

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Физический факультет

УТВЕРЖДЕНО:  
Декан физического факультета  
С.Н. Филимонов

Оценочные материалы по дисциплине

**Элементы теории групп**

по направлению подготовки  
**03.03.02 Физика**

Направленность (профиль) подготовки / специализация:  
**«Фундаментальная и прикладная физика»**

Форма обучения  
**Очная**

Квалификация  
**Бакалавр**

Год приема  
**2025**

СОГЛАСОВАНО:  
Руководитель ОП  
С.Н. Филимонов

Председатель УМК  
О.М. Сюсина

**Томск – 2025**

## 1. Компетенции и индикаторы их достижения, проверяемые данными оценочными материалами

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-2 Способен проводить научные исследования физических объектов, систем и процессов, обрабатывать и представлять экспериментальные данные.

ПК-1 Способен проводить научные исследования в выбранной области с использованием современных экспериментальных и теоретических методов, а также информационных технологий.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК 2.2 Анализирует и интерпретирует экспериментальные и теоретические данные, полученные в ходе научного исследования, обобщает полученные результаты, формулирует научно обоснованные выводы по результатам исследования

ИПК 1.1 Собирает и анализирует научно-техническую информацию по теме исследования, обобщает научные данные в соответствии с задачами исследования

## 2. Оценочные материалы текущего контроля и критерии оценивания

Элементы текущего контроля:

I. По дисциплине «Элементы теории групп» предусмотрены тесты и задания, которые размещены в системе LMS Moodle ТГУ (Learning Management System Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment) по ссылке:

<https://moodle.tsu.ru/course/view.php?id=25827>

Тесты по курсу составлены на основе банка вопросов в курсе Moodle

Тест (ИОПК-2.2.)

Вопрос: Определение групп.

Ключ: Группа – это непустое множество  $G$  с бинарной операцией, обладающей следующими свойствами:

– Ассоциативность:  $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$

– Существование нейтрального элемента:  $\exists e \in G: \forall a \in G \ a e = e a = a$

– Существование обратного элемента:  $\forall a \in G \ \exists a^{-1} \in G: a a^{-1} = a^{-1} a = e$

Вопрос: Теорема Кэли.

Ключ: Любая конечная группа порядка  $n$  изоморфна некоторой подгруппе симметрической группы  $S_n$

Критерии оценивания: тест считается пройденным, если обучающий ответил правильно как минимум на половину вопросов.

II. По курсу предусмотрены Задания (ИПК 1.1, ИОПК 2.1).

Пример Задания:

1. Для группы поворотов правильного тетраэдра, состоящей из 11 тождественных элементов показать некоммутативность выражений:  $a_1 a_3 = a_{10}$  и  $a_3 a_1 = a_{11}$ .
2. Найти элементы циклической группы 4 порядка на основе правильной подгруппы  $S_4$

Критерии оценивания: результаты контрольной работы определяются оценками «зачтено» и «не зачтено». Оценка «зачтено» выставляется, если студент предьявляет правильные письменные решения двух задач, то есть для каждой задачи способен обосновать метод решения, понимает используемые термины и формулы и получил

правильный ответ. При невыполнении указанных критериев оценки «зачтено» выставляется оценка «не зачтено».

### **3. Оценочные материалы итогового контроля (промежуточной аттестации) и критерии оценивания**

**Зачет в 6 семестре** проводится в устной форме по экзаменационным билетам.

#### **Открытый перечень вопросов, выносимых на зачет.**

1. Определение группы. Числовые группы. Циклические группы.
2. Сопряженный, унитарный и эрмитовый операторы.
3. Точечные группы симметрии  $C_2$ ,  $S_2$ ,  $C_3$
4. Операторы индуцированного преобразования функций.
5. Точечные группы симметрии  $D_3$ ,  $D_{3h}$ . Группа трансляций. Группа векторов решетки Браве.
6. Примеры линейных операторов.
7. Изоморфизм и гомоморфизм групп. Примеры. Группа и подгруппа.
8. Определение представления группы. Матричное представление группы.
9. Прямое произведение групп. Сопряженные элементы и классы групп.
10. Представления групп  $D_3$ : 1) тривиальное; 2) в одномерном пространстве; 3) трехмерном пространстве.
11. Теоремы о классах сопряженных элементов. Классы групп  $C_3$ ,  $D_3$ ,  $D_{3h}$ .
12. Линейные векторные пространства. Размерность пространства, базис.
13. Эквивалентное представление  $D_3$  в 3-х мерном пространстве.
14. Примеры линейных векторных пространств.
15. Характер матричного представления. Свойства характеров.
16. Линейные операторы и их матрицы.
17. Инвариантные подпространства. Приводимые и неприводимые представления. Теоремы о неприводимых представлениях.
18. Произведение и преобразование операторов. Обратный оператор.
19. Неприводимые представления циклических групп.
20. Определение группы. Примеры группы — числовые группы. Циклические группы.
21. Прямое произведение представлений группы.
22. Группа и подгруппа. Прямое произведение групп, конкретный пример.
23. Представление прямого произведения Группы.
24. Теоремы о классах сопряженных элементов. Классы групп  $C_3$ ,  $D_3$ ,  $D_{3h}$ .
25. Неприводимые представления группы  $C_{2h}$ .

Билет содержит два теоретических вопроса, проверяющие компетенции ИПК 1.1, ИОПК 2.2. После ответа на билет студент отвечает на уточняющие и дополнительные вопросы из открытого перечня вопросов экзаменационных билетов, открытого банка задач, тестов (п. 2), направленные на проверку достижения ИПК 1.1 и ИОПК 2.2.

Отметка «Зачтено» ставится студенту при правильном ответе не менее чем на 60% вопросов билета и связанных с ними дополнительных вопросов.

### **4. Оценочные материалы для проверки остаточных знаний (сформированности компетенций)**

Тест (ИОПК-2.2.).

Какое из свойств не является свойством группы?

- а) Ассоциативность
- б) Коммутативность
- в) Существование обратного элемента.

Ключи: б).

Задачи

Задача 1 (ИПК-3.3)

Найти все подгруппы в группах а)  $S_3$  ; б)  $D_4$  ; в)  $Q_8$  ; г)  $A_4$  .

Задача 2 (ИОПК-2.1)

Показать число самосовмещений группы правильного диэдра.

Ответы:

Задача 1.

а)  $E$  ,  $S_3$  ,  $h(i j)i$ ,  $h(1 2 3)i$ ;

б)  $E$  ,  $D_4$  ,  $h(1 3)i$ ,  $h(2 4)i$ ,  $h(1 2)(3 4)i$ ,  $h(1 3)(2 4)i$ ,  $h(1 4)(2 3)i$ ,  $h(1 2 3 4)i$ ,  $V_4$  ;

в)  $E$  ,  $Q_8$  ,  $hii$ ,  $hji$ ,  $hki$ ;

г)  $E$  ,  $A_4$  ,  $h(1 2)(3 4)i$ ,  $h(1 3)(2 4)i$ ,  $h(1 4)(2 3)i$ ,  $V_4$  ,  $h(1 2 3)i$ ,  $h(1 2 4)i$ ,  $h(1 3 4)i$ ,  $h(2 3 4)i$ .

Задача 2.

$2n$

Теоретические вопросы на темы (ИПК 1.1, ИОПК 2.2):

1. Теорема Кэли.
2. Гомоморфизмы.
3. Смежные классы.
4. Теорема Лагранжа.
5. Первая теорема об изоморфизме групп.
6. Вторая теорема об изоморфизме групп.
7. Группы подстановок.
8. Группы преобразований.
9. Разрешимые группы.
10. Конечные абелевы группы.

### **Информация о разработчиках**

Аникеев Сергей Геннадьевич, кандидат физико-математических наук, доцент, кафедры физики металлов ФФ НИ ТГУ.