

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ:  
Декан ММФ ТГУ  
Л. В. Гензе

Рабочая программа дисциплины

**Теория колец**

по направлению подготовки

**01.03.01 Математика, 02.03.01 Математика и компьютерные науки**

Направленность (профиль) подготовки:

**Основы научно-исследовательской деятельности в области математики  
Основы научно-исследовательской деятельности в области математики и  
компьютерных наук**

Форма обучения  
**Очная**

Квалификация  
**Бакалавр**

Год приема  
**2023**

СОГЛАСОВАНО:  
Руководитель ОП  
Л. В. Гензе

Председатель УМК  
Е.А. Тарасов

Томск – 2023

## **1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины**

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-4 Способен проводить под научным руководством исследование на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности.

ОПК-8 Способен использовать в педагогической деятельности научные знания в сфере математики, механики, компьютерных наук и информатики.

ПК-1 Способен проводить научно-исследовательские разработки по отдельным разделам выбранной темы.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК 4.1 Проводит поиск и обработку научной и научно-технической информации, необходимой для решения исследовательских задач

ИОПК 4.2 Оценивает полученные результаты и формулирует выводы по итогам проведенных исследований

ИОПК 8.1 Демонстрирует способность подготовить конспект или план занятия по теме из области математики, механики, компьютерных наук или информатики.

ИОПК 8.2 Выбирает подходящие источники информации для подготовки конспекта или плана занятия по выбранной теме.

ИПК 1.1 Проводит работы по обработке и анализу научно-технической информации и результатов исследований

ИПК 1.2 Подготавливает планы и программы проведения отдельных этапов научно-исследовательской работы

ИПК 1.3 Проводит отдельные этапы научно-исследовательской работы

## **2. Задачи освоения дисциплины**

– Освоить аппарат теории колец (ОПК-4, ПК-1);

– Научиться применять понятийный аппарат теории колец для решения практических задач профессиональной деятельности (ИОПК 4.1, ИОПК 4.2, ИПК 1.1, ИПК 1.2, ИПК 1.3);

– Развить навык подготовки учебных материалов по математической дисциплине в форме конспекта или плана части практического занятия по выбранной теме (ИОПК 8.1, ИОПК 8.2).

## **3. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина относится к Блоку 1 «Дисциплина (модули)».

Дисциплина относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений, предлагается обучающимся на выбор.

## **4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине**

Седьмой семестр, зачет с оценкой

## **5. Входные требования для освоения дисциплины**

Для успешного освоения дисциплины требуются результаты обучения по следующим дисциплинам: алгебра, математическая логика, дискретная математика, теория чисел.

## **6. Язык реализации**

Русский

## **7. Объем дисциплины**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 часов, из которых:

-лекции: 32 ч.

-практические занятия: 32 ч.

в том числе практическая подготовка: 64 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

## **8. Содержание дисциплины, структурированное по темам**

Тема 1. Первичные понятия теории колец

Частично упорядоченные множества и лемма Цорна. Определение и примеры колец. Поля, тела и алгебры. Специальные элементы колец. Подкольца, идеалы и факторкольца. Гомоморфизмы и изоморфизмы колец. Теоремы об изоморфизмах. Произведения колец и прямые суммы идеалов. Поля, тела и алгебры (ИОПК 4.1, ИОПК 4.2, ИПК 1.1, ИПК 1.2, ИПК 1.3, ИОПК 8.1, ИОПК 8.2).

Тема 2. Некоторые интересные классы колец

Кольца функций, операторов. Кольца многочленов, матриц. Топологические кольца и алгебры. Нормированные кольца и алгебры. Упорядоченные кольца (ИОПК 4.1, ИОПК 4.2, ИПК 1.1, ИПК 1.2, ИПК 1.3, ИОПК 8.1, ИОПК 8.2).

Тема 3. Классическая теория ассоциативных колец

Примитивные кольца. Радикалы. Китайская теорема об остатках и теорема Накаямы. Первичные и полупервичные кольца. Первичный радикал. Вполне приводимые кольца (ИОПК 4.1, ИОПК 4.2, ИПК 1.1, ИПК 1.2, ИПК 1.3, ИОПК 8.1, ИОПК 8.2).

Тема 4. Локальные и полупростые кольца

Локальные и полусовершенные кольца. Полупростые кольца (ИОПК 4.1, ИОПК 4.2, ИПК 1.1, ИПК 1.2, ИПК 1.3, ИОПК 8.1, ИОПК 8.2).

Тема 5. Артиновы и нётеровы кольца и модули

Артиновы кольца и модули. Нётеровы кольца и модули (ИОПК 4.1, ИОПК 4.2, ИПК 1.1, ИПК 1.2, ИПК 1.3, ИОПК 8.1, ИОПК 8.2).

## **9. Текущий контроль по дисциплине**

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проведения тестов по лекционному материалу и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

## **10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации**

Зачет с оценкой в седьмом семестре проводится в письменной форме по билетам. Билет содержит два теоретических вопроса. Продолжительность зачета 1,5 часа.

Примерный перечень теоретических вопросов

1. Определение кольца и примеры.
2. Теорема Крулля-Ремака –Шмидта.
3. Поля и тела.
4. Нётеровы и артиновы кольца.
5. Нильпотентные элементы, идемпотенты и инволюции.
6. Три теоремы об изоморфизмах.
7. Подкольца и идеалы.
8. Китайская теорема об остатках.

Результаты зачета с оценкой определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

<b>Критерии оценивания результатов обучения</b>			
<b>Неудовлетворительно</b>	<b>Удовлетворительно</b>	<b>Хорошо</b>	<b>Отлично</b>
Студент не может подбирать и обрабатывать литературу по выбранной теме исследования ни самостоятельно, ни под руководством более опытного математика. Студент не обладает знаниями в области теории абелевых групп, не знает простейших определений и теорем.	Студент может подбирать и обрабатывать литературу по выбранной теме исследования только под руководством более опытного математика. Студент обладает поверхностными знаниями в области теории абелевых групп. Знает некоторые определения и теоремы из указанной области.	Студент может самостоятельно подбирать и обрабатывать литературу по выбранной теме исследования под руководством более опытного математика. Студент обладает достаточным объёмом знаний в области теории абелевых групп, чтобы приступить к исследованиям в этой области под руководством более опытного математика.	Студент может самостоятельно подбирать и обрабатывать литературу по выбранной теме исследования. Студент имеет глубокие знания в области теории абелевых групп, способен применять полученные знания для проведения самостоятельных исследований.

Указанная в таблице оценка может быть снижена на один балл, если студентом не был успешно пройден текущий контроль.

## **11. Учебно-методическое обеспечение**

а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «Moodle» - <https://moodle.tsu.ru/course/view.php?id=12842>

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.

## **12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет**

а) основная литература:

– Крылов П.А., Туганбаев А.А., Чехлов А.Р. Упражнения по группам, кольцам и полям. М.: ФЛИНТА. 2012.

– Туганбаев А.А. Теория колец. Арифметические модули и кольца. М.: МЦНМО, 2009.

– Каш Ф. Модули и кольца. Мир. 1981.

– Ламбек И. Кольца и модули. Мир. 1971.

– Крылов А.А., Туганбаев А.А., Чехлов А.Р. Упражнения по группам, кольцам и полям. Томск: ТГУ. 2008.

б) дополнительная литература:

– Крылов П.А., Михалев А.В., Туганбаев А.А. Абелевы группы и их кольца эндоморфизмов. М.: Факториал Пресс, 2006.

– Маклейн С. Гомология. Мир, 1966.

– Фейс К. Алгебра: кольца, модули и категории. Т.1-2. Мир. 1974.

в) ресурсы сети Интернет:

– <http://www.coursera.org/> – сайт обучающих курсов ведущих вузов мира

- <https://ocw.mit.edu/index.htm> – сайт открытых курсов MIT
- журнал «Вестник ТГУ. Математика и механика» <http://journals.tsu.ru/mathematics/>

### 13. Перечень информационных технологий

а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

- Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office OneNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);
- публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).

б) информационные справочные системы:

- Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ – <http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>
- Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ – <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>

### 14. Материально-техническое обеспечение

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения занятий семинарского типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

### 15. Информация о разработчиках

Норбосамбуев Цырендоржи Дашацыренович, к.ф.-м.н., доцент кафедры алгебры ММФ ТГУ