

МИНОБРНАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Институт прикладной математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ

Директор института прикладной  
математики и компьютерных наук



А.В. Замятин

« 16 » \_\_\_\_\_ 2022 г.

Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине  
(Оценочные средства по дисциплине)

**Математическая логика и теория алгоритмов**

по направлению подготовки

**02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии**

Направленность (профиль) подготовки:

**Искусственный интеллект и разработка программных продуктов**

ОС составил(и):

канд. техн. наук, доцент,  
доцент кафедры программной инженерии



А.М. Бабанов

Рецензент:

д-р физ.-мат. наук, профессор,  
профессор кафедры программной инженерии



О.А. Змеев

Оценочные средства одобрены на заседании учебно-методической комиссии  
института прикладной математики и компьютерных наук (УМК ИПМКН)

Протокол от 18.05. 2022 г. № 4

Председатель УМК ИПМКН,  
д-р техн. наук, профессор



С.П. Сущенко

**Оценочные средства (ОС)** являются элементом системы оценивания сформированности компетенций у обучающихся в целом или на определенном этапе их формирования.

ОС разрабатываются в соответствии с рабочей программой (РП) дисциплины.

### 1. Компетенции и результаты обучения, формируемые в результате освоения дисциплины

| Компетенция  | Индикатор компетенции   | Код и наименование результатов обучения (планируемые результаты обучения, характеризующие этапы формирования компетенций) | Критерии оценивания результатов обучения   |  |   |   |
|--|---|---|--|--|---|---|
|  |   |   | Отлично  | Хорошо   | Удовлетворительно   | Неудовлетворительно   |
| ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности | ИОПК-1.1. Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук | ОР-1.1.1. Знать логику высказываний, логику предикатов;   | Имеет общее представление о логике высказываний, логике предикатов, знает особенности их применения  | Имеет общее представление о логике высказываний, логике предикатов | Имеет слабое представление о логике высказываний, логике предикатов | Не имеет представления о логике высказываний, логике предикатов |
|  |   | ОР-1.1.2. Знать метод резолюций доказательства теорем;  | Имеет общее представление о методе резолюций доказательства теорем, знает особенности его применения | Имеет общее представление о методе резолюций доказательства теорем | Имеет слабое представление о методе резолюций доказательства теорем | Не имеет представления о методе резолюций доказательства теорем |

|   |   |  |  |   |   |  |
|---|---|--|--|---|---|--|
|   |   | ОР-1.1.3. Знать теорию алгоритмов;                                   | Имеет общее представление о теории алгоритмов, знает особенности ее применения               | Имеет общее представление о теории алгоритмов                                   | Имеет слабое представление о теории алгоритмов                    | Не имеет представления о теории алгоритмов |
| ИОПК-1.2 Использует фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности | ОР-1.2.1. Уметь производить эквивалентные преобразования выражений; | Умеет безошибочно производить эквивалентные преобразования выражений | Умеет производить эквивалентные преобразования выражений, но допускает незначительные ошибки | Допускает серьезные ошибки в эквивалентных преобразованиях выражений            | Не имеет представления об эквивалентных преобразованиях выражений |  |
|   | ОР-1.2.2. Уметь определять нормальные формы логических выражений;   | Умеет безошибочно определять нормальные формы логических выражений   | Умеет определять нормальные формы логических выражений, но допускает незначительные ошибки   | Допускает серьезные ошибки при определении нормальных форм логических выражений | Не умеет определять нормальные формы логических выражений         |  |
| ИОПК-1.3. Обладает необходимыми знаниями для исследования информационных систем и их компонент  | ОР-1.3.1. Уметь применять метод резолюций                           | Умеет безошибочно применять метод резолюций                          | Умеет применять метод резолюций, но допускает незначительные ошибки                          | Допускает серьезные ошибки в применении метода резолюций                        | Не имеет представления о методе резолюций                         |  |

## 2. Этапы формирования компетенций и виды оценочных средств

Компетенции, формируемые в результате обучения дисциплине «Математическая логика и теория алгоритмов», при текущем контроле проверяются все сразу на основе материала изучаемых в течение семестра тем лекционных и практических занятий.

| №  | Этапы формирования компетенций (разделы дисциплины)                       | Код и наименование результатов обучения | Вид оценочного средства (тесты, задания, кейсы, вопросы и др.)                         |
|----|---|---|--|
| 1. | Контролируется на основе материала Темы 1, Темы 2, Темы 3, Темы 4, Темы 5 | ОПК-1                                   | 1. Контрольная работа № 1.<br>2. Контрольная работа № 2.<br>3. Контрольная работа № 3. |

## 3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки образовательных результатов обучения

3.1. Типовые задания для проведения текущего контроля успеваемости по дисциплине

### Примеры заданий к контрольной работе 1:

#### Темы 1-3

1. Найти все интерпретации формул, по таблице истинности определить их модели, общезначимость, противоречивость, нейтральность:

$$(p \rightarrow q) \wedge p \rightarrow q$$

$$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow q)$$

$$(p \rightarrow q) \wedge p \wedge \neg q$$

$$(p \rightarrow q) \wedge p$$

$$(p \rightarrow q) \vee p \wedge \neg q$$

Показать общезначимость, противоречивость эквивалентными преобразованиями.

2. Показать эквивалентность или неэквивалентность формул через их интерпретации:

$$p \rightarrow q \quad \text{и} \quad (\neg p \wedge \neg q) \vee q$$

$$p \leftrightarrow q \quad \text{и} \quad \neg p \wedge \neg q \vee p \wedge q$$

$$p \rightarrow q \quad \text{и} \quad p \wedge \neg q$$

$$p \leftrightarrow q \quad \text{и} \quad \neg p \rightarrow q$$

$$p \rightarrow q \vee p \wedge \neg q \quad \text{и} \quad \neg p \wedge \neg q \vee p \wedge q$$

3. Показать эквивалентность формул с помощью законов

$$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \quad \text{и} \quad (p \rightarrow q \wedge r)$$

$$p \rightarrow q \rightarrow p \wedge q \quad \text{и} \quad (\neg p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

$$p \wedge q \wedge (\neg p \vee \neg q) \quad \text{и} \quad \neg p \wedge \neg q \wedge (p \vee q)$$

4. Найти КНФ и ДНФ следующих формул:

$$(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p)$$

$$(\neg p \wedge q) \vee (\neg q \wedge p)$$

$$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

$$(\neg p \wedge \neg q) \vee (q \wedge p)$$

$$(\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee p)$$

$$(\neg p \rightarrow q) \vee (\neg q \rightarrow p)$$

$$\neg(p \vee q) \vee (q \wedge p)$$

5. Доказать следующие теоремы методами 1 - 5:

$$F_1: P \vee Q \vee R$$

$$F_2: \neg P \vee R$$

$F_3: \neg Q$   
 $G: R$

$F_1: \neg P \vee \neg Q \vee R$   
 $F_2: P \vee R$   
 $F_3: Q \vee R$   
 $G: R$

$F_1: P \vee Q$   
 $F_2: \neg Q \vee R$   
 $F_3: \neg P \vee Q$   
 $G: R$

$F: \neg Q \rightarrow \neg P$   
 $G: P \rightarrow Q$

6. Доказать следующие теоремы методом резолюций:

$F_1: P \vee Q \vee R$   
 $F_2: \neg P \vee R$   
 $F_3: \neg Q$   
 $G: R$

$F_1: \neg P \vee \neg Q \vee R$   
 $F_2: P \vee R$   
 $F_3: Q \vee R$   
 $G: R$

$F_1: P \vee Q$   
 $F_2: \neg Q \vee R$   
 $F_3: \neg P \vee Q$   
 $G: R$

$F: \neg Q \rightarrow \neg P$   
 $G: P \rightarrow Q$

7. Предположим, что курс акций падает, если предварительные процентные ставки растут. Предположим также, что большинство людей несчастны, когда курс акций падает. Положим, что предварительные процентные ставки растут. Докажите методом резолюций, что при этих предположениях большинство людей несчастны.

8. Доказать следующие теоремы методами 1 - 5 и методом резолюций:

$P \vee Q, \neg Q \vee R, R \vee \neg P, \neg Q \vee \neg R \vdash P \wedge R$

$P \wedge Q, \neg Q \wedge R, R \vee \neg P, \neg Q \vee \neg R \vdash P \wedge R$

$P \rightarrow Q, \neg Q \rightarrow R, R \vee \neg P, \neg Q \vee \neg R \vdash P \wedge R$

Примеры заданий к контрольной работе 2:

Темы 4-5

1. Определить свободные и связанные переменные формул:

$\forall x (P(x, y) \rightarrow Q(x)) \wedge \exists u (P(z, u)) \rightarrow Q(u)$   
 $\forall y \forall x (P(x, y) \rightarrow Q(x)) \wedge \exists z (P(z, u)) \rightarrow Q(u)$   
 $\forall u \forall x (P(x, y) \rightarrow Q(x)) \wedge \exists z (P(z, u)) \rightarrow Q(u)$   
 $\forall u \forall y (P(x, y) \rightarrow \exists x Q(x)) \wedge \exists z (P(z, u)) \rightarrow Q(u)$   
 $\forall x \forall y (P(x, y) \rightarrow \exists x Q(x)) \wedge \exists z (P(z, u)) \rightarrow Q(u)$

2. Привести формулы к ПНФ:

$\forall x \forall y (P(x, y) \rightarrow \exists x Q(x)) \wedge \exists u (\exists z P(z, u) \rightarrow Q(u))$

$\exists x \exists y P(x, y) \leftrightarrow \forall x Q(x) \wedge \exists u (\forall z (P(z, u)) \leftrightarrow Q(u))$   
 $\forall x \exists y Q(x, y) \rightarrow \exists y \forall x Q(x, y)$   
 $\forall x ((\exists x \neg P(x) \rightarrow \exists x R(x)) \rightarrow \exists y (P(y) \wedge R(x)))$   
 $\exists x \exists y (P(x, y) \rightarrow R(x)) \rightarrow \forall x (\neg \exists y P(x, y) \vee R(x))$

**3. Представить формулы в виде множества кловов:**

$\forall x \exists y \forall z \exists u R(x, y, z, u)$   
 $\neg \forall x (\exists y R(x, y) \rightarrow \forall z P(z, x))$   
 $\neg \forall y (\exists x P(x, y) \rightarrow \forall u (R(y, u) \rightarrow \neg \forall z (P(z, u) \vee \neg R(z, y))))$   
 $\exists x \exists y (P(x, y) \rightarrow R(x)) \rightarrow \forall x (\neg \exists y P(x, y) \vee R(x))$   
 $\exists x \forall y (P(x, y) \rightarrow (\neg P(y, x) \rightarrow (P(x, x) \leftrightarrow P(y, y))))$   
 $\exists x (\forall x P(x, x) \vee \neg R(x)) \rightarrow \exists x (R(x) \rightarrow \exists y P(f(x), y))$

**4. Доказать следующие теоремы методом резолюций:**

**F:**  $\neg Q(x, y) \rightarrow \neg P(x)$

**G:**  $P(a) \rightarrow Q(a, b)$

**F<sub>1</sub>:**  $P(x) \vee Q(x, f(x)) \vee R(x)$

**F<sub>2</sub>:**  $\neg P(a) \vee R(g(x))$

**F<sub>3</sub>:**  $\neg Q(a, y)$

**G:**  $R(z)$

**F<sub>1</sub>:**  $P(x, y, z) \vee \neg Q(y, z) \vee \neg Q(a, z)$

**F<sub>2</sub>:**  $Q(a, f(z)) \vee R(y) \vee R(f(a))$

**F<sub>3</sub>:**  $\neg P(b, a, f(c)) \vee S(v)$

**G:**  $R(f(t)) \vee S(w)$

3.2. Типовые задания для проведения промежуточной аттестации по дисциплине. Контрольные вопросы к экзамену формируются из заданий к контрольным работам 1-3.

**4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания образовательных результатов обучения**

4.1. Методические материалы для оценки текущего контроля успеваемости по дисциплине.

Для оценки контрольных работ используется расширенная шкала оценивания, приведенная ниже в таблице.

| Оценка | Форма записи прописью | Численное значение | Критерий оценивания   | Перевод в традиционную шкалу |
|--------|-----------------------|--------------------|---|------------------------------|
| 5+     | Отл-плюс              | 5,3                | Обучающийся показал творческое отношение к обучению, в совершенстве овладел всеми теоретическими вопросами, показал все требуемые умения и навыки в работе с программными продуктами. | Отлично                      |
| 5      | Отлично               | 5,0                | Обучающийся показал отличный уровень владения всеми теоретическими вопросами, показал все требуемые   |                              |
| 5-     | Отл-минус             | 4,7                |   |                              |

|    |           |     |  |                   |
|----|-----------|-----|--|-------------------|
|    |           |     | умения и навыки в работе с программными продуктами.  |                   |
| 4+ | Хор-плюс  | 4,3 | Обучающийся овладел всеми теоретическими вопросами, частично показал основные умения и навыки в работе с программными продуктами.  | Хорошо            |
| 4  | Хорошо    | 4,0 |  |                   |
| 4- | Хор-минус | 3,7 |  |                   |
| 3+ | Уд-плюс   | 3,3 | Обучающийся овладел всеми теоретическими вопросами, частично показал основные умения и навыки в работе с программными продуктами.  | Удовлетворительно |
| 3  | Удовл.    | 3,0 |  |                   |
| 3- | Уд-минус  | 2,7 | Обучающийся имеет недостаточно глубокие знания по теоретическим разделам дисциплины, показал не все основные умения и навыки в работе с программными продуктами. Минимально возможный допустимый уровень владения предметом. |                   |
| 2+ | Неуд-плюс | 0   | Обучающийся имеет существенные пробелы по отдельным теоретическим разделам дисциплины и не владеет основными умениями и навыками в работе с программными продуктами, но с возможностью повторной пересдачи экзамена          |                   |
| 2  | Неудовл.  | 0   | Обучающийся имеет существенные пробелы по отдельным теоретическим разделам дисциплины и не владеет основными умениями и навыками в работе с программными продуктами, требуется повторное изучение дисциплины                 |                   |

4.2. Методические материалы для проведения промежуточной аттестации по дисциплине.

Оценка за промежуточную аттестацию по дисциплине выставляется как среднеарифметическая по итогам текущего контроля успеваемости и зачета (сдается по желанию студента для улучшения оценки).

Для оценки промежуточной аттестации используется традиционная шкала оценивания. Перевод из расширенной шкалы в традиционную приведен в таблице выше.