

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДЕНО:
Декан ММФ ТГУ
Л.В. Гензе

Оценочные материалы по дисциплине

Математическое моделирование научных и инженерных задач
по направлению подготовки

01.04.01 Математика

Направленность (профиль) подготовки
Математический анализ и моделирование
(Mathematical Analysis and Modelling)

Форма обучения
Очная

Квалификация
Магистр

Год приема
2023

СОГЛАСОВАНО:
Руководитель ОП
А.В. Старченко

Председатель УМК
Е.А.Тарасов

Томск – 2023

1. Компетенции и индикаторы их достижения, проверяемые данными оценочными материалами

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-2 Способен строить и анализировать математические модели в современном естествознании, технике, экономике и управлении.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК 2.1 Анализирует, выбирает и обосновывает математические модели для решения задач в области современного естествознания, техники, экономики и управления.

ИОПК 2.2 Разрабатывает новые и/или адаптирует/совершенствует математические модели для задач современного естествознания, техники, экономики и управления под руководством более квалифицированного работника.

2. Оценочные материалы текущего контроля и критерии оценивания

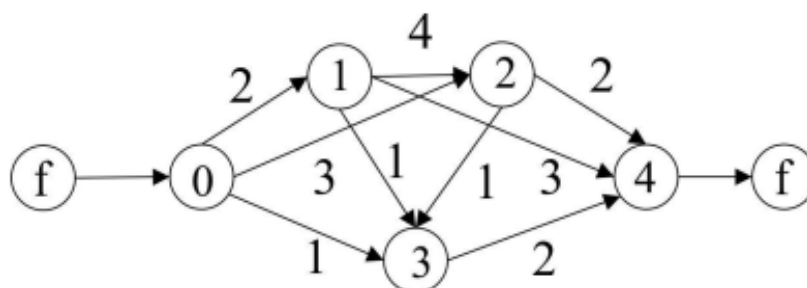
Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, оценивания качества выполненных индивидуальных заданий, и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

Элементы текущего контроля:

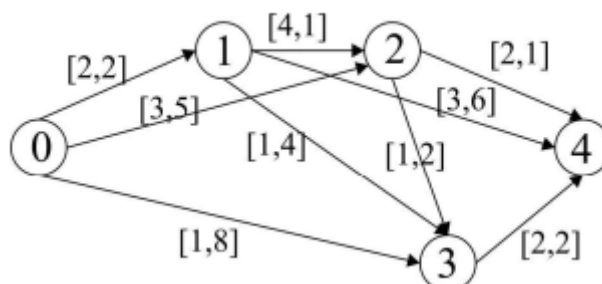
– индивидуальные задания, решение задач.

Примеры задач из индивидуальных заданий (ИОПК 2.1, ИОПК 2.2)

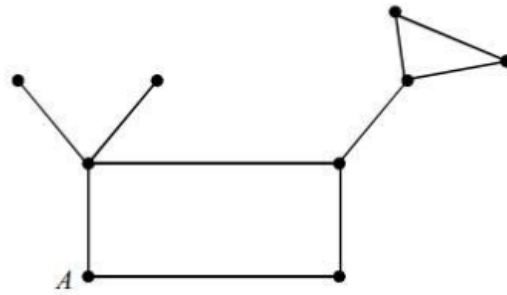
1. Необходимо переслать **максимальное число грузов** f из x_0 в x_n . Предполагая, что в 0 есть неограниченный запас грузов и единственным препятствием является пропускная способность путей. Сеть имеет вид:



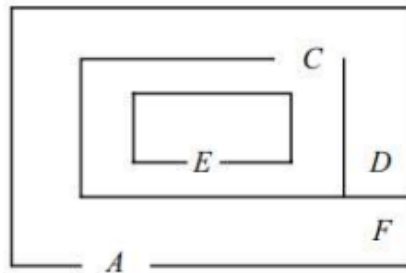
2. Дана транспортная сеть, по которой необходимо доставить единицы однородного груза. С путем (i,j) связана стоимость c_{ij} транспортировки единицы груза. Необходимо из x_0 в x_n доставить F единицы груза с **минимальной стоимостью**. Записать выражение для минимума целевой функции, если $F=5$. Транспортная сеть данной задачи изображена на рисунке ниже. На дугах заданы пары чисел $[f_{ij}, c_{ij}]$ (максимальные потоки, стоимость):



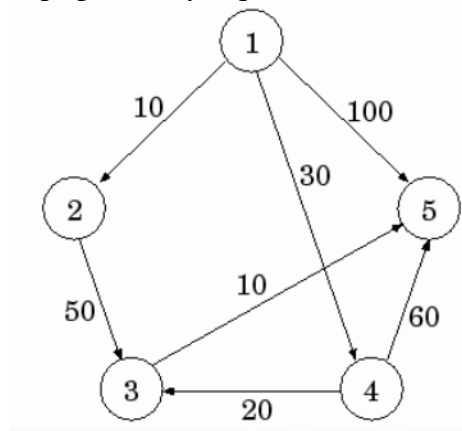
3. Найти замкнутый маршрут из вершины A, содержащий все ребра графа дважды:



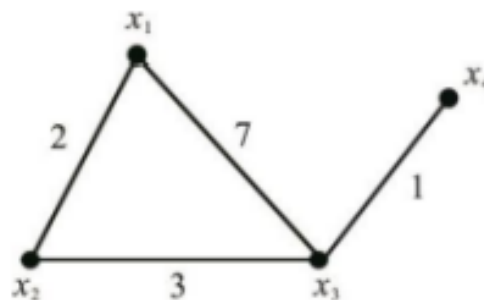
4. Нарисовать граф, соответствующий лабиринту:



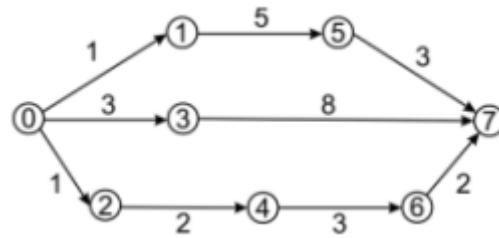
5. Дана типичная задача для взвешенных графов: поиск кратчайшего пути. Найти кратчайший путь в графе между вершинами 1 и 5:



6. Используя алгоритм Дейкстры требуется найти кратчайший путь во взвешенном графе от вершины $x_1=s$ до вершины $x_4=t$:



7. Пусть сетевой график составлен и продолжительность работ в нем в неделях. За какое время можно выполнить все работы?



8. Для задачи Коши

$$\begin{aligned} \frac{dy_1}{dx} &= -1000y_1 + 999y_2, \\ \frac{dy_2}{dx} &= y_1 - 2y_2, \\ y_1(0) &= 2, y_2(0) = 1, x \in [0,2]. \end{aligned}$$

Исследовать на аппроксимацию и устойчивость схему неявного метода Эйлера ($y_1 = y; y_2 = z$):

$$\begin{cases} \frac{y_{j+1} - y_j}{h} = -1000y_{j+1} + 999z_{j+1}; \\ \frac{z_{j+1} - z_j}{h} = y_{j+1} - 2z_{j+1}. \end{cases}$$

Таблица 1

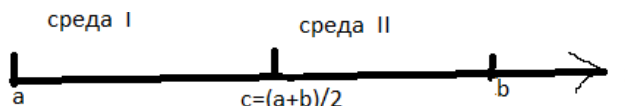
Теплофизические характеристики некоторых материалов

| Наименование материала | Плотность материала | Удельная теплоемкость $[c_v] = \left[\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \right]$ | Теплопроводность $[\lambda] = \left[\frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}} \right]$ | Температуропроводность a^2 |
|------------------------|---------------------|--|--|---------------------------------|
| Сталь | 7800,00 | 0,50 | 237,00 | 0,060769231 |
| Чугун | 7300,00 | 0,54 | 56,00 | 0,014205987 |
| Медь | 8900,00 | 0,40 | 413,00 | 0,116011236 |
| Золото | 19300,00 | 0,13 | 317,00 | 0,126345157 |
| Платина | 21450,00 | 0,14 | 73,00 | 0,024309024 |
| Свинец | 11400,00 | 0,14 | 35,00 | 0,021929825 |
| Серебро | 11500,00 | 0,25 | 429,00 | 0,149217391 |
| Цинк | 7130,00 | 0,40 | 116,00 | 0,040673212 |
| Резина | 1450,00 | 1,68 | 0,15 | 0,00000615764 |
| Бетон | 2100,00 | 0,88 | 1,75 | 0,00094697 |

| | | | | |
|---------------|---------|------|--------|-------------|
| Алюминий | 2710,00 | 0,92 | 237,00 | 0,095058559 |
| Дерево(ель) | 450,00 | 2,70 | 110,00 | 0,090534979 |

9. Записать математическую постановку и найти аналитическое решение стационарной задачи о нагреве тонкого неоднородного стержня с параметрами:
 $a < x < b$

$a_1^2, \lambda_1, c_1, \alpha_1, T_0, \sigma$; среда I



$a_2^2, \lambda_2, c_2, \alpha_2, T_1, \sigma$; среда II

Краевые условия:

- $\frac{\partial u(0)}{\partial x} = 0$; $u(1) = 100$; цирконий, медь,
- $u(0) = 20$; $u(1) = 100$; свинец, цинк,
- $u(0) = 20$; $u'(1) = 100$; свинец, резина,
- $\frac{\partial u(0)}{\partial x} = 0.1(u(0) - 500)$; $u(1) = 100$; сталь, платина.

Ключи (выборочно):

- 1 наименьшая мощность сечения b , что соответствует теореме Форда-Фалкерсона о величине максимального потока в сети;
- 2 минимум целевой функции $\psi = 2x_{01} + 5x_{02} + 8x_{03} + x_{12} + 4x_{13} + 6x_{14} + 2x_{23} + x_{24} + 2x_{34}$;
- 5 кратчайший путь 1-4-3-5, вес 60;
- 6 кратчайший путь от x_1 до x_4 проходит через вершины (x_2, x_3) , а его длина b ;
- 7 данный проект не может быть реализован меньше, чем за 11 недель.

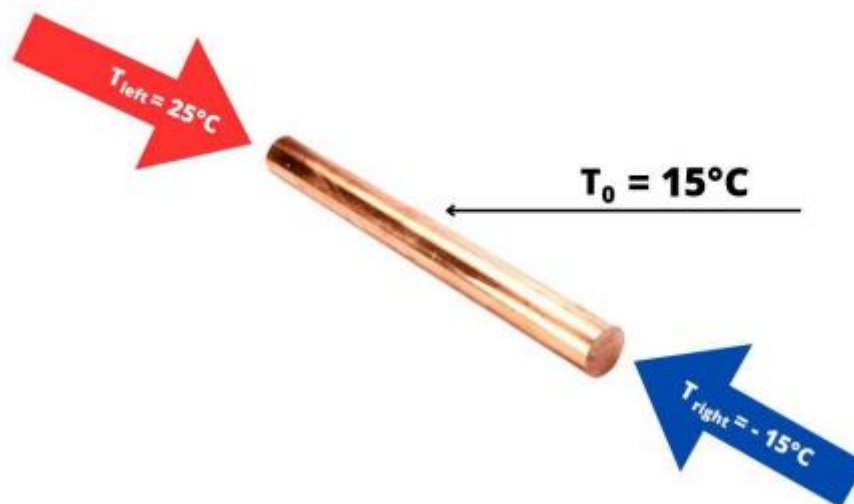
Критерии оценивания: результаты выполнения индивидуальных заданий определяются с позиции «зачтено», «не зачтено». Должны быть выполнены все индивидуальные задания и оценены преподавателем, как «зачтено».

3. Оценочные материалы итогового контроля (промежуточной аттестации) и критерии оценивания

Самостоятельная работа студентов по курсу «Математическое моделирование научных и инженерных задач» завершается подготовкой отчета по решению одной из нестационарных краевых задач. Задача формулируется преподавателем.

Типовая задача для итогового отчета по курсу (ИОПК 2.1 и ИОПК 2.2):

Решить нестационарную краевую задачу (1) - (1.3) о распространении тепла в стержне круглого сечения с использованием явной разностной схемы. Материал – медь. $L = 0,5$ м.



$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad 0 < x < L, \quad (1)$$

$$T(0, x) = 15^\circ\text{C}, \quad 0 \leq x \leq L \quad (1.1)$$

$$T_{left}(t, x)|_{x=0} = 25^\circ\text{C}, \quad (1.2)$$

$$T_{right}(t, x)|_{x=L} = -15^\circ\text{C}, \quad (1.3)$$

Итоговый отчет должен включать следующие разделы:

- введение;
- физическая постановка задачи;
- математическая постановка задачи;
- начальные и граничные условия;
- этапы численного решения поставленной задачи;
- по возможности: визуализация протекающего физического процесса (распределение модуля скорости/давления/температуры на цилиндрических поверхностях, на плоскостях симметрии, в интересующих сечениях модели);
- анализ полученных результатов расчета, верификация;
- заключение.

Критерии оценивания:

При проведении аттестации в форме зачета в конце семестра обучающемуся, успешно выполнившему все индивидуальные задания необходимо защитить отчет с решением нестационарной задачи, описывающей конкретный физический процесс. В процессе защиты отчета студенту дается два вопроса, где требуется по его задаче дать определение ряда понятий, сформулировать ответы и проиллюстрировать их примерами. “Зачет” ставится в том случае, если обучающийся успешно защитил отчет и ответил на один вопрос.

4. Оценочные материалы для проверки остаточных знаний (сформированности компетенций)

Элементы контроля остаточных знаний:

– теоретические вопросы.

Теоретические вопросы (ИОПК 2.1, ИОПК 2.2):

- 1) Классификация методов решения задачи Коши?
- 2) Перечислите несколько приближенных аналитических методов решения задачи Коши.
- 3) Дайте определения: петля графа, простой граф, кратные ребра, звено графа.
- 4) Что называется дополнением графа G ?
- 5) Во всяком графе G сумма степеней всех его вершин число четное. Чему оно равно?
- 6) Что называется маршрутом в графе?
- 7) Какой граф называется неразделимым?
- 8) Можно ли из полного графа с одиннадцатью вершинами удалить часть ребер так, чтобы степень каждой вершины была равна семи?
- 9) Дайте определение логистической модели?
- 10) Что лежит в основе алгоритма Дейкстры (рассматривается связный граф с неотрицательными весами).
- 11) Устойчивые и неустойчивые алгоритмы. Пояснить.
- 12) Необходимый спектральный признак устойчивости. Сформулировать.
- 13) Два определения устойчивости разностной схемы и условия их эквивалентности.
- 14) Теорема Лакса.
- 15) Сетки и сеточные функции. Нормы сеточных функций пространства U_h и F_h .
- 16) Порядок разностного уравнения. Пояснить на примере.
- 17) Простейшие разностные производные.
- 18) Примеры разностных схем для задачи Коши.
- 19) Сходимость метода Эйлера и его модификаций.
- 20) Основные обозначения и понятия разностных схем.
- 21) Сетки и сеточные функции. Одномерный и двумерный случаи. Пояснить на примере.
- 22) Равномерные и неравномерные сетки. Примеры.

Информация о разработчиках

Гурина Елена Ивановна, кандидат физико-математических наук, доцент.