# Министерство науки и высшего образования Российской Федерации НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Институт прикладной математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДЕНО: Директор А. В. Замятин

Оценочные материалы по дисциплине

Дискретная математика

по направлению подготовки / специальности

10.05.01 Компьютерная безопасность

Направленность (профиль) подготовки/ специализация: **Анализ безопасности компьютерных систем** 

Форма обучения **Очная** 

Квалификация Специалист по защите информации

Год приема **2025** 

СОГЛАСОВАНО: Руководитель ОП В.Н. Тренькаев

Председатель УМК С.П. Сущенко

Томск – 2025

# 1. Компетенции и индикаторы их достижения, проверяемые данными оценочными материалами

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-3 Способен на основании совокупности математических методов разрабатывать, обосновывать и реализовывать процедуры решения задач профессиональной деятельности.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК-3.1 Демонстрирует навыки выполнения стандартных действий, решения типовых задач, формулируемых в рамках базовых математических дисциплин

ИОПК-3.2 Осуществляет применение основных понятий, фактов, концепций, принципов математики и информатики для решения задач профессиональной деятельности

ИОПК-3.3 Выявляет научную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, и применяет соответствующий математический аппарат для их формализации, анализа и выработки решения

#### 2. Оценочные материалы текущего контроля и критерии оценивания

Элементы текущего контроля:

– контрольные работы.

Контрольная работа 1. Булевы функции, булевы переменные, двойственные функции и двойственные формулы (ИОПК-3.1, ИОПК-3.2)

Контрольная работа 1 состоит из 1 задания, состоящего из 6 задач.

Примеры задач:

Задание 1. Для функции f(x, y, z), заданной формулой  $F = x \to y \to (z \oplus \neg x)y$ :

- 1. определить порядок операций в формуле;
- 2. построить таблицу истинности;
- 3. найти двойственную функцию по таблице истинности;
- 4. найти двойственную функцию по определению двойственной функции;
- 5. найти двойственную функцию согласно принципу двойственности;
- 6. найти и удалить фиктивные переменные.

Ответы:

Задание 1 (1-3).

x	y	Z	$\neg x$	$z \oplus \neg x$	$(z \bigoplus \neg x) \land y$	$x \rightarrow y$	$x \to y \to (z \bigoplus \neg x) \land y$	Двойственная функция
0	0	0	1	1	0	1	0	0
0	0	1	1	0	0	1	0	1
0	1	0	1	1	1	1	1	0
0	1	1	1	0	0	1	0	0
1	0	0	0	0	0	0	1	1
1	0	1	0	1	0	0	1	0
1	1	0	0	0	0	1	0	1
1	1	1	0	1	1	1	1	1

Задание 1 (4). Двойственная функция по определению двойственной функции:

$$F^* = \neg(\neg x \rightarrow \neg y \rightarrow (\neg z \oplus \neg \neg x) \neg y)$$
.

Задание 1 (5). Двойственная функция согласно принципу двойственности:

$$F^{**} = x \leftrightarrow y \leftrightarrow ((z \sim \neg x) \vee y).$$

Задание 1 (6). Фиктивные переменные отсутствуют.

Критерии оценивания:

Результаты контрольной работы 1 определяются оценками «зачтено», «не зачтено».

Оценка «зачтено» выставляется, если решены все задачи, возможно с небольшими неточностями.

Оценка «не зачтено» выставляется, если задачи не решены или решены с грубыми ошибками.

Контрольная работа 2. Дизъюнктивные нормальные формы (ИОПК-3.1, ИОПК-3.2) Контрольная работа 2 состоит из 3 заданий.

Задание 1. Для функции f(x, y, z), заданной формулой  $F = x \rightarrow y \rightarrow (z \oplus \neg x) y$ , построить ДН $\Phi_1$  с помощью подстановки кратчайших ДН $\Phi_2$  с помощью разложения Шеннона по переменным. Сравнить результаты, построив таблицы истинности для F, ДН $\Phi_1$  и ДН $\Phi_2$ .

Задание 2. Для функции f(x, y, z), заданной формулой  $F = x \to y \to (z \oplus \neg x)y$ , найти совершенную ДНФ и совершенную КНФ с помощью таблицы истинности.

Задание 3. Для функции f(x, y, z), заданной формулой  $F = x \rightarrow y \rightarrow (z \oplus \neg x)y$ :

- 1. построить таблицу истинности;
- 2. задать функцию на матрице Грея;
- 3. найти сокращенную ДНФ по матрице Грея;
- 4. преобразовать сокращенную ДНФ в совершенную ДНФ;
- 5. найти кратчайшую ДНФ по матрице Грея;
- 6. построить для найденной кратчайшей ДНФ таблицу истинности и сравнить ее с таблицей истинности функции f.

#### Ответы:

Задание 1.

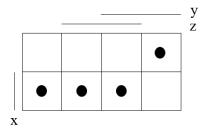
X	y	Z	$x \to y \to (z \bigoplus \neg x) \land y$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Задание 2.

СовДНФ =  $xy\neg z$  V  $x\neg y\neg z$  V  $x\neg yz$  V xyz, СовКНФ =  $(x \lor y \lor z) \land (x \lor y \lor \neg z) \land (x \lor \neg y \lor \neg z) \land (\neg x \lor \neg y \lor z)$ .

Задание 3.

X	у	Z	$x \to y \to (z \bigoplus \neg x) \land y$	КратДН $\Phi = x \neg y \lor xz \lor \neg xy \neg z$
0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1



СокрДН $\Phi$  = x¬y V xz V ¬xy¬z, СовДН $\Phi$  = xy¬z V x¬y¬z V x¬yz V xyz, КратДН $\Phi$  = x¬y V xz V ¬xy¬z.

### Критерии оценивания:

Результаты контрольной работы 2 определяются оценками «зачтено», «не зачтено».

Оценка «зачтено» выставляется, если решены все задачи, возможно с небольшими неточностями.

Оценка «не зачтено» выставляется, если задачи не решены или решены с грубыми ошибками.

Контрольная работа 3. Минимизация булевых функций (ИОПК-3.1, ИОПК-3.2) Контрольная работа 3 состоит из 2 заданий.

Задание 1. Для функции f(x, y, z), заданной формулой  $F = x \to y \to (z \oplus \neg x)y$ : найти совершенную ДНФ;

найти сокращенную ДНФ по совершенной ДНФ методом Квайна – МакКласки;

найти сокращенную ДНФ методом Блейка – Порецкого;

найти кратчайшие и минимальные ДНФ с помощью таблицы Квайна.

Задание 2. Для функции f(x, y, z), заданной формулой  $F = x \to y \to (z \oplus \neg x)$  у найти приближенную кратчайшую ДНФ методом Закревского

Ответы:

Залание 1.

СовДН $\Phi = xy\neg z \lor x\neg y\neg z \lor x\neg yz \lor xyz$ ,

Сокр $\Pi$ Н $\Phi$  = x $\neg$ y V xz V  $\neg$ xy $\neg$ z,

КратДН $\Phi$  = МинДН $\Phi$  = x¬y V xz V ¬xy¬z.

Задание 2.

КратДН $\Phi = x \neg y \lor xz \lor \neg xy \neg z$ .

## Критерии оценивания:

Результаты контрольной работы 3 определяются оценками «зачтено», «не зачтено».

Оценка «зачтено» выставляется, если решены все задачи, возможно с небольшими неточностями.

Оценка «не зачтено» выставляется, если задачи не решены или решены с грубыми ошибками.

Контрольная работа 4. Полиномы Жегалкина, замкнутые классы, функциональная полнота систем булевых функций (ИОПК-3.1, ИОПК-3.2)

Контрольная работа 4 состоит из 2 заданий.

Задание 1. Для функции f(x, y, z), заданной вектором значений 00101101:

построить таблицу истинности;

найти совершенную ДНФ;

найти полином Жегалкина по совершенной ДНФ;

найти полином Жегалкина по таблице истинности методом неопределенных коэффициентов.

Задание 2. Для функции f(x, y, z), заданной формулой  $F = x \to y \to (z \oplus x)y$ : найти полином Жегалкина, используя разложение Дэвио по переменным; найти полином Жегалкина, используя полиномы элементарных булевых функций; определить принадлежность функции f(x, y, z) замкнутым классам  $T^0$ ,  $T^1$ , L, M, S используя соответствующие алгоритмы;

определить является ли множество  $M = \{f\}$  функционально полной системой. Ответы:

Задание 1.

X	у	Z	$x \to y \to (z \bigoplus \neg x) \land y$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

СовДН $\Phi = xy\neg z \lor x\neg y\neg z \lor x\neg yz \lor xyz$ ,

 $P = y \oplus yz \oplus x$ .

Задание 2.

 $P = y \oplus yz \oplus x$ ,

$T^0$	$T^1$	L	M	S
+	+	-	-	-

 $M = \{f\}$  не является функционально полной системой.

Критерии оценивания:

Результаты контрольной работы 4 определяются оценками «зачтено», «не зачтено».

Оценка «зачтено» выставляется, если решены все задачи, возможно с небольшими неточностями.

Оценка «не зачтено» выставляется, если задачи не решены или решены с грубыми ошибками.

# 3. Оценочные материалы итогового контроля (промежуточной аттестации) и критерии оценивания

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме устного экзамена по теоретическому материалу. К промежуточной аттестации допускаются только студенты, успешно прошедшие текущие аттестации по практическим занятиям.

Каждый билет для промежуточной аттестации состоит из трех теоретических вопросов, проверяющих ИОПК-3.2, ИОПК-3.3, по темам из разных разделов дисциплины. В качестве дополнительных вопросов во время проведения промежуточной аттестации используются контрольные вопросы, предлагаемые для самостоятельной работы обучающегося.

Перечень теоретических вопросов:

Раздел 1. Основные понятия теории булевых функций.

- 1. Определения: булевы константы, булев вектор. Примеры.
- 2. Доказательство теоремы о числе булевых векторов.
- 3. Представление множества булевыми векторами. Примеры.

- 4. Представление чисел булевыми векторами. Примеры.
- 5. Расстояние между векторами. Примеры.
- 6. Соседние, противоположные, сравнимые булевы векторы. Примеры.
- 7. Определение булева пространства.
- 8. Способы задания булева пространства.
- 9. Определение интервала. Внутренние и внешние компоненты интервала.
- 10. Доказательство теоремы о мощности интервала.
- 11. Алгоритм распознавания интервала и поиска его границ. Примеры.
- 12. Способы задания интервала. Примеры.
- 13. Алгоритм распознавания интервала на матрице Грея. Примеры.
- 14. Определение соседних интервалов. Примеры.
- 15. Доказательство теоремы о пересечении и объединении соседних интервалов.
- 16. Определение булевых переменных и булевой функции.
- 17. Способы задания булевых функций. Примеры.
- 18. Доказательство теоремы о числе булевых функций.
- 19. Фиктивные переменные. Алгоритм распознавания фиктивных переменных по таблице значений булевой функции. Достаточное условие отсутствия фиктивных переменных.
- 20. Фиктивные переменные. Алгоритм распознавания фиктивных переменных булевой функции, заданной на матрице Грея.
- 21. Алгоритм добавления фиктивных переменных. Алгоритм удаления фиктивных переменных. Примеры.
- 22. Формула как способ задания булевых функций. Примеры.
- 23. Определение равносильных формул. Основные равносильности.
- 24. Определение двойственной функции. Алгоритм построения таблицы значений двойственной функции.
- 25. Способы построения двойственной булевой функции. Примеры.
- 26. Доказательство свойств двойственной функции.
- 27. Определение двойственной формулы. Примеры.
- 28. Доказательство принципа двойственности.
  - Раздел 2. Нормальные формы булевых функций.
- 1. Разложение Шеннона по одной переменной. Примеры.
- 2. Разложение Шеннона по А переменным. Примеры.
- 3. Определение совершенной ДНФ. Теорема о единственности совершенной ДНФ булевой функции.
- 4. Алгоритм построения совершенной ДНФ по таблице значений булевой функции.
- 5. Определение совершенной КНФ. Теорема о единственности совершенной КНФ булевой функции. Построение совершенной КНФ из совершенной ДНФ.
- 6. Определения элементарной, полной, ортогональной, соседней и смежной коньюнкций. Примеры.
- 7. Определения ДНФ, длина и ранг ДНФ. Примеры.
- 8. Алгоритм преобразования ДНФ в совершенную ДНФ. Примеры.
- 9. Доказательство теоремы о конъюнкции и интервале.
- 10. Определения импликанты, простой импликанты, сокращенной ДНФ. Примеры.
- 11. Определения импликанты, простой импликанты, сокращенной ДНФ. Примеры.
- 12. Доказательство леммы об импликанте.
- 13. Определения кратчайшей и минимальной ДНФ. Примеры.
- 14. Доказательство теоремы о минимальной ДНФ.
- 15. Доказательство теоремы о кратчайшей ДНФ.
- 16. Определение безызбыточной ДНФ. Примеры.
- 17. Кратчайшие ДНФ элементарных булевых функций. Примеры.
  - Раздел 3. Минимизация булевых функций.
- 1. Доказательство теоремы Квайна.

- 2. Алгоритм Квайна МакКласки. Примеры.
- 3. Доказательство теоремы Блейка.
- 4. Алгоритм Блейка Порецкого. Примеры.
- 5. Проблема минимизации булевых функций.
- 6. Таблица Квайна. Покрытия таблицы Квайна. Примеры.
- 7. Алгоритм поиска всех безызбыточных покрытий таблицы Квайна. Примеры.
- 8. Алгоритм поиска одного кратчайшего покрытия таблицы Квайна. Примеры.
- 9. Алгоритм поиска приближенной кратчайшей ДНФ методом Закревского. Примеры. Раздел 4. Частичные булевы функции.
- 1. Определение не полностью определенной булевой функции. Способы задания не полностью определенных булевых функций. Примеры.
- 2. Доопределение не полностью определенной булевой функции. Доказательство теоремы о числе доопределений не полностью определенной булевой функции.
- 3. Проблема минимизации не полностью определенных булевых функций.
- 4. Алгоритм поиска одной кратчайшей ДНФ не полностью определенной булевой функции. Примеры.
- 5. Алгоритм поиска приближенной кратчайшей ДНФ не полностью определенной булевой функции методом Закревского. Примеры.
- 6. Алгоритм поиска приближенной кратчайшей ДНФ не полностью определенной булевой функции методом конкурирующих интервалов. Примеры.
- 7. Способы задания булевых и не полностью определенных систем булевых функций. Примеры.
- 8. Проблема минимизации не полностью систем булевых функций. Определения кратчайшей минимальной и безызбыточной ДНФ системы булевых функций. Примеры.
- 9. Алгоритм поиска одной кратчайшей ДНФ системы булевых функций с общей областью определения. Примеры.
  - Раздел 5. Важнейшие замкнутые классы и функциональная полнота.
- 1. Определение замкнутого класса булевых функций. Определение класса  $T^0$  булевых функций, сохраняющих константу 0. Доказательство замкнутости класса  $T^0$ . Доказательство теоремы о мощности класса  $T^0$ .
- 2. Определение замкнутого класса булевых функций. Определение класса  $T^1$  булевых функций, сохраняющих константу 1. Доказательство замкнутости класса  $T^1$ . Доказательство теоремы о мощности класса  $T^0$ .
- 3. Доказательство теоремы о булевой функции, не сохраняющей константу 0.
- 4. Определение класса L, линейных булевых функций. Доказательство замкнутости класса L. Доказательство теоремы о мощности класса L.
- 5. Доказательство теоремы о нелинейной булевой функции.
- 6. Определение класса S самодвойственных булевых функций. Доказательство замкнутости класса S. Доказательство теоремы о мощности класса S. Алгоритм определения самодвойственности булевой функции. Достаточное условие несамодвойственности булевой функции.
- 7. Доказательство теоремы о несамодвойственной булевой функции.
- 8. Определение класса М монотонных булевых функций. Доказательство замкнутости класса М. Доказательство теоремы об условии немонотонности. Алгоритм определения монотонности булевой функции.
- 9. Доказательство теоремы о немонотонной булевой функции.
- 10. Определение положительной конъюнкции. Доказательство леммы о числе положительных конъюнкций. Номер положительной конъюнкции. Представление полинома Жегалкина в форме с коэффициентами. Примеры.
- 11. Определение полинома Жегалкина, длина и ранг полинома. Примеры.

- 12. Доказательство теоремы о возможности представления булевой функции полиномом Жегалкина.
- 13. Доказательство теоремы о единственности представления булевой функции полиномом Жегалкина.
- 14. Алгоритмы построения полиномов Жегалкина. Примеры.
- 15. Проблема функциональной полноты систем булевых функций. Примеры.
- 16. Доказательство теоремы о двух функционально полных системах.
- 17. Принадлежность замкнутым классам элементарных булевых функций. Примеры.
- 18. Доказательство теоремы Поста Яблонского о функциональной полноте. Раздел 6. Функции k-значной логики.
- 1. Элементарные функции k-значной логики. Свойства.
- 2. Совершенные формы. Теоремы о 1-й и 2-й совешенных формах
- 3. Полиномы по mod k. Теорема о задании функций k-значных логик полиномами.
- 4. Малая теорема Ферма.
- 5. Построение полиномов методом неопределенных коэффициентов.
- 6. Построение полиномов быстрым методом.
- 7. Доказательство полноты системы Поста.
- 8. Свойства функций в P<sub>k</sub>, существенно зависящих не менее, чем от двух аргументов.
- 9. Доказательство критерия полноты С.В.Яблонского.

### Оценка «Отлично» выставляется студенту, который:

- Уверенно владеет основными понятиями и теоремами булевых функций и функций k-значной логики.
- Уверенно знает проблемы минимизации и функциональной полноты булевых функций.
- Умеет эффективно применять алгоритмы и теоремы булевых и k-значных функций в задачах защиты информации.
- Уверенно владеет аппаратом функций булевых и k-значной логики для задания структуры и поведения дискретных (цифровых) устройств, в частности, устройств шифрования.

Оценка «Хорошо» выставляется студенту, который:

- Знает основные понятия и теоремы булевых функций и функций к-значной логики.
- Знает проблемы минимизации и функциональной полноты булевых функций.
- Умеет применять алгоритмы и теоремы булевых и k-значных функций в задачах защиты информации.
- Владеет аппаратом функций булевых и k-значной логики для задания структуры и поведения дискретных (цифровых) устройств, в частности, устройств шифрования.

Оценка «Удовлетворительно» выставляется студенту, который:

- Поверхностно знает основные понятия и теоремы булевых функций и функций кзначной логики.
- Поверхностно знает проблемы минимизации и функциональной полноты булевых функций.
- Неуверенно умеет применять алгоритмы и теоремы булевых и k-значных функций в задачах защиты информации.
- Неуверенно владеет аппаратом функций булевых и k-значной логики для задания структуры и поведения дискретных (цифровых) устройств, в частности, устройств шифрования.

Оценка «Неудовлетворительно» выставляется студенту, который:

- Не знает основные понятия и теоремы булевых функций и функций k-значной логики.
- Не знает проблемы минимизации и функциональной полноты булевых функций.

- Не умеет применять алгоритмы и теоремы булевых и k-значных функций в задачах защиты информации.
- 4. Оценочные материалы для проверки остаточных знаний (сформированности компетенций)

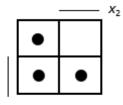
Тест

- 1. Определите длину булева вектора 00110 (ИОПК-3.1, ИОПК-3.2)
  - a) 5
  - б) 2
  - B) 3
  - г) 4
- 2. Определите, сколько булевых векторов длины 4 имеют вес, равный 1 (ИОПК-3.1, ИОПК-3.2)
  - a) 2
  - б) 1
  - в) 4
  - г) 16
- 3. Определите, образует ли множество булевых векторов {10000, 10100, 10110} интервал. Если да, определите его ранг и запишите троичным вектором (ИОПК-3.1, ИОПК-3.2)
  - а) да, r = 3, 10--0
  - б) да, r = 5, 1---0
  - в) да, r = 4, 10-00
  - г) нет
- 4. Постройте совершенную ДНФ для булевой функции  $f(x_1, x_2)$ , заданной следующей таблицей истинности (ИОПК-3.1, ИОПК-3.2):

$x_{1}x_{2}$	$f(x_1,x_2)$
00	0
01	1
10	1
11	1

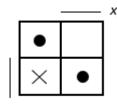
- а) Сов ${
  m Д}{
  m H}\Phi_f=\overline{x}_1x_2\vee x_1\overline{x}_2\vee x_1x_2$
- 6) СовДН $\Phi_f = x_1 \lor x_2 \lor x_1 x_2$
- $_{ extsf{B}}$  СовДН $\Phi_f=\overline{x}_1\overline{x}_2$
- $_{\Gamma )}$  СовДН $\Phi _{f}=\overline{x}_{1}x_{2}ee x_{1}x_{2}$
- 5. Разложите булеву функцию  $f(x,y,z)=(x\downarrow y)\sim z\oplus y$  по формуле Шеннона по переменной у (ИОПК-3.1, ИОПК-3.2)
  - $_{\mathbf{a})}\,f(x,y,z)=y\wedge((x\downarrow1)\sim z\oplus0)\vee\overline{y}\wedge((x\downarrow1)\sim z\oplus0)$
  - $f(x,y,z) = y \wedge ((x\downarrow 0) \sim z \oplus 0) \vee \overline{y} \wedge ((x\downarrow 1) \sim z \oplus 1)$
  - $f(x,y,z) = y \wedge ((x\downarrow 1) \sim z \oplus 1) \vee \overline{y} \wedge ((x\downarrow 0) \sim z \oplus 0)$
  - $f(x,y,z) = x \wedge ((x \lor 0 
    ightarrow \overline{z}) \oplus 1) \lor \overline{x} \wedge ((0 \lor 0 
    ightarrow \overline{z}) \oplus 1)$

6. Для булевой функции  $f(x_1,x_2)$ , заданной матрицей Грея, постройте минимальную ДНФ (ИОПК-3.1, ИОПК-3.2)



- $X_1$
- $x_1\overline{x}_2$
- $\overline{x}_1 \vee x_2$
- B)  $x_1x_2$
- $x_1 \vee \overline{x}_2$

7. Для частичной булевой функции  $f(x_1,x_2)$ , заданной матрицей Грея, постройте кратчайшую ДНФ (ИОПК-3.1, ИОПК-3.2)



- *X*<sub>1</sub>
- a)  $\overline{x}_1 \vee x_2$
- $x_1 \vee \overline{x}_2$
- $x_1x_2$
- г) нет правильного ответа
- 8. Определите, принадлежит ли булева функция  $f = 1 \oplus x$  классу линейных функций L (ИОПК-3.1, ИОПК-3.2)
- а) f принадлежит классу линейных функций, поскольку ранг обеих конъюнкций не превосходит 1
- б) f принадлежит классу линейных функций, поскольку ранг обеих конъюнкций не превосходит 0
- в) f не принадлежит классу линейных функций, поскольку ранг конъюнкции х равен 1
- г) f не принадлежит классу линейных функций, поскольку в полином Жегалкина входит 2 конъюнкции
  - 9. Задана булева функция  $f(x,y,z) = yz \leftarrow x(1 \sim \overline{z} \vee \overline{y}).$

Постройте формулу, задающую двойственную функцию  $f^*(x,y,z)$ , по определению (ИОПК-3.1, ИОПК-3.2)

$$f^*(x,y,z) = \overline{yz} \leftarrow \overline{x}(\overline{1} \sim \overline{\overline{z}} ee \overline{y})$$

$$f^*(x,y,z) = \overline{\overline{y}\ \overline{z} \leftarrow \overline{x}(\overline{1} \sim \overline{\overline{z}} \vee \overline{\overline{y}})}$$

$$f^*(x,y,z) = \overline{\overline{yz} \leftarrow \overline{x}(1 \sim \overline{\overline{z}} \vee \overline{\overline{y}})} \ f^*(x,y,z) = \overline{\overline{y}} \ \overline{z} \leftarrow \overline{x}(1 \sim \overline{\overline{z}} \vee \overline{\overline{y}})$$

- 10. Булева функция  $f(x_1, x_2)$ , задана вектором значений:  $\varphi_f = 0001$ . Определить, принадлежит ли данная функция классу монотонных функций M (ИОПК-3.1, ИОПК-3.2)
  - а) Принадлежит
  - б) Не принадлежит
- 11. Функции k-значной логики. Пусть k=3. Сколько существует различных функций двух аргументов? (ИОПК-3.1, ИОПК-3.2)
  - a) 27
  - б) 19 683
  - в) 9
  - г) 512

Теоретические вопросы:

1. Булевы константы и векторы. Булево пространство. Интервал в булевом пространстве. (ИОПК-3.2, ИОПК-3.3)

Ответ должен содержать определения понятий: булева константа, булев вектор, пара булевых векторов, булево пространство и способы его задания, интервал в булевом пространстве, способы задания интервалов, соседние интервалы.

2. Булевы функции, фиктивные переменные, элементарные булевы функции. (ИОПК-3.2, ИОПК-3.3)

Ответ должен содержать определения понятий: булевы переменные, булевы функции и способы их задания, фиктивные переменные, элементарные булевы функции.

3. Формулы и равносильности. Основные равносильности. (ИОПК-3.2, ИОПК-3.3)

Ответ должен содержать определения понятий: формула как способ задания функции, равносильность формул, основные равносильности.

4. Разложение булевой функции по переменным и совершенные нормальные формы. (ИОПК-3.2, ИОПК-3.3)

Ответ должен содержать определения понятий: разложение Шеннона, разложение функции по k переменным, совершенная дизьюнктивная нормальная форма, совершенная конъюнктивная нормальная форма.

5. Элементарная конъюнкция и интервал. Дизъюнктивная нормальная форма и способы ее построения. Преобразование ДНФ в совершенную ДНФ. Построение матрицы Грея по ДНФ. (ИОПК-3.2, ИОПК-3.3)

Ответ должен содержать определения понятий: элементарная конъюнкция, ДНФ, преобразование ДНФ в совершенную ДНФ, элементарная конъюнкция и интервал, построение матрицы Грея по ДНФ, построение ДНФ по матрице Грея, построение ДНФ по формуле.

6. Импликанта булевой функции. Сокращенная, кратчайшая, минимальная и безызбыточная ДНФ. Кратчайшие ДНФ элементарных функций. (ИОПК-3.2, ИОПК-3.3)

Ответ должен содержать определения понятий: импликанта булевой функции, простые импликанты и сокращенная ДНФ, минимальная и кратчайшая ДНФ, безызбыточная ДНФ, кратчайшие ДНФ элементарных функций.

7. Первый этап минимизации булевой функции: построение сокращенной ДНФ. Алгоритм Квайна-МакКласки. Алгоритм Блейка-Порецкого. (ИОПК-3.2, ИОПК-3.3)

Ответ должен содержать: получение сокращенной ДНФ, теорема Квайна и алгоритм Квайна-МакКласки, теорема Блейка и алгоритм Блейка-Порецкого.

8. Второй этап минимизации булевой функции: построение кратчайших и минимальных ДНФ. Таблица Квайна. (ИОПК-3.2, ИОПК-3.3)

Ответ должен содержать определения понятий: таблица Квайна, покрытия таблицы Квайна и ДНФ, поиск всех безызбыточных покрытий, поиск минимальных и кратчайших покрытий.

9. Частичные булевы функции. Минимизация частичных булевых функций. (ИОПК-3.2, ИОПК-3.3)

Ответ должен содержать определения понятий: частичная булева функция, способы задания частичной булевой функции, минимизация частичных булевых функций.

10. Двойственная функция и двойственная формула. Способы получения двойственной функции. (ИОПК-3.2, ИОПК-3.3)

Ответ должен содержать определения понятий: двойственная функция, двойственная формула, способы получения двойственной функции.

11. Полином Жегалкина. Способы получения полинома Жегалкина. (ИОПК-3.2, ИОПК-3.3)

Ответ должен содержать определения понятий: полином Жегалкина, теоремы о существовании и о единственности полинома Жегалкина, построение полинома Жегалкина по СовДНФ, построение полинома Жегалкина по ДНФ, построение полинома Жегалкина путем подстановки в формулу вместо элементарных функций их полиномов, разложение Дэвио, метод неопределенных коэффициентов.

12. Важнейшие замкнутые классы булевых функций. (ИОПК-3.2, ИОПК-3.3)

Ответ должен содержать определения понятий: суперпозиция булевых функций, замкнутый класс булевых функций, класс булевых функций, сохраняющих константу 0, класс булевых функций, сохраняющих константу 1, класс линейных булевых функций, класс самодвойственных булевых функций, класс монотонных булевых функций.

13. Функциональная полнота систем булевых функций. Теорема о двух функционально полных системах. Теорема Поста – Яблонского. (ИОПК-3.2, ИОПК-3.3)

Ответ должен содержать определения понятий: функционально полная система булевых функций, теорема о двух функционально полных системах, теорема Поста – Яблонского.

14. Функции k-значой логики. Элементарные функции k-значной логики. Первое и второе представления функции k-значнй логики. Полнота систем функций k-значной логики. Представление функций полиномами по модулю k. (ИОПК-3.2, ИОПК-3.3)

Ответ должен содержать определения понятий: определение функции k-значной логики, элементарные функции k-значной логики, первое и второе представления функции k-значной логики, полнота систем функций k-значной логики, представление функций полиномами по модулю k.

#### Информация о разработчиках

Широкова Екатерина Владимировна, старший преподаватель кафедры компьютерной безопасности.