

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Институт прикладной математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ:
Директор


А. В. Замятин
« 20 23 » г.

Рабочая программа дисциплины

Дополнительные главы математической статистики

по направлению подготовки

01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) подготовки:

Математические методы в цифровой экономике

Форма обучения

Очная

Квалификация

Бакалавр

Год приема

2023

Код дисциплины в учебном плане: Б1.В.02.ДВ.01.02

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ОП

 К.И. Лившиц

Председатель УМК

 С.П. Сущенко

Томск – 2023

1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

– ОПК-1 – Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности;

– ОПК-2 – Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач;

– ОПК-3 – Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности;

– ОПК-4 – Способен понимать принципы работы современных информационных технологий и использовать их для решения задач профессиональной деятельности;

– ПК-1 – Способен осуществлять научно-исследовательские и опытно-конструкторские разработки как по отдельным разделам темы, так и при исследовании самостоятельных тем;

– ПК-2 – Способен анализировать и оценивать риски, разрабатывать отдельные функциональные направления управления рисками.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК-1.1. Демонстрирует навыки работы с учебной литературой по основным естественнонаучным и математическим дисциплинам.

ИОПК-1.2. Демонстрирует навыки выполнения стандартных действий, решения типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых математических и естественнонаучных дисциплин.

ИОПК-2.3. Демонстрирует умение отбора среди существующих математических методов, наиболее подходящих для решения конкретной прикладной задачи.

ИОПК-3.1. Демонстрирует навыки применения современного математического аппарата для построения адекватных математических моделей реальных процессов, объектов и систем в своей предметной области.

ИОПК-3.2. Демонстрирует умение собирать и обрабатывать статистические, экспериментальные, теоретические и т.п. данные для построения математических моделей, расчетов и конкретных практических выводов.

ИОПК-4.3. Использует современные информационные технологии на всех этапах решения задач профессиональной деятельности.

ИПК-1.1. Осуществляет проведение работ по обработке и анализу научно-технической информации и результатов исследований.

ИПК-2.2. Собирает и обрабатывает аналитическую информацию для анализа и оценки рисков.

2. Задачи освоения дисциплины

– Освоить методы привлечения дополнительной (априорной) информации в структуру статистических оценок вероятностных характеристик случайных величин, математический аппарат исследования свойств оценок.

– Научиться строить статистические оценки с учетом дополнительной априорной информации с целью повышения точности оценивания и применять их для решения практических задач профессиональной деятельности.

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений, предлагается обучающимся на выбор. Дисциплина входит в модуль «Математика».

4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине

Восьмой семестр, экзамен.

5. Входные требования для освоения дисциплины

Для успешного освоения дисциплины требуются результаты обучения по следующим дисциплинам: «Математический анализ», «Линейная алгебра», «Теория вероятностей», «Математическая статистика».

6. Язык реализации

Русский.

7. Объем дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 часов, из которых:

-лекции: 16 ч.

-лабораторные: 16 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

8. Содержание дисциплины, структурированное по темам

Тема 1. Условное оценивание функционалов при несмещенных априорных условиях.

Учет априорной информации методом коррелированных процессов. Структура оптимальной оценки. Оценки, основанные на U-статистиках. Оценки, как функционалы Мизеса. Построение адаптивных оценок. Асимптотические свойства оценок.

Тема 2. Условное оценивание функционалов при смещенных априорных условиях

Структура оптимальной оценки. Оценки, основанные на U-статистиках. Оценки, как функционалы Мизеса. Построение адаптивных оценок. Асимптотические свойства оценок.

Тема 3. Комбинированная оценка вероятности с учетом априорной догадки. Выборка с возвращением.

Адаптивные комбинированные оценки вероятности. Адаптивная оценка №1. Адаптивная оценка №2. Адаптивная оценка №3. Адаптивная оценка №4. Анализ математического ожидания и СКО комбинированных адаптивных оценок вероятности при конечном объеме наблюдений. Адаптивные оценки k-го порядка линейного функционала от распределения вероятностей, их асимптотические свойства.

Тема 4. Комбинированной оценки доли с учетом априорной догадки. Выборка без возвращения.

Адаптивные комбинированные оценки доли. Адаптивная оценка №1. Адаптивная оценка №2. Адаптивная оценка №3. Адаптивная оценка №4.

Анализ математического ожидания и СКО комбинированных адаптивных оценок доли при конечном объеме наблюдений.

Лабораторная №1 (Задание)

- 1) Провести моделирование выборки с возвращением для конечного объема n . Оценить неизвестную вероятность по классической схеме. Построить соответствующие графики для математического ожидания и дисперсии оценки.
- 2) К построенной выборке с возвращением применить оптимальную комбинированную оценку неизвестной вероятности с привлечением дополнительной информации. Провести анализ данной оценки. Построить соответствующие графики для математического ожидания и дисперсии оценки.

Провести анализ адаптивных комбинированных оценок №1 и №2. Смоделировать полученный результат. Построить соответствующие графики для математического ожидания и дисперсии.

Лабораторная №2 (Задание)

- 1) Найти математическое ожидание и СКО адаптивных оценок №3 и №4, предварительно вычислив $\Psi_3(k, n, p_a), \Psi_4(k, n, p_a)$.
- 2) Провести анализ адаптивных комбинированных оценок №3 и №4. Смоделировать полученный результат. Построить соответствующие графики для математического ожидания и дисперсии оценки.
- 3) Сравнить математическое ожидание полученных ранее оценок (классическая, оптимальная, адаптивные комбинированные оценки №1,2,3,4), при изменении основных параметров модели. Сделать выводы. Построить соответствующие графики.
- 4) Сравнить СКО оценок, полученных ранее (классическая, оптимальная, адаптивные комбинированные оценки №1,2,3,4), при изменении основных параметров модели. При анализе использовать отношения (16). Сделать выводы. Построить соответствующие графики.
- 5) По полученным из пункта 4) данным выделить интервалы улучшения качества оценок в зависимости от параметров модели. Соответствующие результаты представить в виде таблицы для каждой комбинированной оценки отдельно.

Примечание. Для каждой таблицы взять значения $p_a = 0, 0.1, 0.2, \dots, 1$ и $n = 10$.

Лабораторная №3 (Задание)

- 1) Провести моделирование выборки без возвращения для конечного объема n из генеральной совокупности объема N . Оценить неизвестную долю по классической схеме. Построить соответствующие графики для математического ожидания и дисперсии оценки.
- 2) К построенной выборке без возвращения применить оптимальную комбинированную оценку неизвестной доли с привлечением дополнительной информации. Провести анализ данной оценки. Построить соответствующие графики для математического ожидания и дисперсии оценки.
- 3) Найти математическое ожидание и СКО адаптивных оценок №1 и №2, предварительно вычислив $\Psi_1(N, k, n, p_a), \Psi_2(N, k, n, p_a)$.
- 4) Провести анализ адаптивных комбинированных оценок №1 и №2. Смоделировать полученный результат. Построить соответствующие графики для математического ожидания и дисперсии оценки.

Лабораторная №4 (Задание)

- 1) Найти математическое ожидание и СКО адаптивных оценок №3 и №4, предварительно вычислив $\Psi_3(N, k, n, p_a), \Psi_4(N, k, n, p_a)$.
- 2) Провести анализ адаптивных комбинированных оценок №3 и №4. Смоделировать полученный результат. Построить соответствующие графики для математического ожидания и дисперсии оценки.
- 3) Сравнить математическое ожидание полученных ранее оценок (классическая, оптимальная, адаптивные комбинированные оценки доли №1,2,3,4), при изменении основных параметров модели. Сделать выводы. Построить соответствующие графики.
- 4) Сравнить СКО оценок, полученных ранее (классическая, оптимальная, адаптивные комбинированные оценки доли №1,2,3,4), при изменении основных параметров модели. При анализе использовать отношения (26). Построить соответствующие графики.
- 5) По полученным из пункта 4) данным выделить интервалы улучшения качества оценок в зависимости от параметров модели. Соответствующие результаты представить в виде таблицы для каждой комбинированной оценки отдельно.

Примечание. Для каждой таблицы взять значения $p_a = 0,5$ и $n = 10$, $N = 40$.

Лабораторная №5 (Задание)

- 1) Найти математическое ожидание и СКО k - адаптивных оценок, предварительно вычислив $\Psi_k(i, n, p_a)$.
- 2) Провести анализ k - адаптивных комбинированных оценок. Смоделировать полученный результат. Построить соответствующие графики для математического ожидания и дисперсии оценок.
- 3) Сравнить СКО k - адаптивных комбинированных оценок при изменении основных параметров модели k, n, p_a . При анализе использовать отношения (7). Построить соответствующие графики. Сделать выводы.

Лабораторная №6 (Задание)

- 1) Найти математическое ожидание и СКО адаптивных оценок доли №1 и №2, предварительно вычислив $\Psi_3(N, k, n, p_a)$, $\Psi_4(N, k, n, p_a)$.
- 2) Провести анализ адаптивных комбинированных оценок. Смоделировать полученный результат. Построить соответствующие графики для математического ожидания и дисперсии оценки.
- 3) Сравнить СКО адаптивных оценок при изменении основных параметров модели. При анализе использовать отношения (11) и (12). Построить соответствующие графики.
- 4) По полученным из лабораторной №5 данным сравнить k – адаптивные оценки с оценками, полученными в данной лабораторной. Соответствующие результаты представить в виде графика отношений СКО. Сделать выводы.

9. Текущий контроль по дисциплине

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проведения контрольных работ, тестов по лекционному материалу, выполнения домашних заданий и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

Экзамен в восьмом семестре проводится в письменной форме по билетам. Экзаменационный билет состоит из трех вопросов. Продолжительность экзамена 1,5 часа.

Первый вопрос представляет собой теоретическую часть курса, излагается в развернутой форме, проверяет ИУК-1.1.

Ответы на вопросы со второго по третий предполагают решение задач в развернутой форме, краткую интерпретацию полученных результатов и проверяют ИОПК-2.2 и ИПК-3.3

Примерный перечень теоретических вопросов

1. Вопрос 1. Виды дополнительной априорной информации при обработке статистических данных.
2. Вопрос 2. Условное оценивание функционалов при несмещенных априорных условиях.
3. Вопрос 3. Учет априорной информации методом коррелированных процессов.
4. Вопрос 4. Структура оптимальной оценки линейного функционала с учетом дополнительной информации.
5. Вопрос 5. Оценки с учетом дополнительной информации, основанные на U -статистиках.
6. Вопрос 6. Оценки с учетом дополнительной информации, как функционалы Мизеса.

7. Вопрос 7. Методы построения адаптивных оценок линейных функционалов с учетом дополнительной информации.

8. Вопрос 8. k – адаптивные оценки функционалов с учетом дополнительной информации.

9. Вопрос 9. Асимптотические свойства адаптивных оценок.

10. Вопрос 10. Оценивание вероятности с учетом априорной догадки.

11. Вопрос 11. Методы построения адаптивных оценок вероятности с учетом априорной догадки.

Примеры задач:

1. Задача 1.

Дано: T – продолжительность безотказной работы элемента с функцией распределения $F(t)$, а T_1, \dots, T_n – результаты наблюдений моментов отказов однородной группы из n элементов.

Требуется: построить оценку для функции распределения

$$\theta = F(z) = \int c(z-t)dF(t)$$

при условии, что функционал

$$b(F) = F(z_1) = \int c(z_1-t)dF(t) = \beta.$$

2. Задача 2

Дано: T – продолжительность безотказной работы элемента с функцией распределения $F(t)$, а T_1, \dots, T_n – результаты наблюдений моментов отказов однородной группы из n элементов.

Требуется: построить оценку для функции распределения

$$\theta = F(z) = \int c(z-t)dF(t)$$

при условии, что функционал

$$b(F) = F(z_1) = \int c(z_1-t)dF(t) \in \{\beta_1, \beta_2\}.$$

Указание: использовать при построении U-статистику.

3. Задача 3

Дано: T – продолжительность безотказной работы элемента с функцией распределения $F(t)$, а T_1, \dots, T_n – результаты наблюдений моментов отказов однородной группы из n элементов.

Требуется: построить оценку для функции распределения

$$\theta = F(z) = \int c(z-t)dF(t)$$

при условии, что функционал

$$b(F) = F(z_1) = \int c(z_1-t)dF(t) \in \{\beta_1, \beta_2\}.$$

Указание: использовать при построении функционалы Мизеса.

4. Задача 4

Дано: T – продолжительность безотказной работы элемента с функцией распределения $F(t)$, а T_1, \dots, T_n – результаты наблюдений моментов отказов однородной группы из n элементов.

Требуется: построить оценку для функции распределения

$$\theta = F(z) = \int c(z-t)dF(t)$$

при условии, что математическое ожидание $ET_1 = b(F) = \int tdF(t) \in \{\beta_1, \beta_2\}$.

Указание: использовать при построении U-статистику.

5. Задача 5

Дано: T – продолжительность безотказной работы элемента с функцией распределения $F(t)$, а T_1, \dots, T_n – результаты наблюдений моментов отказов однородной группы из n элементов.

Требуется: построить оценку для функции распределения

$$\theta = F(z) = \int c(z-t)dF(t)$$

при условии, что математическое ожидание $ET_1 = b(F) = \int tdF(t) \in \{\beta_1, \beta_2\}$.

Указание: использовать при построении функционалы Мизеса.

б. Задача 6

Дано: Пусть X_1, X_2, \dots, X_n - независимые результаты эксперимента (выборка) объема n , а $P = P(B)$ - вероятность некоторого события B , которое может наступить в данном эксперименте. Пусть p_a - априорная догадка, которая выступает в качестве возможного значения вероятности P .

Требуется: построить оценку для неизвестной вероятности P , учитывающей совместно непараметрическую оценку $\hat{P} = \hat{P}(B) = n^{-1} \sum_{i=1}^n I_B(X_i)$ и p_a ,

Указание: критерием качества оценки взять среднеквадратическую ошибку (СКО).

Результаты экзамена определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Необходимым условием получения положительной оценки является выполнение всех запланированных лабораторных работ.

Оценка «отлично» ставится при полных ответах на все вопросы экзаменационного билета.

Оценка «хорошо» ставится при полных ответах на вопросы экзаменационного билета кроме одного (любого) вопроса.

Оценка «удовлетворительно» ставится при полных ответах на вопросы экзаменационного билета кроме двух (любых) вопросов.

Оценка «неудовлетворительно» ставится при не ответах на вопросы экзаменационного билета.

Текущий контроль влияет на промежуточную аттестацию при возникновении пограничной ситуации в оценках. Студент получает оценку выше, если он был аттестован при текущем контроле и оценку ниже, если был не аттестован.

11. Учебно-методическое обеспечение

а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «Moodle».

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине (Приложение 1).

в) Методические указания по проведению лабораторных работ.

г) Методические указания по организации самостоятельной работы студентов.

12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

а) основная литература:

– Дмитриев Ю.Г., Кошкин Г.М. Влияние учета дополнительной информации на точность оценивания характеристик функции надежности при конечном объеме наблюдений // Известия вузов. Физика. 2019. Т. 62, № 4. С. 82-88.

– Dmitriev Y.G., Koshkin G.M. Nonparametric estimators of probability characteristics using unbiased prior conditions // Statistical Papers. 2018. Vol. 59, № 4. P. 1559-1575.

– Дмитриев Ю.Г., Кошечая Т.О. Оценки вероятности с учетом априорных догадок // Известия вузов. Физика. 2016. Т. 59, № 8/2. С. 25-28.

– Dmitriev Yu., Tarassenko P., and Ustinov Yu. On Estimation of Linear Functional by Utilizing a Prior Guess // A. Dudin et al. (Eds.): ITMM 2014, CCIS 487. – 2014. – P. 82-90.

б) дополнительная литература:

– Дмитриев Ю.Г., Устинов Ю.К. Статистическое оценивание распределений вероятности с использованием дополнительной информации. – Томск: Из-во Том. ун-та, 1988. – 194 с.

- в) ресурсы сети Интернет:
 - открытые онлайн-курсы
 - Журнал «Эксперт» - <http://www.expert.ru>
 - Официальный сайт Федеральной службы государственной статистики РФ - www.gsk.ru
 - Официальный сайт Всемирного банка - www.worldbank.org
 - Общероссийская Сеть КонсультантПлюс Справочная правовая система. <http://www.consultant.ru>

13. Перечень информационных технологий

- а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:
 - Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office OneNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);
 - публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).
- б) информационные справочные системы:
 - Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ – <http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>
 - Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ – <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>
 - ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>
 - ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>
 - Образовательная платформа Юрайт – <https://urait.ru/>
 - ЭБС ZNANIUM.com – <https://znanium.com/>
 - ЭБС IPRbooks – <http://www.iprbookshop.ru/>
- в) профессиональные базы данных (*при наличии*):
 - Университетская информационная система РОССИЯ – <https://uisrussia.msu.ru/>
 - Единая межведомственная информационно-статистическая система (ЕМИСС) – <https://www.fedstat.ru/>

14. Материально-техническое обеспечение

- Аудитории для проведения занятий лекционного типа.
- Аудитории для проведения индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.
- Помещения для проведения лабораторных работ и самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

15. Информация о разработчиках

Дмитриев Юрий Глебович, д-р физ.-мат. наук, доцент, профессор кафедры системного анализа и математического моделирования института прикладной математики и компьютерных наук НИ ТГУ.

Бахчаева Мария Андреевна, ассистент кафедры системного анализа и математического моделирования института прикладной математики и компьютерных наук НИ ТГУ.