

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Институт прикладной математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ:

Директор института прикладной  
математики и компьютерных наук

  
А. В. Замятин  
«16» июля 2023 г.

Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине  
(Оценочные средства по дисциплине)

**Непрерывные математические модели**

по направлению подготовки

**01.04.02 Прикладная математика и информатика**

Направленность (профиль) подготовки:

**Информационная безопасность**

ОМ составил(и):  
д-р техн. наук, профессор,  
профессор кафедры прикладной математики



В.И. Смагин

Рецензент:  
д-р техн. наук, профессор,  
профессор кафедры прикладной математики



К.И. Лившиц

Оценочные средства одобрены на заседании учебно-методической комиссии  
института прикладной математики и компьютерных наук (УМК ИПМКН)

Протокол от 08.06.2023 г. №02

Председатель УМК ИПМКН,  
д-р техн. наук, профессор



С.П. Сущенко

**Оценочные средства (ОС)** являются элементом оценивания сформированности компетенций у обучающихся в целом или на определенном этапе ее формирования.

ОС разрабатываются в соответствии с рабочей программой (РП).

### 1. Компетенции и результаты обучения, формируемые в результате освоения дисциплины

| Компетенция  | Индикатор компетенции   | Код и наименование результатов обучения (планируемые результаты обучения, характеризующие этапы формирования компетенций)  | Критерии оценивания результатов обучения   |   |  |   |
|--|---|--|--|---|--|---|
|  |   |  | Отлично  | Хорошо  | Удовлетворительно  | Неудовлетворительно   |
| УК-1. Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий | <p>ИУК-1.1. Выявляет проблемную ситуацию, на основе системного подхода осуществляет её многофакторный анализ и диагностику.</p> <p>ИУК-1.2. Осуществляет поиск, отбор и систематизацию информации для определения альтернативных вариантов стратегических решений в проблемной ситуации.</p> <p>ИУК-1.3. Предлагает и обосновывает стратегию действий с учетом ограничений, рисков и возможных последствий.</p> | <p>ОР-1.1.1. Обучающийся сможет:<br/>- использовать результаты прикладной математики для освоения, адаптации новых методов решения задач в области построения непрерывных математических моделей реальных объектов.</p> <p>ОР-1.2.1. Обучающийся сможет:<br/>- реализовать и совершенствовать новые методы решения прикладных задач при построении непрерывных математических моделей реальных объектов.</p> <p>ОР-1.3.1. Обучающийся сможет:<br/>- проводить качественный и количественный анализ полученного решения с целью</p> | Демонстрация высокого уровня знаний; способность самостоятельного анализа и реализации полученных знаний. Знание математического аппарата и современных компьютерных технологий для решения задач из области экономики, непрерывных и дискретных математических моделей экономики, социально-экономического прогнозирования, логистики, управления в экономических системах, статистики, финансовой эконометрики, управления инвестициями. | В целом успешные, но содержащие отдельные пробелы знания в базовом (стандартном) объеме методов построения и исследования математических моделей, современных компьютерных технологий для решения задач из области экономики, непрерывных и дискретных математических моделей экономики, социально-экономического прогнозирования, логистики, управления в экономических системах, статистики, финансовой | Фрагментарное, неполное знание без грубых ошибок использования современных компьютерных технологий для решения задач из области экономики, непрерывных и дискретных математических моделей экономики, социально-экономического прогнозирования, логистики, управления в экономических системах, статистики, финансовой | Не имеет четкого представления об изучаемом материале, допускает грубые ошибки при использовании современных компьютерных технологий для решения задач из области экономики, демонстрирует слабые знания непрерывных и дискретных математических моделей экономики, социально-экономического прогнозирования, логистики, управления в экономических системах, статистики, финансовой эконометрики, управления |

|   |   |   |  |  |   |   |
|---|---|---|--|--|---|---|
|   |   | построения оригинального варианта непрерывных математических моделей реальных объектов.   |  | финансовой эконометрики, управления инвестициями.  | эконометрики, управления инвестициями.  | инвестициями.   |
| ПК-5. Способен управлять получением, хранением, передачей, обработкой больших данных. | <p>ИПК-5.1. Осуществляет мониторинг и оценку производительности обработки больших данных.</p> <p>ИПК-5.2. Использует методы и инструменты получения, хранения, передачи, обработки больших данных</p> <p>ИПК- 5.3. Разрабатывает предложения по повышению производительности обработки больших данных</p> | <p>ОР-5.1.1 Обучающийся сможет:<br/>- разрабатывать непрерывные математические модели в области прикладной математики и информатики.</p> <p>ОР-5.2.1 Обучающийся сможет:<br/>- анализировать непрерывные математические модели для решения прикладных задач профессиональной деятельности.</p> <p>ОР-5.3.1. Обучающийся сможет:<br/>- разрабатывает и анализирует новые непрерывные математические модели для прикладных задач профессиональной деятельности в области прикладной математики и информатики.</p> | Демонстрация высокого уровня знаний; способность самостоятельного анализа и реализации полученных знаний. Способность к разработке оригинальных математических моделей непрерывных процессов и их использования для решения научных и практических задач. Способен разрабатывать непрерывные математические модели и проводить их анализ при решении задач в области экономики, непрерывных и дискретных математических моделей экономики, социально-экономического прогнозирования, логистики, управления в экономических системах, статистики, финансовой эконометрики, управления инвестициями. | В целом успешные, но содержащие отдельные пробелы знания в базовом (стандартном) объёме методов построения и исследования математических моделей, современных компьютерных технологий для решения задач из области экономики, непрерывных и дискретных математических моделей экономики, социально-экономического прогнозирования, логистики, управления в экономических системах, статистики, финансовой эконометрики, управления инвестициями. | Фрагментарное, неполное знание без грубых ошибок использования современных компьютерных технологий для решения задач из области экономики, непрерывных и дискретных математических моделей экономики, социально-экономического прогнозирования, логистики, управления в экономических системах, статистики, финансовой эконометрики, управления инвестициями. | Не имеет четкого представления об изучаемом материале, допускает грубые ошибки при использовании современных компьютерных технологий для решения задач из области экономики, демонстрирует слабые знания непрерывных и дискретных математических моделей экономики, социально-экономического прогнозирования, логистики, управления в экономических системах, статистики, финансовой эконометрики, управления инвестициями. |

## 2. Этапы формирования компетенций и виды оценочных средств

| №  | Этапы формирования компетенций (разделы дисциплины)   | Код и наименование результатов обучения                      | Вид оценочного средства (тесты, задания, кейсы, вопросы и др.)  |
|----|---|--|---|
| 1. | Введение. основные понятия  | ОР-1.1.1, ОР-1.2.1, ОР-1.3.1., ОР-5.1.1                      | вопросы, экзамен, конспект самоподготовки, опрос на занятиях, выступление (доклад) на занятии.                |
| 2. | Непрерывные математические модели с сосредоточенными параметрами                                | ОР-1.1.1, ОР-1.3.1., ОР-5.1.1, ОР-5.2.1, ОР-5.3.1.           | вопросы, экзамен, конспект самоподготовки, собеседование, опрос на занятиях, выступление (доклад) на занятии. |
| 3  | Примеры непрерывных математических моделей с сосредоточенными параметрами                       | ОР-1.1.1, ОР-1.2.1, ОР-1.3.1., ОР-5.1.1, ОР-5.2.1.           | задания, вопросы, экзамен, конспект самоподготовки, собеседование, опрос на занятиях, коллоквиум.             |
| 4  | Численные методы исследования непрерывных математических моделей с сосредоточенными параметрами | ОР-1.1.1, ОР-1.2.1, ОР-1.3.1., ОР-5.1.1, ОР-5.2.1, ОР-5.3.1. | вопросы, экзамен, конспект самоподготовки, собеседование, опрос на занятиях, выступление (доклад) на занятии. |
| 5  | Непрерывные математические модели с распределенными параметрами                                 | ОР-5.1.1, ОР-5.2.1, ОР-5.3.1.                                | вопросы, экзамен, конспект самоподготовки, опрос на занятиях, выступление (доклад) на занятии.                |

## 3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки образовательных результатов обучения

3.1. Типовые задания для проведения текущего контроля успеваемости по дисциплине «Непрерывные математические модели»

### Задания:

Задание 1.

Динамические модели с модели с неопределенными параметрами.

Задание 2.

Алгебро-дифференциальные непрерывные модели (дескрипторные или сингулярные системы).

Задание 3.

Теория робастной устойчивости многочленов (теория В.Л.Харитонов).

Задание 4.

Аттракторы динамических систем.

### Темы докладов:

1. Неявные схемы численного решения дифференциальных уравнений. Жесткие задачи.
2. Численное решение уравнений с запаздыванием (метод шагов).
3. Задачи обработки информации для непрерывных моделей.

#### 4. Применение ППП (MathCad, Matlab, Simulink) для численного решения ОДУ.

#### **Темы опросов на занятиях:**

1. Основные требования, предъявляемые к моделям.
2. Математическая адекватность модели.
3. Классификация методов моделирования по типу моделей.
4. Классификация методов построения моделей. Классификация методов математического моделирования.
5. Характеристики математических моделей.
6. Этапы построения математических моделей

#### **Вопросы на собеседовании:**

1. Классификация методов моделирования по типу моделей.
2. Классификация методов построения моделей. Классификация методов математического моделирования.
3. Характеристики математических моделей.
4. Анализ устойчивости непрерывных динамических моделей (с учетом и без учета запаздываний).
5. Теория робастной устойчивости многочленов (теория В.Л. Харитонов).
13. Аттракторы динамических систем.

#### **Вопросы для подготовки к лабораторным занятиям**

1. Основные требования, предъявляемые к моделям.
2. Анализ устойчивости непрерывных математических моделей без запаздываний.
3. Анализ устойчивости непрерывных динамических моделей (с учетом и без учета запаздываний).
4. Аттракторы динамических систем.
5. Модель смесительной колонны.
6. Модель «хищник-жертва».
7. Неявные схемы численного решения дифференциальных уравнений. Жесткие задачи.
8. Численное решение уравнений с запаздыванием (метод шагов).

#### **Тесты:**

Тест 1.

Проверяемая компетенция: ОК-1 Способностью к абстрактному мышлению, анализу, синтезу.

Выбрать правильное описание непрерывной математической модели:

- а) Это приближенное описание объекта на языке математики, при этом реальные переменные, используемые для описания объекта, могут быть двух типов – дискретные, когда точка, отвечающая заданному состоянию объекта, всегда имеет окрестность, не содержащую никаких других состояний этой переменной и непрерывные – когда переменная принимает все значения из некоторого интервала. Значения состояний можно перенумеровать. Если в описание модели входит временная переменная, то она может быть дискретной или непрерывной.
- б) Это приближенное описание объекта на языке математики, при этом реальные переменные, используемые для описания объекта, могут быть одного типа – непрерывные (это когда переменная принимает все значения из некоторого интервала). Состояния переменной имеют мощность континуума. Если в описание модели входит временная переменная, то она должна быть непрерывной.
- в) Это приближенное описание объекта на языке математики, при этом реальные переменные, используемые для описания объекта должны быть дискретными, т.е. точка, отвечающая заданному состоянию объекта, всегда имеет окрестность, не содержащую никаких других состояний этой переменной. Значения состояний можно перенумеровать. Если в описание модели входит временная переменная, то она может быть дискретной или непрерывной.
- г) Это приближенное описание объекта на языке математики, при этом реальные переменные, используемые для описания объекта, должны быть непрерывными (это когда переменная принимает все значения из некоторого

интервала). Состояния переменной имеют мощность континуума. Если в описание модели входит временная переменная, то она может быть дискретной или непрерывной.

д) Это приближенное описание объекта на языке математики, при этом реальные переменные, используемые для описания объекта должны быть дискретными, т.е. точка, отвечающая заданному состоянию объекта, всегда имеет окрестность, не содержащую никаких других состояний этой переменной. Значения состояний можно перенумеровать. Если в описание модели входит временная переменная, то она должна быть непрерывной.

### Тест 2.

Проверяемая компетенция: ОПК-4 способностью использовать и применять углубленные знания в области прикладной математики и информатики.

Для следующей системы разностным уравнений с запаздыванием

$$x(k+1) = A_0x(k) + A_1(k-h),$$

где  $A_0$  и  $A_1$  заданные постоянные матрицы,  $h$  – запаздывание. Выбрать подходящую функцию Ляпунова, которую можно использовать для анализа устойчивости заданной системы.

Варианты ответов:

а)

$$V(x(k)) = x(k)^T Px(k) + \sum_{i=1}^h x(k-i)^T Qx(k-i), \quad V(x(k)) = x(k)^T Px(k) + \sum_{i=1}^h x(k+i)^T Qx(k+i),$$

где  $P = P^T > 0$ ,  $Q = Q^T > 0$ .

б)

$$V(x(k)) = x(k)^T Px(k) + \sum_{i=1}^h x(k-i)^T Qx(k-i),$$

где  $P = P^T > 0$ ,  $Q = Q^T > 0$ .

в)

$$V(x(k)) = x(k)^T Px(k),$$

где  $P = P^T > 0$ .

г)

$$V(x(k)) = x(k+1)^T Px(k+1) + \sum_{i=1}^h x(k-i)^T Qx(k-i),$$

где  $P = P^T > 0$ ,  $Q = Q^T > 0$ .

### Тест 3.

Проверяемая компетенция: ОПК-4 способностью использовать и применять углубленные знания в области прикладной математики и информатики.

Для следующей системы разностным уравнений с запаздыванием

$$x(k+1) = A_0x(k) + A_1(k-h),$$

где  $A_0$  и  $A_1$  заданные постоянные матрицы,  $h$  – запаздывание. Осуществить анализ устойчивости путем решения матричного неравенства (существование среди решений матричного неравенства положительно-определенных матриц  $P$  и  $Q$  является необходимым и достаточным условием устойчивости системы). Аналитически получить матричное неравенство. Выбрать правильный вариант:

а) 
$$\begin{bmatrix} A_0PA_0^T - P + Q & A_0PA_1^T \\ A_1PA_0^T & A_1PA_1^T - Q \end{bmatrix} > 0,$$

$$\text{б) } \begin{bmatrix} A_0 P A_0^T - P + Q & A_0 P A_1^T \\ A_1 P A_0^T & A_1 P A_1^T - Q \end{bmatrix} > 0,$$

$$\text{в) } \begin{bmatrix} A_0 P A_0^T - P + Q & A_0 P A_1^T \\ A_1 P A_0^T & A_1 P A_1^T - Q \end{bmatrix} > 0,$$

$$\text{г) } \begin{bmatrix} Q - P & 0 & A_0^T \\ 0 & -Q + P & A_1^T \\ A_0 & A_1 & P^{-1} \end{bmatrix} > 0,$$

$$\text{д) } \begin{bmatrix} Q - P & 0 & A_0^T \\ 0 & -Q & A_1^T \\ A_0 & A_1 & -P^{-1} \end{bmatrix} > 0,$$

$$\text{е) } \begin{bmatrix} Q - P & 0 & A_0^T \\ 0 & Q & A_1^T \\ A_0 & A_1 & P^{-1} \end{bmatrix} > 0.$$

## 2. Ответы к заданиям

| № теста | Ответы  |
|---------|---------|
| 1       | г)      |
| 2       | б)      |
| 3       | а) и д) |

3.2. Типовые контрольные вопросы для проведения промежуточной аттестации по дисциплине. Вопросы к экзамену.

1. Основные требования, предъявляемые к моделям.
2. Математическая адекватность модели.
3. Классификация методов моделирования по типу моделей.
4. Классификация методов построения моделей. Классификация методов математического моделирования.
5. Характеристики математических моделей.
6. Этапы построения математических моделей.
7. Динамические модели с модели с неопределенными параметрами.
8. Алгебро-дифференциальные непрерывные модели (дескрипторные или сингулярные системы).
9. Задачи оптимального управления для непрерывных моделей с запаздываниями по состоянию и управлению.
10. Задачи обработки информации для непрерывных моделей.
11. Анализ устойчивости непрерывных динамических моделей (с учетом и без учета запаздываний).
12. Теория робастной устойчивости многочленов (теория В.Л.Харитонов).
13. Аттракторы динамических систем.
14. Непрерывные математические модели прямолинейного и вращательного движения.
15. Модель вертикального движения ракеты (старт и посадка).
16. Модель летательного аппарата (продольное движение и боковое движение).
17. Модель смесительной колонны.
18. Модель «хищник-жертва».
19. Модель фирмы (непрерывное время, учет запаздываний). Модели портфеля ценных бумаг.
20. Неявные схемы численного решения дифференциальных уравнений. Жесткие задачи.
21. Численное решение уравнений с запаздыванием (метод шагов).
22. Применение ППП (MathCad, Matlab, Simulink) для численного решения ОДУ.



23. Символьное решение ОДУ (Maple, Mathematica, Matlab).

#### 4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания образовательных результатов обучения

4.1. Методические материалы для оценки текущего контроля успеваемости по дисциплине.

##### Рейтинговая система для оценки текущей успеваемости обучающихся

Таблица – Балльные оценки для элементов контроля

| Элементы учебной деятельности   | Максимальный балл с начала семестра | Оцениваемая компетенция |
|---------------------------------|-------------------------------------|-------------------------|
| Выступление (доклад) на занятии | 10                                  | УК-1, ПК-5.             |
| Конспект самоподготовки         | 15                                  | УК-1, ПК-5.             |
| Опрос на занятиях               | 30                                  | УК-1, ПК-5.             |
| Собеседование                   | 20                                  | УК-1, ПК-5.             |
| Вопросы                         | 10                                  | УК-1, ПК-5.             |
| Колоквиум                       | 15                                  | УК-1, ПК-5.             |
| Экзамен                         |                                     |                         |

##### Пересчет баллов в оценки текущей успеваемости

| Баллы на дату контрольной точки            | Оценка |
|--|--------|
| $\geq 90\%$ от максимальной суммы баллов   | 5      |
| От 70% до 89% от максимальной суммы баллов | 4      |
| От 60% до 69% от максимальной суммы баллов | 3      |
| $< 60\%$ от максимальной суммы баллов      | 2      |

4.2. Методические материалы для проведения промежуточной аттестации по дисциплине «Непрерывные математические модели».

Методические материалы включают: порядок формирования оценки при использовании балльно-рейтинговой системы; критерии оценивания результатов за промежуточную аттестацию, учитывающую оценки за компетенции.

### Рейтинговая система для оценки промежуточной успеваемости обучающихся

Таблица – Балльные оценки для элементов контроля

| Элементы учебной деятельности   | Максимальный балл с начала семестра | Оцениваемая компетенция |
|---------------------------------|-------------------------------------|-------------------------|
| Выступление (доклад) на занятии | 10                                  | УК-1, ПК-5.             |
| Конспект самоподготовки         | 15                                  | УК-1, ПК-5.             |
| Опрос на занятиях               | 30                                  | УК-1, ПК-5.             |
| Собеседование                   | 20                                  | УК-1, ПК-5.             |
| Вопросы                         | 10                                  | УК-1, ПК-5.             |
| Колоквиум                       | 15                                  | УК-1, ПК-5.             |
| Экзамен                         |                                     |                         |

#### Пересчет баллов в оценки промежуточной успеваемости

| Баллы на дату контрольной точки            | Оценка        |
|--|---------------|
| $\geq 90\%$ от максимальной суммы баллов   | 5 (зачтено)   |
| От 70% до 89% от максимальной суммы баллов | 4 (зачтено)   |
| От 60% до 69% от максимальной суммы баллов | 3 (зачтено)   |
| $< 60\%$ от максимальной суммы баллов      | 2 (незачтено) |