

МИНОБРНАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Институт прикладной математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ  
Директор института прикладной  
математики и компьютерных наук  
А.В. Замятин  
« 02 » июля 2021 г.



**Фонд оценочных средств по дисциплине**

Математический анализ

Специальность

**10.05.01 Компьютерная безопасность**

*код и наименование специальности*

**Анализ безопасности компьютерных систем**

*наименование специализации*

ФОС составил(и):

доктор физ.-мат. наук, доцент  
профессор кафедры системного анализа  
и математического моделирования



С.Э. Воробейчиков

Рецензент:

д-р физ.-мат. наук, профессор,  
профессор кафедры системного анализа  
и математического моделирования

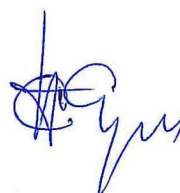


Г.М. Кошкин

Фонд оценочных средств одобрен на заседании учебно-методической комиссии  
института прикладной математики и компьютерных наук (УМК ИПМКН)

Протокол от 17 июня 2021 г. № 05

Председатель УМК ИПМКН,  
д-р техн. наук, профессор



С.П. Сущенко

**Фонд оценочных средств (ФОС)** является элементом системы оценивания сформированности компетенций у обучающихся в целом или на определенном этапе ее формирования.

ФОС разрабатывается в соответствии с рабочей программой (РП) дисциплины и включает в себя набор оценочных материалов для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине.

### 1. Компетенции и результаты обучения, формируемые в результате освоения дисциплины

Компетенция	Индикатор компетенции	Код и наименование результатов обучения (планируемые результаты обучения, характеризующие этапы формирования компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения			
			Отлично	Хорошо	Удовлетворительно	Неудовлетворительно
ОПК-3. Способен на основании совокупности математических методов разрабатывать, обосновывать и реализовывать процедуры решения задач профессиональной деятельности	ИОПК-3.1 Демонстрирует навыки выполнения стандартных действий, решения типовых задач, формулируемых в рамках базовых математических дисциплин; ИОПК-3.2 Осуществляет применение основных понятий, фактов, концепций, принципов математики и информатики для решения задач профессиональной деятельности; ИОПК-3.3 Выявляет научную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной	ОР-3.1.1. Знать математический аппарат теории пределов функций, теории рядов; основные теоремы дифференциального и интегрального исчисления функций одного и нескольких переменных; понятие меры.  ОР-3.1.2. Уметь применять понятийный аппарат дисциплины для построения моделей (в прикладных задачах) на основе вычислительной техники с привлечением методов математического моделирования.  ОР-3.1.3. Владеть способностью	Знает основные понятия и определения; основные пределы, производные, интегралы; основные обыкновенные дифференциальные уравнения; правильно выбирает методы решения задач.  Умеет оперировать основными понятиями и определениями; вычислять	Знает основные понятия и определения; пределы, производные, интегралы; основные обыкновенные дифференциальные уравнения; допускает частичные ошибки при решении  Умеет оперировать некоторыми понятиями и определениями; вычислять	Знает некоторые понятия и определения; некоторые пределы, производные, интегралы; некоторые обыкновенные дифференциальные уравнения; допускает серьезные неточности в формулировках.  Умеет оперировать некоторыми понятиями и	Не знает основные понятия и определения; пределы, производные, интегралы; обыкновенные дифференциальные уравнения; Не умеет оперировать основными понятиями и определениями; вычислять пределы, производные, интегралы; решать обыкновенные

	<p>деятельности, и применяет соответствующий математический аппарат для их формализации, анализа и выработки решения.</p>	<p>применять арсенал математического анализа и вычислительной техники для решения прикладных задач.</p>	<p>пределы, производные, интегралы; решать обыкновенные дифференциальные уравнения; правильно выбирает методы решения задач Владеет основными способами вычислений пределов, производных, интегралов; основными методами решений обыкновенных дифференциальных уравнений и систем; правильно выбирает методы решения задач</p>	<p>пределы, производные, интегралы; решать обыкновенные дифференциальные уравнения; применять аппарат дисциплины к решению прикладных задач. допускает частичные ошибки при решении Владеет основными способами вычислений пределов, производных, интегралов; основными методами решений обыкновенных дифференциальных уравнений и систем; Допускает небольшие ошибки при решении</p>	<p>определениями; вычислять некоторые пределы, производные, интегралы; решать некоторые обыкновенные дифференциальные уравнения; Допускает серьезные неточности при решении Владеет Некоторыми способами вычислений пределов, производных, интегралов; некоторыми методами решений обыкновенных дифференциальных уравнений и систем; Допускает существенные ошибки при решении</p>	<p>дифференциальные уравнения; применять аппарат дисциплины к решению прикладных задач. Не владеет навыками использования основных понятий и определений; способами вычислений пределов, производных, интегралов; методами решений обыкновенных дифференциальных уравнений и систем; аппаратом дисциплины с целью применения к решению прикладных задач.</p>
--	---	---	--	---	--	--

## 2. Этапы формирования компетенций и виды оценочных средств

№	Этапы формирования компетенций (разделы дисциплины)	Код и наименование результатов обучения	Вид оценочного средства (тесты, задания, кейсы, вопросы и др.)
1.	Раздел 1. Действительные числа, пределы числовых последовательностей	ОР-3.1.1, ОР-3.1.2, ОР-3.1.3.	Выполнение заданий на практических занятиях. Выполнение домашних заданий. Выполнение контрольных работ.
2.	Раздел 2. Действительные функции действительной переменной. Производные и дифференциалы	ОР-3.1.1, ОР-3.1.2, ОР-3.1.3.	Выполнение заданий на практических занятиях. Выполнение домашних заданий. Выполнение контрольных работ.
3.	Раздел 3. Интегральное исчисление функций действительной переменной. Интегралы Римана.	ОР-3.1.1, ОР-3.1.2, ОР-3.1.3.	Выполнение заданий на практических занятиях. Выполнение домашних заданий. Выполнение контрольных работ.
4.	Раздел 4. Ряды с действительными и комплексными членами. Функциональные ряды. Ряды с действительными и комплексными членами. Функциональные ряды. Степенные ряды.	ОР-3.1.1, ОР-3.1.2, ОР-3.1.3.	Выполнение заданий на практических занятиях. Выполнение домашних заданий. Выполнение контрольных работ.
5.	Раздел 5. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных. Обратные отображения и неявные функции.	ОР-3.1.1, ОР-3.1.2, ОР-3.1.3.	Выполнение заданий на практических занятиях. Выполнение домашних заданий. Выполнение контрольных работ.
6.	Раздел 6. Мера Жордана. Кратные интегралы. Интегралы, зависящие от параметра	ОР-3.1.1, ОР-3.1.2, ОР-3.1.3.	Выполнение заданий на практических занятиях. Выполнение домашних заданий. Выполнение контрольных работ.
7.	Раздел 7. Теория поля. Криволинейные и поверхностные интегралы	ОР-3.1.1, ОР-3.1.2, ОР-3.1.3.	Выполнение заданий на практических занятиях. Выполнение домашних заданий. Выполнение контрольных работ.
8.	Раздел 8. Ряды Фурье. Интеграл Фурье.	ОР-3.1.1, ОР-3.1.2, ОР-3.1.3.	Выполнение заданий на практических занятиях. Выполнение домашних заданий. Выполнение контрольных работ.

9.	Раздел 9. Теория функций комплексной переменной. Дифференцирование, интегрирование	ОР-3.1.1, ОР-3.1.2, ОР-3.1.3.	Выполнение заданий на практических занятиях. Выполнение домашних заданий. Выполнение контрольных работ.
10.	Раздел 10. Ряд Лорана. Особые точки. Вычеты.	ОР-3.1.1, ОР-3.1.2, ОР-3.1.3.	Выполнение заданий на практических занятиях. Выполнение домашних заданий. Выполнение контрольных работ.
11.	Раздел 11. Вычисление интегралов с помощью вычетов. Преобразование Лапласа.	ОР-3.1.1, ОР-3.1.2, ОР-3.1.3.	Выполнение заданий на практических занятиях. Выполнение домашних заданий. Выполнение контрольных работ.
12.	Раздел 12. Дифференциальные уравнения	ОР-3.1.1, ОР-3.1.2, ОР-3.1.3.	Выполнение заданий на практических занятиях. Выполнение домашних заданий. Выполнение контрольных работ.

### 3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки образовательных результатов обучения

3.1. Типовые задания для проведения текущего контроля успеваемости по дисциплине (тесты, задания, задачи, деловые игры и др.).

<p><b>Вариант 1</b></p> <p>1. Вычислить пределы.</p> <p>a) <math>x_n = \frac{1^2 + 2^2 + \dots + n^2}{n^3}</math></p> <p>b) <math>x_n = \frac{1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n-1)^2}{n^3}</math></p> <p>c) <math>x_n = \sqrt[n]{3^n + 2^n}</math></p> <p>d) <math>x_n = \sqrt[3]{8}</math>.</p> <p>2. Доказать, что <math>\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{a}{1-q}</math>, где</p> $S_n = \sum_{k=0}^n aq^k, \quad  q  < 1.$	<p><b>Вариант 2</b></p> <p>1. Вычислить пределы.</p> <p>a) <math>x_n = \frac{1+3+5+\dots+(2n-1)}{n^3}</math></p> <p>b) <math>x_n = \frac{1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + n(n+1)}{n^3}</math></p> <p>c) <math>x_n = \sqrt[4]{16}</math></p> <p>d) <math>x_n = \sqrt[n]{n}</math>.</p> <p>2. Доказать, что <math>\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a} = 1</math>, где <math>a &gt; 0</math></p>
<p><b>Вариант 1</b></p> <p>1. Исследовать ряды на сходимость</p>	<p><b>Вариант 2</b></p> <p>1. Исследовать ряды на сходимость</p>

<p>1. <math>\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2^n}</math>.</p> <p>2. <math>\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{3n+1}{4n+3} \right)^{2n}</math>.</p> <p>3. <math>\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt[6]{\ln^5 n}}{n}</math>.</p> <p>2. Найти область сходимости степенного ряда</p> $1 - \frac{x}{5\sqrt{2}} + \frac{x^3}{5^2\sqrt{3}} - \frac{x^5}{5^3\sqrt{4}} + \dots + \frac{(-1)^k x^{2k-1}}{5^k \sqrt{k+1}} + \dots$	<p>1. <math>\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4}{5^n n!}</math>.</p> <p>2. <math>\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{4n+3}{3n+2} \right)^{\frac{n}{5}}</math>.</p> <p>3. <math>\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^2+1}</math>.</p> <p>2. Найти область сходимости степенного ряда</p> $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2^n n!}$
--	---

### 3.2. Типовые задания для проведения промежуточной аттестации по дисциплине

I семестр. Вопросы к экзамену.

1. Ограниченные множества. Супремум, инфимум. Свойства супремума, инфимума.
2. Числовые последовательности. Предел последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности.
3. Теоремы о свойствах предела последовательности.
  - а) связанные с арифметическими операциями; \\\
  - б) о двух полинейских; \\\
  - в) о пределе монотонной последовательности.
4. Теорема Больцано-Вейерштрасса и критерий Коши.
5. Число  $\epsilon$ .
6. Частичные пределы последовательности. Свойства частичных пределов. Верхний и нижний пределы последовательности. Свойства верхнего предела.
7. Определение предела функции в точке по Коши и Гейне.
8. Свойства предела функции в точке (основные теоремы).
9. Комплексные числа. Умножение, деление, возведение в степень, извлечение корня n-го порядка.
10. Два определения полноты множества действительных чисел (вложенные отрезки и супремум). Теорема об их эквивалентности.
11. Первый замечательный предел и следствия из него.
12. Второй замечательный предел и следствия из него.
13. Определение непрерывной функции в точке. Свойства непрерывных функций (арифметические операции, сложная функция, обратная функция).
14. Точки разрыва.
15. Свойства непрерывных на отрезке функций (теорема Вейерштрасса, Кантора).
16. Определение производной.
17. Правила дифференцирования.
18. Таблица производных.
19. Производная сложной функции.
20. Производная функции, заданной параметрически.
21. Дифференциал функции.
22. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница.
23. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши.
24. Правило Лопиталя.
25. Определение точки экстремума.
26. Необходимое условие экстремума.
27. Достаточные условия экстремума.
28. Выпуклость, вогнутость, точки перегиба. Теоремы о выпуклых функциях.
29. Асимптоты. Способы нахождения.
30. Исследование функции.

31. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано, Коши.
32. Формула Тейлора для элементарных функций.

II семестр. Вопросы к экзамену.

1. Первообразная. Неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла.
2. Формула замены переменной в неопределенном интеграле.
3. Формула интегрирования по частям в неопределенном интеграле.
4. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование элементарных дробей.
5. Определенный интеграл. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла.
6. Суммы Дарбу и их свойства. Определенный интеграл.
7. Критерий интегрируемости. Интегральные суммы Римана.
8. Классы интегрируемых функций (непрерывные, монотонные, кусочно - непрерывные).
9. Теорема Дарбу.
10. Свойства определенного интеграла. Неравенства, теоремы о среднем. Интегрируемость произведения интегрируемых функций.
11. Свойства интеграла Римана как функции верхнего предела интегрирования. Существование первообразной у интегрируемой, непрерывной функций. Формула Ньютона-Лейбница.
12. Замена переменной, интегрирование по частям в определенном интеграле.
13. Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме.
14. Геометрические приложения определенного интеграла. Вычисление площади плоских фигур, объема тела вращения. Спрямолинейные кривые; длина кривой.
15. Несобственные интегралы первого рода. Абсолютная и условная сходимость. Признаки сходимости: сравнения, Дирихле, Абеля.
16. Числовой ряд, его сходимость и сумма.
17. Критерий Коши.
18. Абсолютная и условная сходимость рядов. Основные признаки сходимости числовых рядов.: сравнения, интегральный, Даламбера, Коши, Лейбница, Дирихле, Абеля.
19. Перестановка членов абсолютно и условно сходящихся рядов, теорема Римана.
20. Функциональные последовательности и ряды.
21. Равномерная сходимость. Признаки равномерной сходимости.
22. Теоремы о равномерно сходящихся последовательностях и рядах: непрерывность предельной функции и суммы ряда, почленное дифференцирование и интегрирование.
23. Степенные ряды.
24. Теоремы Абеля. Интервал и радиус сходимости.
25. Разложение функций в степенные ряды.
26. Векторные функции нескольких переменных. Непрерывность, дифференцируемость. Дифференцируемость сложной функции.
27. Производная по направлению, свойства. Частные производные.
28. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости.
29. Производные и дифференциалы высших порядков.
30. Свойства смешанных частных производных.
31. Формула Тейлора.
32. Локальный экстремум. Необходимое, достаточное условие экстремума.

III семестр. Вопросы к экзамену.

1. Интегралы, зависящие от параметра. Непрерывность, интегрирование и дифференцирование по параметру.
2. Несобственные интегралы, зависящие от параметра, равномерная сходимость. Признаки равномерной сходимости Вейерштрасса, Дирихле, Абеля.
3. Свойства равномерно сходящихся несобственных интегралов.
4. Непрерывность, интегрирование и дифференцирование по параметру несобственных интегралов.
5. Бета-функция и гамма-функция и их свойства. Основная теорема о гамма-функции.
6. Кратные интегралы. Суммы Дарбу, верхний и нижний интегралы. Интегралы по брусу.
7. Интегрируемость непрерывной функции. Свойства интеграла.
8. Множества, измеримые по Жордану. Внутренняя мера.
9. Свойства измеримых множеств.
10. Цилиндрические множества. Интеграл по измеримым множествам.
11. Теорема о приведении кратного интеграла к последовательным однократным.
12. Формула замены переменной в кратном интеграле.
13. Несобственные кратные интегралы.



14. Вычисление интеграла Пуассона.
15. Криволинейные интегралы первого рода. Определение, свойства. Способ вычисления.
16. Криволинейные интегралы второго рода. Определение, свойства. Способ вычисления.
17. Формула Грина. Вычисление площадей с помощью криволинейных интегралов.
18. Поверхностные интегралы первого и второго рода. Способы вычисления.
19. Дивергенция, ротор. Формула Остроградского-Гаусса. Формула Стокса.
20. Ряды Фурье. Тригонометрическая система, свойства.
21. Нахождение коэффициентов. Минимальное свойство коэффициентов Фурье. Стремление коэффициентов к нулю.
22. Частичные суммы ряда Фурье. Ядро Дирихле. Принцип локализации.
23. Сходимость ряда Фурье в точке. Теорема Дини.
24. Сумма Фейера. Ядро Фейера. Теорема Фейера.
25. Интегрирование, дифференцирование Рядов Фурье.
26. Неравенство Бесселя. Минимальное свойство коэффициентов Фурье.

#### IV семестр. Вопросы к экзамену.

1. Интеграл Стильеса. Функция скачков. Теорема о разложении монотонной функции
2. Вариация. Функции ограниченной вариации. Свойства вариации и функций ограниченной вариации.
3. Суммы Дарбу-Стилтьеса. Свойства. Интеграл Стильеса.
4. Классы интегрируемых функций.
5. Теоремы о вычисления интеграла Стильеса.
6. Производная функции комплексной переменной. Аналитические функции. Условия Коши-Римана.
7. Достаточные условия дифференцируемости.
8. Интегрирование функции комплексной переменной. Свойства.
9. Интеграл с переменным верхним пределом.
10. Теорема Коши.
11. Формула Коши.
12. Принцип максимума модуля для аналитических функций.
13. Интегралы, зависящие от параметра. Теорема об аналитичности производной.
14. Существование производных всех порядков у аналитической функции.
15. Теорема Лиувилля.
16. Теорема о представлении аналитической в круге функции в виде степенного ряда.
17. Теорема единственности аналитических функций.
18. Ряд Лорана. Область сходимости.
19. Разложение аналитической функции в ряд Лорана. Нахождение коэффициентов.
20. Изолированные особые точки и их классификация.
21. Свойство существенно особой точки (теорема Сохоцкого - Вейерштрасса).
22. Свойство полюса.
23. Свойство устранимой особой точки.
24. Вычет функции в изолированной особой точке. Вычисление вычета в полюсе первого порядка (2 формулы), в полюсе произвольного порядка.
25. Основная теорема теории вычетов.
26. Вычисление определенного интеграла на бесконечном промежутке с помощью вычетов.
27. Вычисление определенного интеграла на конечном промежутке с помощью вычетов.
28. Лемма Жордана.
29. Логарифмический вычет. Теорема Руше.
30. Преобразование Лапласа. Свойства.
31. Нахождение интеграла по изображению. Формула Меллина. Условия существования оригинала.
31. Дифференциальные уравнения. Общее, частное, особое решение. Общий интеграл. Уравнения с разделяющимися переменными.
32. Однородные уравнения. Уравнения, приводящиеся к однородным.
33. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Метод вариации произвольной постоянной.
34. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель и его нахождение.
35. Теорема Банаха о сжимающем отображении. Теорема о существовании и единственности решения дифференциального уравнения.
36. Линейные уравнения  $n$ -го порядка. Существование решения. Фундаментальная система решений.

37. Линейные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами (однородные, неоднородные). Построение фундаментальной системы решений. Метод вариации произвольных постоянных.
38. Системы линейных уравнений с постоянными коэффициентами. Матричная экспонента.

#### **4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания образовательных результатов обучения**

##### **Критерии формирования оценок при проведении экзамена**

Оценки при проведении экзамена формируются в соответствии с нижеприведенной таблицей.

2	3	4	5
Не ответил ни на один из вопросов.	Ответил на один из основных вопросов и на один - два частично.	Ответил на вопросы, содержащиеся в экзаменационном билете, но с замечаниями.	Правильно ответил на все вопросы.