

МИНОБРНАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Институт прикладной математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ

Директор института прикладной  
математики и компьютерных наук

А.В. Замятин

2023 г.



Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине  
(Оценочные средства по дисциплине)

**Численные методы**

по направлению подготовки

**01.03.02 Прикладная математика и информатика**

Направленность (профиль) подготовки:

**Математические методы в цифровой экономике**

ОС составили:

канд. техн. наук, доцент,  
доцент кафедры прикладной математики



Г.Н. Решетникова

канд. техн. наук, доцент,  
доцент кафедры прикладной математики



Т.И. Грекова

Рецензент:

д-р техн. наук, профессор,  
профессор кафедры прикладной математики



К.И. Лившиц

Оценочные средства одобрены на заседании учебно-методической комиссии института прикладной математики и компьютерных наук (УМК ИПМКН).

Протокол от 08 июня 2023 г. № 02.

Председатель УМК ИПМКН,  
д-р техн. наук, профессор



С.П. Сущенко

**Оценочные средства (ОС)** являются элементом системы оценивания сформированности компетенций у обучающихся в целом или на определенном этапе ее формирования.

ОС разрабатывается в соответствии с рабочей программой (РП) дисциплины.

### 1. Компетенции и результаты обучения, формируемые в результате освоения дисциплины

Компетенция	Индикатор компетенции	Код и наименование результатов обучения (планируемые результаты обучения, характеризующие этапы формирования компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения			
			Отлично	Хорошо	Удовлетворительно	Неудовлетворительно
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ИОПК-1.1. Демонстрирует навыки работы с учебной литературой по основным естественнонаучным и математическим дисциплинам	ОР-1.1.1 Обучающийся сможет: - находить в учебной литературе по численным методам необходимую информацию относительно темы исследований; - критически оценивать найденную информацию.	Сформированные системные знания; сформированные навыки и умения; их успешная актуализация	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания; успешно применяемые навыки и умения	Общие, но неструктурированные знания; в целом успешно применяемые навыки и умения	Ограниченные знания, слабо сформированные навыки и умения
	ИОПК-1.2. Демонстрирует навыки выполнения стандартных действий, решения типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых математических и естественнонаучных дисциплин.	ОР-1.2.1. Обучающийся сможет: - доказывать возможность использования стандартных алгоритмов для решения	Сформированные системные знания; сформированные навыки и умения; их успешная актуализация	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания; успешно применяемые навыки и умения	Общие, но неструктурированные знания; в целом успешно применяемые навыки и умения	Ограниченные знания, слабо сформированные навыки и умения

	ИОПК-1.4. Демонстрирует понимание и навыки применения на практике математических моделей и компьютерных технологий для решения практических задач, возникающих в профессиональной деятельности.	ОР-1.4.1. Обучающийся сможет: - определять необходимость применения тех или иных математических моделей и компьютерных технологий для решения поставленной задачи; - применять на практике необходимые математические модели и компьютерные технологии для решения практических задач, возникающих в профессиональной деятельности.	Сформированные системные знания; сформированные навыки и умения; их успешная актуализация	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания; успешно применяемые навыки и умения	Общие, но неструктурированные знания; в целом успешно применяемые навыки и умения	Ограниченные знания, слабо сформированные навыки и умения
ОПК-2. Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач.	ИОПК-2.2. Проявляет навыки использования основных языков программирования, основных методов разработки программ, стандартов оформления программной документации.	ОР-2.2.1. Обучающийся сможет: - использовать основные языки программирования, методы разработки программ. - использовать существующие стандарты при оформлении программной документации.	Сформированные системные знания; сформированные навыки и умения; их успешная актуализация	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания; успешно применяемые навыки и умения	Общие, но неструктурированные знания; в целом успешно применяемые навыки и умения	Ограниченные знания, слабо сформированные навыки и умения
	ИОПК-2.3. Демонстрирует умение отбора среди существующих математических методов, наиболее подходящих для решения конкретной прикладной задачи.	ОР-2.3.1. Обучающийся сможет: - отобрать среди существующих математических методов наиболее подходящие для решения конкретной прикладной задачи, - доказать возможность решения прикладной задачи при использовании конкретного численного метода.	Сформированные системные знания; сформированные навыки и умения; их успешная актуализация	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания; успешно применяемые навыки и умения	Общие, но неструктурированные знания; в целом успешно применяемые навыки и умения	Ограниченные знания, слабо сформированные навыки и умения

	ИОПК-2.4. Демонстрирует умение адаптировать существующие математические методы для решения конкретной прикладной задачи.	ОР-2.4.1. Обучающийся сможет: - определять необходимость применения тех или иных математических моделей и компьютерных технологий для решения поставленной задачи; - применять на практике необходимые математические модели и компьютерные технологии для решения практических задач, возникающих в профессиональной деятельности.	Сформированные системные знания; сформированные навыки и умения; их успешная актуализация	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания; успешно применяемые навыки и умения	Общие, но неструктурированные знания; в целом успешно применяемые навыки и умения	Ограниченные знания, слабо сформированные навыки и умения
ОПК-4. Способен понимать принципы работы современных информационных технологий и использовать их для решения задач профессиональной деятельности.	ИОПК-4.2. Применяет знания, полученные в области информационных технологий, при решении задач профессиональной деятельности.	ОР-4.2.1. Обучающийся сможет: использовать научные и образовательные ресурсы сети Интернет для разработки программ и программной документации с учетом требований информационной безопасности.	Сформированные системные знания; сформированные навыки и умения; их успешная актуализация	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания; успешно применяемые навыки и умения	Общие, но неструктурированные знания; в целом успешно применяемые навыки и умения	Ограниченные знания, слабо сформированные навыки и умения
	ИОПК-4.4. Демонстрирует умение составлять научные обзоры, рефераты и библиографии по тематике научных исследований.	ОР-4.4.1 Обучающийся сможет: составлять научные обзоры, рефераты и библиографии по тематике научных исследований.	Сформированные системные знания; сформированные навыки и умения; их успешная актуализация	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания; успешно применяемые навыки и умения	Общие, но неструктурированные знания; в целом успешно применяемые навыки и умения	Ограниченные знания, слабо сформированные навыки и умения

## 2. Этапы формирования компетенций и виды оценочных средств

№	Этапы формирования компетенций (разделы дисциплины)	Код и наименование результатов обучения	Вид оценочного средства
1.	<b>5 семестр</b> Раздел 1. Элементы теории погрешностей. Раздел 2. Приближение данных: интерполирование, сплайн-функции, аппроксимация данных методом наименьших квадратов. Раздел 3. Численное дифференцирование. Раздел 4. Численное интегрирование.	ОР-2.4.1. Обучающийся сможет: - определять необходимость применения тех или иных математических моделей и компьютерных технологий для решения поставленной задачи; - применять на практике необходимые математические модели и компьютерные технологии для решения практических задач, возникающих в профессиональной деятельности.	Вопросы и задания для лабораторных работ
2.	<b>6 семестр</b> Раздел 1. Методы решения нелинейных уравнений и систем нелинейных уравнений. Раздел 2. Методы определения собственных чисел и собственных векторов матрицы. Раздел 3. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений.	ОР-2.4.1. Обучающийся сможет: - определять необходимость применения тех или иных математических моделей и компьютерных технологий для решения поставленной задачи; - применять на практике необходимые математические модели и компьютерные технологии для решения практических задач, возникающих в профессиональной деятельности.	Вопросы и задания для лабораторных работ

### 3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки образовательных результатов обучения

#### 3.1. Типовые задания для проведения текущего контроля успеваемости по дисциплине.

##### 5 семестр.

##### Лабораторная работа 1. Основы теории погрешностей

Определить:

- число верных знаков приближенного числа, если известна абсолютная погрешность;
- абсолютную и относительную погрешность, если известно число верных знаков;
- абсолютную погрешность  $z$  функции  $\Delta z$ , если известны абсолютные погрешности аргументов.

Значение функции  $z$  записать с верными знаками.

**Лабораторная работа 2.** Найти приближенное значение функции в точке  $x$  по таблице значений  $x_i, y_i$ , используя многочлен Лагранжа. Построить графики многочлена Лагранжа с табличными значениями и график вычислительной погрешности. Считая, что табличные значения заданы с верными знаками, оценить неустраняемую погрешность результата.

**Лабораторная работа 3.** Найти приближенное значение функции в точке  $x$  по схеме Эйткена. Оценить неустраняемую погрешность результата.

**Лабораторная работа 4.** Найти приближенное значение функции в точке  $x$  по таблице значений  $x_i, y_i$ , используя многочлен Ньютона. Построить графики многочлена Ньютона с табличными значениями и график вычислительной погрешности. Считая, что табличные значения заданы с верными знаками, оценить неустраняемую погрешность результата.

**Лабораторная работа 5.** По заданным значениям  $x_i, y_i$  построить линейный сплайн и представить его на графике.

**Лабораторная работа 6.** По заданным значениям  $x_i, y_i$  построить параболический сплайн и представить его на графике.

**Лабораторная работа 7.** По заданным значениям  $x_i, y_i$  построить кубический сплайн и представить его на графике.

На одном графике представить все три сплайна и заданные значения. Проанализировать полученные результаты и сделать выводы.

**Лабораторная работа 8.** Аппроксимировать заданные значения  $x_i, y_i$  методом наименьших квадратов используя алгебраический многочлен третьей степени, вывести матрицу Грама, построить графики аппроксимирующего многочлена и исходных данных.

**Лабораторная работа 9.** Аппроксимировать заданные значения  $x_i, y_i$  методом наименьших квадратов используя многочлен третьей степени с использованием ортогональных полиномов Чебышева дискретной переменной, вывести матрицу Грама, построить графики аппроксимирующего многочлена и исходных данных.

**Лабораторная работа 10.** Построить таблицу конечных разностей для функции, заданной в виде таблицы  $x_i, y_i$  на равномерной сетке. Считая, что табличные значения заданы с верными знаками, определить наивысший порядок правильных конечных разностей.

**Лабораторная работа 11.** Выбрать интерполяционные формулы и с помощью этих формул найти приближенное значение интерполируемой функции в точках  $x$ . Обосновать выбор интерполяционных формул. При построении интерполяционной формулы использовать только правильные конечные разности, но не выше четвертого порядка.

**Лабораторная работа 12.** Используя результаты лабораторных работ 10,11 вычислить 1 и 2 производные в точке  $x$ . Считая, что заданные значения известны с верными знаками, вычислить следующие погрешности: вычислительную, метода и полную.

**Лабораторная работа 13. Вычисление интегралов методами Ньютона-Котеса**

Вычислить  $\int_a^b f(x)dx$  с точностью  $\varepsilon = 0,5 \cdot 10^{-5}$  по формулам:

- 1) левых прямоугольников;
- 2) средних прямоугольников;
- 3) правых прямоугольников;
- 4) трапеций;
- 5) Симпсона;
- 6) “трех восьмых”.

Процесс вычисления интеграла организовать при использовании метода Рунге без пересчета значений подынтегральной функции в узлах.

Вывести значение интеграла и количество узлов, которое потребовалось для вычисления значения интеграла с заданной точностью.

**Лабораторная работа 14.** Вычислить  $\int_a^b f(x)dx$  с точностью  $\varepsilon = 0,5 \cdot 10^{-5}$  по формуле Гаусса. Вывести значение интеграла и число узлов, которое потребовалось для вычисления интеграла с заданной точностью.

**Лабораторная работа 15.** Вычислить  $\int_a^b f(x)dx$  с точностью  $\varepsilon = 0,5 \cdot 10^{-5}$  по формуле Чебышева. Вывести значение интеграла и число узлов, которое потребовалось для вычисления интеграла с заданной точностью.

Варианты исходных данных для выполнения лабораторная работ приведены в:

Смагин В.И., Решетникова Г.Н. Численные методы (аппроксимация, дифференцирование и интегрирование): Учебное пособие. – Томск: Томский государственный университет, 2008. – 184 с.

### 6 семестр.

**Лабораторная работа 1.** Отделить корни уравнения графически и уточнить один из них с точностью до  $\varepsilon=0.00005$

1. Методом простой итерации
2. Методом Ньютона
3. С применением модификаций методов Ньютона и простой итерации (секущих и Стеффенсена).

Оценить скорость сходимости методов по количеству итераций, необходимых для достижения требуемой точности.

Примеры вариантов заданий:

1)  $\ln x + (x+1)^3 = 0$                       2)  $x^{2^x} = 1$

**Лабораторная работа 2.** Найти решение системы нелинейных уравнений графически и уточнить их:

а) методом простой итерации с точностью до 0.00005.

б) методом Ньютона с точностью до 0.00005.

Сравнить методы по скорости сходимости.

Варианты заданий:

1)  $\sin(x+1) - 3y = 1.2$                       2)  $\cos(x+1) + 2y = 0.5$   
 $\cos(y) + 2x = 2$                                $3x - \cos(y) = 3$

**Лабораторная работа 3.** Методом Лобачевского решить алгебраическое уравнение с точностью до 0.005.

Варианты заданий:

1)  $x^3 - 2x + 2 = 0$                               2)  $x^3 - 3x^2 + 9x - 10 = 0$

**Лабораторные работы 4–9.** Определить собственные значения и соответствующие собственные векторы матрицы:

- 1) методом Данилевского
- 2) методом Леверье
- 3) методом Фаддеева
- 4) методом Крылова
- 5) методом вращений



б) степенным методом

Примеры вариантов заданий:

$$1) \begin{bmatrix} 1 & 1.5 & 2.5 & 3.5 \\ 1.5 & 1 & 2 & 1.6 \\ 2.5 & 2 & 1 & 1.7 \\ 3.5 & 1.6 & 1.7 & 1 \end{bmatrix}$$

$$2) \begin{bmatrix} 1 & 1.2 & 2 & 0.5 \\ 1.2 & 1 & 0.4 & 1.2 \\ 2 & 0.4 & 2 & 1.5 \\ 0.5 & 1.2 & 1.5 & 1 \end{bmatrix}$$

**Лабораторные работы 10-11.** Получить решение системы линейных алгебраических уравнений с точностью до четырёх верных знаков методом простой итерации и методом Зейделя, предварительно проверить условия сходимости метода. Сравнить методы по скорости сходимости.

Примеры вариантов заданий:

1)

$$x_1 = 0.23 x_1 - 0.04 x_2 + 0.21 x_3 - 0.18 x_4 + 1.24$$

$$x_2 = 0.45 x_1 - 0.23 x_2 + 0.06 x_3 - 0.88$$

$$x_3 = 0.26 x_1 + 0.34 x_2 - 0.11 x_3 + 0.62$$

$$x_4 = 0.05 x_1 - 0.26 x_2 + 0.34 x_3 - 0.12 x_4 - 1.17$$

2)

$$x_1 = 0.21 x_1 + 0.12 x_2 - 0.34 x_3 - 0.16 x_4 - 0.64$$

$$x_2 = 0.34 x_1 - 0.08 x_2 + 0.17 x_3 - 0.18 x_4 + 1.42$$

$$x_3 = 0.16 x_1 + 0.34 x_2 + 0.15 x_3 - 0.34 x_4 - 0.42$$

$$x_4 = 0.12 x_1 - 0.26 x_2 - 0.08 x_3 + 0.25 x_4 + 0.83$$

**Лабораторная работа 12.** Получить решение системы линейных алгебраических уравнений методом квадратного корня.

Примеры вариантов заданий

$$1) \quad 3.14 x_1 - 2.12 x_2 + 1.17 x_3 = 1.27$$

$$-2.12 x_1 + 1.32 x_2 - 2.45 x_3 = 2.13$$

$$1.17 x_1 - 2.45 x_2 + 1.18 x_3 = 3.14$$

$$2) \quad 2.45 x_1 + 1.75 x_2 - 3.24 x_3 = 1.23$$

$$1.75 x_1 - 1.16 x_2 + 2.18 x_3 = 3.43$$

$$-3.24 x_1 + 2.18 x_2 - 1.85 x_3 = -0.16$$

### 3.2. Типовые задания для проведения промежуточной аттестации по дисциплине

Промежуточная аттестация в пятом семестре проводится в форме устного зачета по билетам. Допуском к зачету является выполнение всех лабораторных работ, предусмотренных в семестре. Продолжительность зачета 1,5 часа.

Примерный перечень теоретических вопросов для проведения промежуточной аттестации в форме зачета в конце 5-го семестра:

#### ОСНОВНЫЕ ПРНЯТИЯ ТЕОРИИ ПОГРЕШНОСТЕЙ

Определения абсолютной и относительной погрешностей чисел.

Верные знаки числа.

Классификации погрешностей.

Погрешность вычисления функций многих переменных.

#### ПРИБЛИЖЕНИЯ ДАННЫХ

Интерполирование: многочлены Лагранжа, Ньютона; схема Эйткена.

Многочлены Чебышева.

Интерполирование при равноотстоящих узлах: формулы Ньютона, Гаусса, Стирлинга, Бесселя.

Сплайн-функции: линейный, параболический и кубический сплайны.  
Аппроксимация методом наименьших квадратов.

#### ЧИСЛЕННОЕ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ

Численное дифференцирование при неравноотстоящих узлах.

Численное дифференцирование при равноотстоящих узлах.

Оценка Рунге.

#### ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ

Квадратурные формулы Ньютона-Котеса.

Метод Рунге оценки погрешности.

Квадратурные формулы наивысшей алгебраической степени точности.

Квадратурные формулы с равными коэффициентами.

Квадратурные формулы вычисления несобственного интеграла.

Квадратурные формулы вычисления неопределенного интеграла.

Методы Монте-Карло.

Промежуточная аттестация в шестом семестре проводится в форме устного зачета с оценкой. Допуском к зачету является выполнение всех лабораторных работ, предусмотренных в семестре. Продолжительность зачета 1,5 часа.

Примерный перечень теоретических вопросов для проведения промежуточной аттестации в форме зачета с оценкой в конце 6-го семестра:

#### РЕШЕНИЕ ТРАНСЦЕНДЕНТНЫХ УРАВНЕНИЙ И СИСТЕМ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

Решение алгебраических и трансцендентных уравнений.

Отделение корней. Метод дихотомии.

Методы хорд и касательных. Метод Ньютона.

Метод простой итерации. Условие сходимости итерационного метода.

Ускорение сходимости итерационных методов.

Оценка погрешности решения нелинейных уравнений.

Решение систем нелинейных уравнений. Метод Ньютона.

Решение систем нелинейных уравнений. Метод простой итерации.

Метод Лобачевского решения полиномиального уравнения.

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ И СОБСТВЕННЫХ ВЕКТОРОВ МАТРИЦ

Полная проблема собственных значений.

Метод Данилевского и его модификации.

Метод Крылова.

Методы ортогонализации.

Метод Леверье.

Метод Фаддеева.

Метод вращений

Степенной метод и метод - разности.

QR-алгоритм для определения собственных чисел произвольной матрицы.

#### РЕШЕНИЕ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Теоремы о сходимости итерационных методов решения систем линейных алгебраических уравнений.

Нормы векторов и матриц. Сходимость матричной геометрической прогрессии.

Метод простой итерации. Теорема о сходимости метода.

Методы Зейделя. Теорема о сходимости метода.  
Метод Гаусса.  
Метод прогонки.  
Метод квадратного корня.  
Градиентные методы.

#### **4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания образовательных результатов обучения**

##### **4.1. Методические материалы для оценки текущего контроля успеваемости по дисциплине.**

Текущий контроль успеваемости в 5 семестре осуществляется на основании проверки выполнения лабораторных работ, приведенных в 3.1. Студент допускается к зачету при выполнении всех лабораторных работ.

Текущий контроль в 6 семестре осуществляется на основании проверки выполнения заданий к лабораторным работам. Допуск к зачёту с оценкой студент получает при условии выполнения всех заданий к лабораторным работам.

##### **4.2. Методические материалы для проведения промежуточной аттестации по дисциплине.**

Результаты зачета определяются оценками «зачтено», «не зачтено»:

оценка «зачтено», если студент уверенно владеет навыками использования математического аппарата для решения задач математического моделирования, а также современным программным обеспечением.

оценка «не зачтено», если студент не владеет навыками использования математического аппарата для решения задач математического моделирования в своей предметной области, а также современным программным обеспечением, средствами тестирования, верификации и документации ПО.

Результаты зачета с оценкой определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно»:

оценка «отлично», если студент уверенно владеет навыками использования математического аппарата для решения задач математического моделирования, а также современным программным обеспечением;

оценка «хорошо», если студент хорошо владеет навыками использования математического аппарата для решения задач математического моделирования в своей предметной области;

оценка «удовлетворительно», если студент недостаточно владеет навыками использования математического аппарата для решения задач математического моделирования в своей предметной области, а также современным программным обеспечением;

оценка «неудовлетворительно», если студент не владеет навыками использования математического аппарата для решения задач математического моделирования в своей предметной области, а также современным программным обеспечением, средствами тестирования, верификации и документации ПО.