

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДЕНО:
Декан ММФ
Л.В. Гензе

Оценочные материалы по дисциплине

Приложения топологии и функционального анализа

по направлению подготовки

01.04.01 Математика

Направленность (профиль) подготовки :

Фундаментальная математика

Форма обучения

Очная

Квалификация

Магистр

Год приема

2023

СОГЛАСОВАНО:
Руководитель ОП
П.А. Крылов

Председатель УМК
Е.А. Тарасов

Томск – 2023

1. Компетенции и индикаторы их достижения, проверяемые данными оценочными материалами

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики.

ПК-1 Способен самостоятельно решать исследовательские задачи в рамках реализации научного (научно-технического, инновационного) проекта.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК 1.1 Формулирует поставленную задачу, пользуется языком предметной области, обоснованно выбирает метод решения задачи.

ИПК 1.1 Проводит исследования, направленные на решение отдельных исследовательских задач

2. Оценочные материалы текущего контроля и критерии оценивания

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости и выполнения домашних заданий и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр. Домашние задания состоят: (а) в самостоятельном доказательстве следствий из доказанных на лекциях теорем; (б) в самостоятельной проработке доказательств тех теорем, чьи доказательства были изложены схематично. Правильность выполнения домашнего задания осуществляется проверяется на выступлении обучающегося с докладом на занятии.

3. Оценочные материалы итогового контроля (промежуточной аттестации) и критерии оценивания

Экзамен в третьем семестре проводится в устной форме по билетам. Экзаменационный билет состоит из двух теоретических вопросов и одной задачи. Продолжительность подготовки к экзамену 2 часа. Теоретические вопросы проверяют ИПК 1.1; задача проверяет ИОПК 1.1.

Примерный перечень теоретических вопросов:

1. Теорема Ткаченко.
2. Вложение пространств в Σ -произведения.
3. Теоремы Альстера.
4. Примеры пространств функций, не гомеоморфных своим квадратам.
5. Теснота и спред пространств непрерывных функций.
6. Свойство Линделефа в пространствах непрерывных функций.
7. Характер и вес подпространств пространства непрерывных функций.
8. Свободные топологические векторные пространства.
9. Методы построения изоморфизмов пространств непрерывных функций.
10. Функционально-аналитические компакты.
11. Свойства компактов Корсона.
12. Свойства, не переходящие в декартовы произведения.
13. Свойства компактов Эберлейна.
14. Разложения в декартовы произведения.
15. Равномерные изоморфизмы.
16. Классы разреженных компактов.
17. Классы компактов Радона-Никодима.
18. Классы компактов Розенталя.

Примеры задач:

1. Какие из следующих пространств являются линделефовыми?
 - 1) $C[\Sigma(\Gamma)]$,
 - 2) $C_p(\Sigma(\Gamma))$,
 - 3) $C_w(\Sigma(\Gamma))$.
2. Является ли свободная абелева топологическая группа компакта линделефовой?
3. Является ли свободная абелева топологическая группа компакта Эберлейна фрагментируемой?
4. Докажите, что класс примарно линделефовых пространств устойчив.
5. Является ли сопряженное к слабо линделефовому банахову пространству линделефовым?
6. Существует ли свободное топологическое векторное пространство, не эквивалентное своему квадрату?

Результаты экзамена определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Необходимым условием получения оценки не ниже «удовлетворительно» является выступление не менее одного раза на занятии.

Сама оценка за экзамен складывается из баллов за теоретические вопросы (от 0 до 2 баллов) и баллов за задачу (от 0 до 1 балла).

Сумма баллов	Оценка
5	Отлично
4	Хорошо
3	Удовлетворительно
2	Неудовлетворительно
1	Неудовлетворительно
0	Неудовлетворительно

Баллы за теоретический вопрос	Критерии соответствия
2	студент ответил на вопрос без принципиальных ошибок и существенных пробелов в доказательствах и рассуждениях
1	в целом дан правильный ответ на вопрос, но доказательства содержат неточности или не полностью изложены
0	ответ отсутствует или представлен очень поверхностно и с нарушением логики изложения

Баллы за задачу	Критерии соответствия
1	Задача решена верно с первой попытки или со второй попытки (после замечаний экзаменатора)
0	Задача решена неверно ни с первой, ни со второй попытки

4. Оценочные материалы для проверки остаточных знаний (сформированности компетенций)

Оценочные материалы для проверки остаточных знаний могут быть использованы для формирования программы ГИА (программы государственного экзамена), а также экспертом Рособнадзора при проведении проверки диагностической работы по оценке уровня форсированности компетенций обучающихся (при контрольно-надзорной

проверке). Вопросы данного раздела показывают вклад дисциплины в образовательный результат образовательной программы. Объем заданий в данном разделе зависит как от количества формируемых индикаторов достижения компетенций, так и от объема дисциплины по учебному плану.

Тест множественного выбора (ИОПК 1.1):

Вопрос 1

Если пространство $C_p(X)$ является линделефовым, то компакт X обязательно

1. метризуем
2. сепарабелен
3. имеет счетную тесноту
4. наследственно разрежен

Правильный ответ: 3.

Вопрос 2

Обязательно ли существует всюду плотное метризуемое подпространство в X , если

1. X – компакт Корсона
2. X – компакт Эберлейна
3. X – компакт Розенталя
4. X – компакт Вальдивиа

Правильный ответ: 2.

Вопрос 3

Пусть X – счетный компакт и αN – сходящаяся последовательность. Тогда пространства $C_p(X)$ и $C_p(\alpha N)$ будут обязательно

1. линейно гомеоморфны
2. равномерно гомеоморфны
3. гомеоморфны

Правильный ответ: 2,3.

Вопрос 4

Относительно каких операций замкнутым является класс компактов Корсона?

1. счетных произведений
2. счетных объединений
3. непрерывных образов
4. непрерывных прообразов
5. замкнутых подпространств

Правильный ответ: 1,3,5.

Вопрос 5

Относительно каких операций замкнутым является класс компактов Эберлейна?

1. счетных произведений
2. счетных объединений
3. непрерывных образов
4. непрерывных прообразов
5. замкнутых подпространств

Правильный ответ: 1,3,5.

Вопрос 6

Какие свойства инвариантны при t -эквивалентности?

1. вес

2. число Суслина
3. размерность
4. плотность

Правильный ответ: 1,2,3.

Вопрос 7

Какие свойства инвариантны при t -эквивалентности?

1. компактность
2. мощность
3. вес

Правильный ответ: 2,3.

Вопрос 8

Класс разреженных компактов замкнут относительно

1. непрерывных образов
2. подпространств
3. произведений
4. произвольных сумм

Правильный ответ: 1,2.

Вопрос 9

Если X является компактом Эберлена, то

1. $C_p(X)$ является линделефовым Σ -пространством
2. $C_p C_p(X)$ является линделефовым Σ -пространством
3. $C_p C_p C_p(X)$ является линделефовым Σ -пространством

Правильный ответ: 1,2,3.

Вопрос 10

Если X является компактом Корсона, то

1. $C_p(X)$ является линделефовым пространством
2. $C_p C_p(X)$ является линделефовым пространством
3. $C_p C_p C_p(X)$ является линделефовым пространством
4. $C_p C_p C_p C_p(X)$ является линделефовым пространством

Правильный ответ: 1, 3.

Теоретические вопросы (ИПК 1.1):

1. Взаимоотношения между t - и u -эквивалентностями .
2. Взаимоотношения между u - и l -эквивалентностями .
3. Кардинальные инварианты пространств непрерывных функций.
4. Свободные топологические группы.
5. Свободные абелевы топологические группы.
6. Булевы свободные топологические группы.

Ответ должен содержать определения понятий, относящихся к вопросу и формальную постановку задач, основные свойства определяемых объектов и их примеры.

Информация о разработчиках

Гулько Сергей Порфирьевич, д.ф.-м.н., проф. каф. математического анализа и теории функций