

10. Вычислите тройной интеграл  $\iiint_D xy dx dy dz$ , если область  $D$  ограничена поверхностями  $z = xy$ ,  $x + y = 1$ ,  $z = 0$ .

### Типовые контрольные задания для экзамена 2:

1. Найдите  $\operatorname{Re} z$  и  $\operatorname{Im} z$ , если  $z = \frac{2-i^5}{6-8i} - \frac{3i^8+4i}{2+i^3}$ .

2. Вычислите  $\left(\frac{\sqrt{3}-i}{2}\right)^{24}$ , используя тригонометрическую форму записи.

3. Найдите все комплексные значения  $\sqrt[3]{-27}$ .

4. Выведите формулу  $\cos 5x$  с помощью комплексных чисел.

6. Решите задачу Коши  $\begin{cases} y'(x^2 - 4) = 2xy \\ y(0) = 1 \end{cases}$ .

7. Найдите общее решение дифференциального уравнения  $y'x + y + x^2y^2 = 0$ .

8. Найдите общее решение линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами  $y'' - 2y' + 5y = 5x$ .

## 5 Комплект вопросов к зачетам и экзаменам

Экзамены и зачеты проводятся в виде устного собеседования. Экзамен предполагает получение студентом дифференцированных отметок «отлично», «хорошо», «удовлетворительно». Зачет предполагает получение студентом недифференцированной отметки «зачтено». Для получения отметок «зачтено», «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» студенту необходимо набрать в результате устной беседы от 3 до 5 баллов.

### Вопросы к экзамену 1

#### ТЕМА 1: Элементы линейной алгебры.

1. Матрицы, операции над матрицами.
2. Определители, формулировки свойств. Теорема о разложении.
3. Системы линейных уравнений. Запись системы в матричном виде. Однородные и неоднородные системы линейных уравнений. Решение системы линейных уравнений.
4. Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы. Теорема о совместности системы линейных уравнений.
5. Решение систем линейных уравнений методом Крамера, методом Гаусса, матричным методом.

#### ТЕМА 2: Векторная алгебра.

1. Понятие вектора. Линейные операции над векторами. Проекция вектора на ось. Координаты вектора. Направляющие косинусы.
2. Скалярное произведение и его свойства.
3. Векторное произведение и его свойства.
4. Смешанное произведение и его свойства.

#### ТЕМА 3: Начала аналитической геометрии на плоскости

1. Линия на плоскости и ее уравнение. Две основные задачи аналитической геометрии. Основной метод аналитической геометрии.
2. Прямоугольная система координат на плоскости, преобразование координат, расстояние между двумя точками, деление отрезка в данном отношении. Полярная система координат.
3. Общее уравнение прямой на плоскости, уравнение прямой в отрезках, уравнение прямой с угловым коэффициентом, проходящей через заданную точку в данном направлении, проходящей через две точки, нормальное уравнение прямой. Угол между двумя прямыми, условия перпендикулярности и параллельности двух прямых.
4. Канонические уравнения эллипса, гиперболы, параболы, окружности, исследование этих уравнений и построение кривых, асимптоты гиперболы.

#### ТЕМА 4: Предел и непрерывность функции.

1. Понятие функции, графическое изображение. Основные элементарные функции и их графики:  $y = x^n$ ,  $y = \sqrt[n]{x}$ ,  $y = \frac{1}{x}$ ,  $y = a^x$ ,  $y = \log_a x$ ,  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ ,  $y = \operatorname{tg} x$ ,  $y = \operatorname{ctg} x$ ,  $y = \arcsin x$ ,  $y = \arccos x$ ,  $y = \operatorname{arctg} x$ ,  $y = \operatorname{arcctg} x$ .
2. Понятие предела функции при  $x \rightarrow x_0$ ,  $x \rightarrow \infty$ . Односторонние пределы. Теоремы о пределах суммы, произведения, частного двух функций. Первый замечательный предел.
3. Определение бесконечно малой функции при  $x \rightarrow x_0$ ,  $x \rightarrow \infty$ . Теорема о связи бесконечно малой функции и предела, формулировки теорем о сумме и произведении бесконечно малых функций, о произведении бесконечно малой и ограниченной функции. Сравнение бесконечно малых.
4. Предел числовой последовательности. Бесконечно большие и бесконечно малые последовательности. Теорема Вейерштрасса о существовании предела монотонной ограниченной последовательности.
5. Число  $e$ . Второй замечательный предел. Следствия из второго замечательного предела.
6. Непрерывность функции, связь с пределом. Непрерывность функции на отрезке  $[a, b]$  справа и слева. Непрерывность суммы, произведения, частного двух непрерывных функций. Формулировка теоремы о непрерывности элементарной функции, применение к нахождению пределов.
7. Формулировка теорем о знакопостоянстве, о промежуточном значении, об ограниченности, о существовании наибольших и наименьших значений на ограниченном промежутке непрерывной функции.

#### ТЕМА 5: Дифференцирование

1. Понятие производной функции. Геометрический и физический смысл производной. Производная суммы, произведения, частного. Производная обратной функции, композиции функций. Таблица производных.
2. Производные функций, заданных неявно и параметрически, логарифмическая производная.
3. Дифференциал как линейная часть приращения. Формулировки теорем о дифференциалах суммы, произведения, частного, композиции функций. Связь дифференциала с производной.
4. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора. Формулировки теорем о дифференцируемых функциях (формула конечных



приращений Лагранжа, теоремы Ролля, Ферма, теоремы о постоянстве, о возрастании и убывании, теорема Лопитала

- Исследование функции на экстремум, условия постоянства и монотонности функции, необходимое и достаточное условия экстремума. Исследование функции на выпуклость и вогнутость. Точки перегиба. Асимптоты.
- Полное исследование функции. Построение эскиза графика.

### Вопросы к зачету 1

#### ТЕМА 6: Интегрирование

- Понятие первообразной функции, примеры, теорема о множестве первообразных. Формулировка теоремы о существовании первообразной у непрерывной функции.
- Неопределенный интеграл, свойства: производная и дифференциал от интеграла, интеграл от дифференциала, интеграл от линейной комбинации функций.
- Замена переменной и интегрирование по частям в неопределенном интеграле.
- Интегралы вида:  $\int \sin(ax)\cos(bx)dx$ ,  $\int \cos(ax)\cos(bx)dx$ ,  $\int \sin(ax)\sin(bx)dx$ ,  $\int \sin^n dx$ ,  $\int \cos^n dx$ .
- Интегралы вида:  $\int x^n \ln x dx$ ,  $\int x^n e^{bx} dx$ ,  $\int x^n \cos(ax) dx$ ,  $\int x^n \sin(ax) dx$ ,  $\int x^n \arctg x dx$ ,  $\int x^n \arcsin x dx$ ,  
 $\int \frac{(Mx+N)dx}{x^2+px+q}$ ,  $\int \frac{(Mx+N)dx}{\sqrt{ax^2+bx+c}}$ .
- Определенный интеграл, геометрический смысл.
- Свойства определенного интеграла.
- Формулировка теоремы Ньютона-Лейбница, теорема о среднем.
- Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.
- Приближенное вычисление определенного интеграла.
- Вычисление площади плоской области, границы которой заданы декартовыми, полярными координатами и параметрически.
- Вычисление длины дуги плоской кривой.
- Вычисление объемов и площадей поверхностей тел вращения.
- Несобственные интегралы 1-го и 2-го рода.

### Вопросы к зачету 2

#### ТЕМА 7: Функции нескольких переменных

- Функции нескольких переменных (ФНП). Область определения, линии уровня. Четность и периодичность по совокупности переменных и по каждой переменной в отдельности.
- Предел, непрерывность, точки и поверхности разрыва ФНП.
- Дифференцирование ФНП. Частные производные и полный дифференциал, его геометрический смысл.
- Частные производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора.
- Неявные функции, их дифференцирование.
- Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
- Экстремум ФНП: необходимое и достаточное условия.

#### ТЕМА 8: Числовые и функциональные ряды

- Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости.
- Ряды с положительными членами, и их признаки сходимости.
- Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость.

4. Функциональные ряды. Область их (абсолютной) сходимости.
5. Степенные ряды. Радиус сходимости.
6. Ряд Тейлора и его применение для приближенных вычислений.
7. Ряды Фурье. Коэффициенты Эйлера-Фурье.
8. Интеграл Фурье. Косинус- и синус-преобразования Фурье.

#### **ТЕМА 9: Интегральное исчисление функций многих переменных**

1. Криволинейные интегралы 1-го и 2-го рода. Их свойства и вычисление.
2. Двойные интегралы. Их свойства и вычисление в декартовых и полярных координатах.
3. Поверхностные интегралы. Их свойства и вычисление. Площадь поверхности.
4. Тройные интегралы. Их свойства и вычисление в декартовых, цилиндрических и сферических координатах.
5. Основные формулы интегрального исчисления ФНП: формулы Грина, Гаусса-Остроградского и Стокса.
6. Скалярные и векторные поля, их основные характеристики. Градиент, циркуляция, ротор, дивергенция. Специальные поля и их свойства.

#### **Вопросы к экзамену 2**

#### **ТЕМА 10: Комплексные числа.**

1. Комплексные числа и их формы записи.
2. Действия над комплексными числами.
3. Функции комплексного переменного, их предел и непрерывность.
4. Формула Эйлера, применение при выводе тригонометрических формул.

#### **ТЕМА 11: Обыкновенные дифференциальные уравнения.**

1. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Общее и частное решения. Интегральные кривые.
2. Уравнения первого порядка. Существование и единственность решения (задача Коши).
3. Основные классы уравнений первого порядка, интегрируемых в квадратурах.
4. Обыкновенные дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.
5. Линейные дифференциальные уравнения. Общее решение. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.
6. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами с правой частью специального вида.
7. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

#### **6 Критерии оценки результатов изучения дисциплины**

Для промежуточной аттестации проводятся зачеты и экзамены в виде устной беседы.

Поскольку освоение дисциплины предполагает получение студентом не только общих теоретических знаний, то на прохождение промежуточной успеваемости влияют результаты текущей работы студента. Программа предполагает выполнение следующих видов работ: посещение лекционных и практических занятий, выполнение практических работ, написание контрольных работ, тестирование.

Экзамены и зачеты проводятся устно. Состоят из 2-х вопросов и задачи.

#### **Критерии оценивания на экзамене и зачете:**

- оценка «отлично» выставляется студенту, если студент ответил на оба вопроса, дал исчерпывающие ответы, привел полное доказательство каждого утверждения, смог

ответить на дополнительные вопросы по материалу, вынесенному на зачет;

- оценка «хорошо» выставляется студенту, если студент ответил на оба вопроса, привел полное доказательство каждого утверждения с помощью наводящих вопросов, смог ответить на дополнительные вопросы по материалу, вынесенному на зачет;

- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если студент ответил на один из вопросов билета, сформулировал все основные определения и теоремы, входящие в оба вопроса билета, смог ответить на дополнительные вопросы по основному материалу, вынесенному на зачет;

- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если студент не смог ответить на оба вопроса, не смог ответить на основные вопросы по материалу, вынесенному на зачет.