

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ:
Декан ММФ ТГУ
Л. В. Гензе

Рабочая программа дисциплины

Математическая теория опционов

по направлениям подготовки

01.03.01 Математика

02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленности (профили) подготовки :

Основы научно-исследовательской деятельности в области математики
Основы научно-исследовательской деятельности в области математики и
компьютерных наук

Форма обучения

Очная

Квалификация

Бакалавр

Год приема

2023

СОГЛАСОВАНО:
Руководитель ОП
Л. В. Гензе

Председатель УМК
Е.А. Тарасов

Томск – 2023

1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-4 Способен проводить под научным руководством исследование на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности.

ПК-1 Способен проводить научно-исследовательские разработки по отдельным разделам выбранной темы.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК 4.1 Проводит поиск и обработку научной и научно-технической информации, необходимой для решения исследовательских задач

ИОПК 4.2 Оценивает полученные результаты и формулирует выводы по итогам проведенных исследований

ИПК 1.1 Проводит работы по обработке и анализу научно-технической информации и результатов исследований

ИПК 1.2 Подготавливает планы и программы проведения отдельных этапов научно-исследовательской работы

ИПК 1.3 Проводит отдельные этапы научно-исследовательской работы

2. Задачи освоения дисциплины

– Научиться выбирать учебные и научные источники информации по разделам дисциплины (ИОПК 4.1, ИПК 1.1).

– Освоить основные типы опционов и методы их расчетов (ИПК 1.1, ИПК 1.3).

– Научиться решать задачи вычислительного и теоретического характера для анализа опционов (ИОПК 4.2, ИПК 1.2 – 1.3).

– Владеть стохастическими методами и моделями, используемыми в математическом анализе опционов (ИОПК 4.2, ИПК 1.2 – 1.3).

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к Блоку 1 «Дисциплина (модули)».

Дисциплина относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений, предлагается обучающимся на выбор.

4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине

Седьмой семестр, зачет

5. Входные требования для освоения дисциплины

Для успешного освоения дисциплины требуются результаты обучения по следующим дисциплинам: математический анализ, функциональный анализ, теория вероятностей, теория случайных процессов.

6. Язык реализации

Русский

7. Объем дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 з.е., 72 часов, из которых:

-практические занятия: 32 ч.

в том числе практическая подготовка: 32 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

8. Содержание дисциплины, структурированное по темам

Тема 1. Мартингалы в теории опционов (ИОПК 4.1, ИПК 1.1, 1.3)

Опционы: определение, классификация. Финансовые рынки. Платежные функции. Теорема Гирсанова. Ценообразование опционов.

Тема 2. Модель Кокса-Росса-Рубинштейна (ИОПК 4.2, ИПК 1.1 - 1.3)

Биномиальные модели с дискретным временем. Определение модели КРР. Расчет справедливых цен и хеджирующих стратегий для опционов купли и продажи европейского и американского типов.

Тема 3. Модель Блэка-Шоулса (ИОПК 4.2, ИПК 1.1 - 1.3)

СДУ. Определение модели БШ. Расчет справедливых цен и хеджирующих стратегий для опционов купли и продажи европейского типа в модели БШ.

9. Текущий контроль по дисциплине

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проведения контрольных работ и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

Зачет в седьмом семестре проводится в письменной форме по билетам. Билет содержит теоретический вопрос и две задачи. Продолжительность зачета 1,5 часа.

Примерный перечень теоретических вопросов

1. Дать определение финансового рынка КРР.
2. Дать определение самофинансируемых стратегий.
3. Сформулировать задачу хеджирования европейского типа. Дать определение справедливой инвестиционной стоимости европейского типа.
4. Доказать теорему о существовании и единственности мартингального представления для модели КРР.
5. Доказать теорему о расчете мартингального представления для модели КРР.
6. Рассчитать стоимость опционов европейского типа.
7. Вывести формулу Кокса-Росса-Рубинштейна.
8. Привести практическую интерпретацию минимального хеджа на примере рынка валют.
9. Сформулировать задачу хеджирования американского типа. Дать определение справедливой инвестиционной стоимости американского типа.
10. Сформулировать задачу об оптимальной остановке и применить ее к расчету инвестиционной стоимости американского типа.
11. Построить хеджирующие стратегии американского типа.
12. Дать определение общей модели (B, S) – рынка. Дать определение мартингальных мер.
13. Дать определение арбитражных стратегий и сформулировать арбитражную теорему Харисона — Плиски.
14. Доказать необходимость в теореме Харисона — Плиски.
15. Доказать теорему о существовании и единственности мартингального представления для модели БШ.
16. Доказать теорему о расчете мартингального представления для модели БШ.
17. Рассчитать стоимость опционов европейского типа на рынках БШ.
18. Вывести формулу Блэка-Шоулса.

Примеры задач:

1. Построить вероятностное пространство для модели Кокса – Росса – Рубинштейна.

2. Рассчитать стоимость экстремального опциона купли европейского типа для симметричного рынка и $N=2$.
3. Построить мартингальное представление для европейского опциона купли для симметричного рынка и $N=3$.
4. Рассчитать стоимость экстремального опциона продажи европейского типа для симметричных рынков и $N=2$.
5. Рассчитать стоимость азиатского опциона купли европейского типа для симметричных рынков и $N=2$.
6. Рассчитать стоимость экстремального опциона купли европейского типа для симметричных рынков и $N=2$.
7. Рассчитать стоимость азиатского опциона продажи европейского типа для симметричных рынков и $N=2$.
8. Построить хеджирующую стратегию для азиатского опциона продажи европейского типа и $N=1$.
9. Дать определение задачи хеджирования американского типа. Дать определение стоимости американского опциона.
10. Построить огибающую Снелля для платежной функции азиатского опциона продажи американского типа для симметричных рынков и для $N=2$.
11. Рассчитать стоимость азиатского опциона продажи американского типа для симметричных рынков и для $N=2$.

Результаты зачета определяются оценками «зачтено», «не зачтено»,
Критерии оценивания зачета

Не зачтено	Зачтено	
Дан неправильный ответ, однозначно неправильная трактовка темы и/или неверно решены задачи.	В целом дан правильный ответ на вопрос, но он изложен поверхностно и с нарушением логики изложения. Знание минимума литературы. Задачи решены с ошибками.	Дан правильный ответ на вопрос, но не все изложено развернуто и логически структурировано. Знание основной литературы. Задачи решены верно. Дан правильный и развернутый ответ на вопрос. Студент четко и логично изложил свой ответ на поставленный в билете вопрос. Знание основной и дополнительной литературы. Задачи решены верно.

11. Учебно-методическое обеспечение

а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «Moodle» - <https://moodle.tsu.ru/course/view.php?id=8912>

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.

12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

а) основная литература:

1. Воронцовский А.В. Современные теории рынка капитала, Москва: Экономика, 2010, 717 с.

2. Романовский М.Ю., Романовский Ю.М. Введение в эконофизику. Статистические и динамические модели. – М.: Изд-во «РХД», 2007.

3. Ширяев А.Н. Основы стохастической финансовой математики. М.: ФАЗИС, 2008.- Т.1,2.
4. Ширяев А.Н. Вероятность - 1. Элементарная теория вероятностей. Математические основания. Предельные теоремы. М.: Изд-во МЦНМО, 2011, 551 с.
5. Ширяев А.Н. Вероятность - 2. Суммы и последовательности случайных величин - стационарные, мартингалы, марковские цепи. М.: Изд-во МЦНМО, 2011, 553-967 с.

б) дополнительная литература:

1. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения, М.: Кнорус , 2013, 478 с.
2. Зубков А.М., Севастьянов Б.А., Чистяков В.П. Сборник задач по теории вероятностей. Санкт-Петербург: Лань , 2016, 317 с.
3. Пергаменщиков С.М., Пчелинцев Е.А. Stochastic modelling for the financial markets. Томск: ИД ТГУ, 2017.
4. Рохлин Д.Б. Стохастическое исчисление и финансы. Ростов-на-Дону: Изд-во РГУ, 2005.

в) ресурсы сети Интернет:

- открытые онлайн-курсы
- http://www.cfin.ru/finanalysis/value_options.shtml
- сайт компании РБК www.rbc.ru
- сайт компании Финам www.finam.ru

13. Перечень информационных технологий

а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

- Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office On-eNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);
- публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).

б) информационные справочные системы:

- Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ – <http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>
- Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ – <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>
- ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>
- Образовательная платформа Юрайт – <https://urait.ru/>
- ЭБС ZNANIUM.com – <https://znanium.com/>
- ЭБС IPRbooks – <http://www.iprbookshop.ru/>

14. Материально-техническое обеспечение

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения занятий семинарского типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

15. Информация о разработчиках

Пчелинцев Евгений Анатольевич, кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры математического анализа и теории функций ММФ ТГУ