

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ:

Декан



Л. В. Гензе

«30» 06 2022 г.

Рабочая программа дисциплины

**Основы тензорного анализа**

по направлению подготовки

**01.03.01 Математика, 02.03.01 Математика и компьютерные науки**

Направленность (профиль) подготовки :

**Основы научно-исследовательской деятельности в области математики  
Основы научно-исследовательской деятельности в области математики и  
компьютерных наук**

Форма обучения

**Очная**

Квалификация

**Бакалавр**


Год приема

2022, 2023

Код дисциплины в учебном плане: Б1.В.2.03

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ОП



Л. В. Гензе

Председатель УМК



Е.А. Тарасов

Томск – 2022

## **1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины**

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики как для использования в профессиональной деятельности, так и для консультирования.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК 1.1 Демонстрирует навыки работы с профессиональной литературой по основному естественнонаучному и математическим дисциплинам

ИОПК 1.2 Демонстрирует навыки выполнения стандартных действий, решения типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых математических и естественнонаучных дисциплин

ИОПК 1.3 Владеет фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук

## **2. Задачи освоения дисциплины**

– Понять побудительные мотивы, приводящие к созданию тензорного исчисления и тензорного анализа. Усвоить логику строения теории применительно к конкретным свойствам структуры, которая оснащена аппаратом тензорного анализа. Понимать смысл и назначение операций тензорного исчисления и тензорного анализа.

– Научиться применять понятийный аппарат тензорного исчисления и тензорного анализа для решения практических задач профессиональной деятельности в тех случаях, где это согласуется с существом проблемы.

## **3. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина относится к Блоку 1 «Дисциплина (модули)».

Дисциплина относится к обязательной части образовательной программы.

## **4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине**

Четвертый семестр, зачет

## **5. Входные требования для освоения дисциплины**

Для успешного освоения дисциплины требуются результаты обучения по следующим дисциплинам: алгебра, математический анализ (1-3 семестр), аналитическая геометрия.

## **6. Язык реализации**

Русский

## **7. Объем дисциплины**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 з.е., 72 часов, из которых:

-лекции: 32 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

## **8. Содержание дисциплины, структурированное по темам**

**Тематический план:**

- Тема 1. **Пространство, сопряжённое линейному пространству.** Линейные 1-формы (ковекторы). Дуальный базис.
- Тема 2. **Тензоры над линейным пространством.** Линейные операции над тензорами. Симметрирование и альтернирование. Перемножение тензоров. Свёртка тензоров.
- Тема 3. **Тензорное произведение линейных пространств.** Внешняя степень линейного пространства. Внешняя алгебра.
- Тема 4. **Тензоры над линейным пространством с (псевдо)евклидовой метрикой.**
- Тема 5. **Дифференцируемое многообразие.** Касательное и кокасательное расслоения. Тензорные поля на многообразии.
- Тема 6. **Структурные уравнения Картана.** Параллелизм. Ковариантное дифференцирование тензорных полей.
- Тема 7. **Риманово многообразие.** Риманова связность.
- Тема 8. **Тензор кривизны риманова многообразия.**

## 9. Текущий контроль по дисциплине

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проведения контрольных работ, тестов по лекционному материалу, выполнения домашних заданий, и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

## 10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

Зачет в четвертом семестре проводится в письменной форме по билетам. Билет содержит теоретический вопрос и две задачи. Продолжительность зачета 1,5 часа.

Примерный перечень теоретических вопросов

1. Вопрос 1. Закон преобразования дуального базиса.
2. Вопрос 2. Обратный тензорный признак.

Примеры задач:

1. Задача 1. При каких значениях константы  $x$  система 1-форм  $\omega^1 = 2e^1 + xe^2 - e^3$ ,  $\omega^2 = 3e^2 + xe^3$ ,  $\omega^3 = xe^1 + 2e^2$  линейно зависима, если  $e^1 \wedge e^2 \wedge e^3 \neq 0$ ?

Результаты зачета с оценкой определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

## 11. Учебно-методическое обеспечение

- а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «Moodle» - <https://moodle.tsu.ru/course/view.php?id=9566>
- б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.

## 12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

а) основная литература:

1. Н.Г.Абрашина-Жадаева, И.А. Тимощенко. Основы векторного и тензорного анализа. электронный учебно-методический комплекс. Минск: БГУ, 2016 – 139 с.
2. Пальмов В.А. Элементы тензорной алгебры и тензорного анализа: Учебное пособие. – СПб: Изд-во Политехн. ун-та, 2008. – 109 с.
3. Чешкова М.А. Элементы тензорного исчисления (практикум) - Барнаул: Издательство Алтайского государственного университета, 2010 – 22 с.
4. Игнаточкина Л.А. Руководство к решению задач по тензорной алгебре векторных пространств: учебное пособие. – М.: МПГУ, 2014 – 64 с.

5. Акивис М.А. Многомерная дифференциальная геометрия. Учебное пособие – Калинин: изд-во Калининского ун-та, 1977 – 83 с.
6. Акивис М. А., Гольдберг В. В. Тензорное исчисление: Учеб. пособие. - 3-е изд., перераб. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. - 304 с.
7. Абрамов А.А. введение в тензорный анализ и риманову геометрию. – М.: ЛИБРОКОМ, 2012. -128 с.
8. Келлер И. Э. К 34 Тензорное исчисление: Учебное пособие. — СПб.: Издательство «Лань», 2012. — 176 с.:
9. Кораблёв, Ф. Г. Тензорные поля на гладких многообразиях : учеб. Пособие / Ф. Г. Кораблёв. Челябинск : Изд-во Челяб. гос. ун-та, 2022. 154 с.
10. Рашевский П.К. Риманова геометрия и тензорный анализ. – М.: Наука, 1967 – 665 с.
11. Шапуков Б.Н. Дифференциальная геометрия и тензорный анализ. – Казань: КГУ, 2011 - 135 с.

б) дополнительная литература:

12. Андрианов Ю.А. Основы алгебры тензоров. Учеб. пособие. СПб.: Изд-во СПбГТУ, 1998. 28 с.
13. Вильчевская Е. Н. Тензорная алгебра и тезорный анализ: учеб. пособие / Е.Н. Вильчевская. — СПб. : Изд-во Политехн. ун-та, 2012. 46 с.
14. Элементы тензорного исчисления в евклидовом пространстве. Электронное учебно-методическое пособие. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2012. – 80 с.
15. Н.Г.Абрашина-Жадаева, И.А. Тимощенко. Основы векторного и тензорного анализа. электронный учебно-методический комплекс. Минск: БГУ, 2016 – 139 с.
16. Корнев Г. В. Тензорное исчисление: Учеб. пособие: Для вузов. — М.: Издво МФТИ, 2000. — 240 с, с илл. ISBN 5-89155-047-4.
17. Пальмов В.А. Элементы тензорной алгебры и тензорного анализа: Учебное пособие. – СПб: Изд-во Политехн. ун-та, 2008. – 109 с.
18. Шихобалов. Основы тензорной алгебры. Учебное пособие. – – СПб, 2018. 118 с.
19. Аминова А.В. Сборник задач и упражнений по векторному и тензорному анализу. — Казань: Изд-во Казан. ун-та, 2020. – 63 с.
20. Аюпова Н.Б., Таубер Н.М. Задачи и упражнения по курсу "Векторный и тензорный анализ"/Новосиб.гос ун-т, Новосибирск, 2012. 53 с.
21. Чешкова М.А. Элементы тензорного исчисления (практикум) - Барнаул: Издательство Алтайского государственного университета, 2010 – 22 с.
22. Игнаточкина Л.А. Руководство к решению задач по тензорной алгебре векторных пространств: учебное пособие. – М.: МПГУ, 2014 – 64 с.
23. Акивис М.А. Многомерная дифференциальная геометрия. Учебное пособие – Калинин: изд-во Калининского ун-та, 1977 – 83 с.
24. Димитриенко Ю.И. Тензорное исчисление: Учеб.пособие для вузов. -М.: Высш. шк., 2001. - 575 с.
25. Победря Б. Е. Лекции по тензорному анализу: Учеб. посо- бие. — 3-е изд. — М.: Изд-во Моск. ун-та, 1986. — 264 с.
26. Акивис М. А., Гольдберг В. В. Тензорное исчисление: Учеб. пособие. - 3-е изд., перераб. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. - 304 с.
27. Кумпяк Д.Е. Векторный и тензорный анализ: Учеб. пособие. - Тверь: Твер. гос. ун-т, 2007. - 160 с.
28. Сокольников И. Тензорный анализ (с приложениями к геометрии и механике сплошных сред). – М.: Наука, ФМЛ, 1971 - 376 стр.
29. Денисова И.П. Введение в тензорное исчисление и его приложения. Учебное посо- бие.- 2-е изд., стер.- М.: Изд-во УНЦ ДО, 2004.- 230 с.

30. Любимов Д. В., Марышев Б. С., Циберкин К. Б. Векторный и тензорный анализ: учеб. Пособие. Перм. гос. нац. исслед. ун-т. – Пермь, 2016. – 92 с.
31. Абрамов А.А. введение в тензорный анализ и риманову геометрию. – М.: ЛИБРОКОМ, 2012. -128 с.
32. Зубов Л.М., Карякин М.И. Тензорное исчисление. Основы теории / Л.М. Зубов, М.И. Карякин. — М.: Вузовская книга, 2005. — 117 с.: ил.
33. Остыловский А.Н. Тензоры. Учебное пособие. – Красноярск, 2006 – 77 с.
34. Малышев А.И., Максимова Г.М. Основы векторного и тензорного анализа для физиков. Электронное учебно-методическое пособие. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2012. – 101 с.
35. Норден А.П. Теория поверхностей – М.: ГИТТЛ, 1956 – 260 с.
36. Векуа И. Н. Основы тензорного анализа и теории ковариантов. - М.: Наука, ФМЛ, 1978, 296 с.

### **13. Перечень информационных технологий**

- а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:  
 – Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office On-eNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);  
 – публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).

- б) информационные справочные системы:  
 – Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ – <http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>  
 – Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ – <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>  
 – ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>  
 – ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>  
 – Образовательная платформа Юрайт – <https://urait.ru/>  
 – ЭБС ZNANIUM.com – <https://znanium.com/>  
 – ЭБС IPRbooks – <http://www.iprbookshop.ru/>

### **14. Материально-техническое обеспечение**

- Аудитории для проведения занятий лекционного типа.  
 Аудитории для проведения занятий семинарского типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.  
 Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.  
 Лаборатории, оборудованные ...  
 Аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации в смешенном формате («Актру»).

### **15. Информация о разработчиках**

Бухтяк Михаил Степанович, доцент кафедры геометрии.