

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Физический факультет

УТВЕРЖДАЮ:
Декан физического факультета
С.Н. Филимонов

Оценочные материалы по дисциплине

Квантовая оптика

по направлению подготовки

03.03.02 Физика

Направленность (профиль) подготовки:
«Фундаментальная и прикладная физика»

Форма обучения
Очная

Квалификация
Бакалавр

Год приема
2025

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ОП
С.Н. Филимонов

Председатель УМК
О.М. Сюсина

1. Компетенции и индикаторы их достижения, проверяемые данными оценочными материалами

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

– ОПК-2 – Способен проводить научные исследования физических объектов, систем и процессов, обрабатывать и представлять экспериментальные данные;

– ПК-1 – Способен проводить научные исследования в выбранной области с использованием современных экспериментальных и теоретических методов, а также информационных технологий.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

– ИОПК-2.2. – Анализирует и интерпретирует экспериментальные и теоретические данные, полученные в ходе научного исследования, обобщает полученные результаты, формулирует научно обоснованные выводы по результатам исследования;

– ИПК-1.1. Собирает и анализирует научно-техническую информацию по теме исследования, обобщает научные данные в соответствии с задачами исследования.

2. Оценочные материалы текущего контроля и критерии оценивания

Элементы текущего контроля: контрольная работа (ИОПК 2.2).

По дисциплине «Квантовая оптика» предусмотрено две контрольные работы. Каждая контрольная работа состоит из трех задач из открытого банка задач и проводится в форме индивидуального собеседования.

Открытый банк задач для контрольной работы № 1 (ИОПК 2.2, ИПК 1.1)..

Задача 1. Вычислить

$$\left(\frac{d}{dx}\right)^+, \left(x\frac{d}{dx}\right)^+, \quad [\hat{x}, F(\hat{p})] = i\hbar \frac{\partial F}{\partial \hat{p}}, \quad [\hat{p}, \hat{x}^n] = -i\hbar \cdot n\hat{x}^{n-1}, \quad [\hat{p}, Q(\hat{x})] = -i\hbar \frac{\partial Q}{\partial \hat{x}},$$
$$(\hat{A}\hat{B})^+, (\hat{A}^+)^+, (|a\rangle\langle b|)^+, \quad [\hat{x}, \hat{p}^2 F(\hat{x})] = 2i\hbar \hat{p} F(\hat{x}), \quad [\hat{x}, \hat{p} F(\hat{x}) \hat{p}] = i\hbar (\hat{p} F(\hat{x}) + F(\hat{x}) \hat{p}),$$

Задача 2.

Используя коммутатор $[\hat{a}, \hat{a}^+] = 1$ покажите, что $\hat{a}^+ \hat{a} |N\rangle = N |N\rangle$, где $N = 0, 1, 2, \dots$ – целое число, т. е. спектр его ограничен снизу. Покажите, что $\hat{a} |N\rangle = \sqrt{N} |N-1\rangle$, и $\hat{a}^+ |N\rangle = \sqrt{N+1} |N+1\rangle$.

Задача 3.

Для гармонического осциллятора $\hat{H} = \hbar\omega \left(\hat{a}^+ \hat{a} + \frac{1}{2} \right)$, $[\hat{a}, \hat{a}^+] = 1$, найдите операторы рождения $\hat{a}^+(t)$ и уничтожения $\hat{a}(t)$ в гейзенберговском представлении.

Задача 4.

Для когерентного состояния $|z\rangle$ показать, что $\hat{a}|z\rangle = z|z\rangle$. Найти $\hat{a}^+|z\rangle$. Показать, что собственные вектора оператора рождения не нормируемы.

Задача 5.

Для ДУС с верхним $|e\rangle$ и нижним $|g\rangle$ состояниями удобно ввести повышающий: $|e\rangle = \hat{\sigma}^+ |g\rangle$ и понижающий: $|g\rangle = \hat{\sigma}^- |e\rangle$ операторы. Прямым вычислением покажите, что в этом базисе операторы $\hat{\sigma}$ и $\hat{\sigma}^\dagger$ являются матрицами Паули: $2\hat{\sigma} = \hat{\sigma}_x - i\hat{\sigma}_y$ и $2\hat{\sigma}^\dagger = \hat{\sigma}_x + i\hat{\sigma}_y$.

Задача 6.

Покажите, что $\hat{\sigma}^+ = |e\rangle\langle g|$, $\hat{\sigma}^- = |g\rangle\langle e|$, $\hat{\sigma}_z = |e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|$, $[\hat{\sigma}^+, \hat{\sigma}^-] = \hat{\sigma}_z$, $[\hat{\sigma}^\pm, \hat{\sigma}_z] = \mp 2\hat{\sigma}_\pm$, а гамильтониан ДУС $\hat{H} = E_g |g\rangle\langle g| + E_e |e\rangle\langle e|$ есть $\hat{H} = \frac{E_e - E_g}{2} \hat{\sigma}_z + \frac{E_e + E_g}{2} = \hbar\omega \hat{\sigma}^+ \hat{\sigma}^-$.

Задача 7.

Если переход $|e\rangle \rightarrow |g\rangle$ соответствует изменению проекции момента $\Delta m = 0$, то вектор $\mathbf{d}_{eg}$ можно взять действительным. Для перехода $\Delta m = \pm 1$, который может быть вызван циркулярно поляризованным светом, вектор $\mathbf{d}_{eg}$ всегда является комплексным. Например, переход $2p \rightarrow 1s$ в атоме водорода. Если ось z является осью квантования, то для перехода $|2, 1, 0\rangle \rightarrow |1, 0, 0\rangle$ получается

$$\mathbf{d}_{eg} = \frac{128\sqrt{2}}{243} ea_B \mathbf{e}_z,$$

а для перехода $|2, 1, \pm 1\rangle \rightarrow |1, 0, 0\rangle$:

$$\mathbf{d}_{eg} = -\frac{128}{243} ea_B (\mathbf{e}_x + i\mathbf{e}_y).$$

Получите эти выражения для матричных элементов дипольного момента. Какие из них следует подставлять в «золотое» правило Ферми для вычисления скорости $2p-1s$ -перехода?

Открытый банк задач для контрольной работы № 2 (ИОПК 2.2, ИПК 1.1)..

Задача 8.

Показать, что $|c_g|^2 + |c_e|^2$ является интегралом движения системы (4).

Описание ДУС на языке ВФ требует задания 4-х действительных параметров ($\text{Re} C_g, \text{Re} C_e, \text{Im} C_g, \text{Im} C_e$), подчиненных одному условию нормировки. Описание с помощью вектора Блоха требует задания 3-х действительных параметров (R_1, R_2, R_3), подчиненных одному условию нормировки. Какую информацию содержит опущенный при переходе от ВФ к вектору Блоха параметр?

Задача 9.

Покажите, что $R_1^2 + R_2^2 + R_3^2$ является интегралом движения системы уравнений (8).

Покажите, что система уравнений (11) имеет два интеграла движения: $r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 = 1$ и $\Omega r_1 - \Delta \cdot r_3 = \text{const}$.

Задача 10.

Используя результат предыдущей задачи, покажите, что населенности «голых» состояний МДК испытывают осцилляции Раби с частотой, равной расщеплению уровней «одетых» состояний. Для простоты вычислений рассмотрите случай точного резонанса $\delta = 0$.

Оцените времена «коллапсов» и «возрождений» в модели Джейнса–Каммингса. Для оценки воспользуйтесь пуассоновской статистикой фотонов.

Задача 11.

Покажите, что плотность числа фотонных состояний $\rho(\omega)$ равна $\omega^2 / \pi^2 c^3$.

Покажите, что частота Раби «на один фотон» для разложения по «бегущим фотонам» в $\sqrt{2}$ раз меньше, чем для «стоячих».

Задача 12.

Покажите эквивалентность гамильтонианов взаимодействия $-\frac{e}{mc} \hat{\mathbf{p}} \hat{\mathbf{A}}$ и $-\hat{\mathbf{d}} \hat{\mathbf{E}}$ в дипольном приближении.

Задача 13.

Гамильтониан заряженной частицы в электромагнитном поле в нерелятивистском приближении имеет следующий вид:

$$\hat{H} = \frac{1}{2m} (\mathbf{p} - q\mathbf{A}/c)^2 + q\varphi - \boldsymbol{\mu} \mathbf{H} = \hat{H}_0 + \hat{V},$$

где $\hat{H}_0 = \mathbf{p}^2 / 2m$. Для задачи об излучении атома водорода в свободном пространстве слагаемое $q\varphi$ можно положить равным нулю. Остальные слагаемые по порядку величины можно оценить следующим образом:

$$q\mathbf{A} \mathbf{p} / mc \sim \alpha^{3/2} \left(\frac{\lambda^3}{V} \right)^{1/2} E_0,$$

$$\boldsymbol{\mu} \mathbf{H} \sim (ka_B) \alpha^{3/2} \left(\frac{\lambda^3}{V} \right)^{1/2} E_0,$$

$$q^2 \mathbf{A}^2 / 2mc^2 \sim \alpha^3 \left(\frac{\lambda^3}{V} \right) E_0.$$

Здесь E_0 – характерная энергия электрона в атоме водорода, λ – длина волны излучения при переходе $2p \rightarrow 1s$, V – объём квантования. Видно, что в оптическом диапазоне взаимодействием спина с магнитным полем можно пренебречь, поскольку $ka_B \sim \alpha$. В свободном пространстве $V \gg \lambda$, поэтому третьим слагаемым можно пренебречь по сравнению с первым. При рассмотрении излучения атома не в свободном пространстве, а в резонаторе, обычно также оставляют только первое из выше перечисленных слагаемых, которое приводит к гамильтониану вида $-\mathbf{dE}$.

Критерии оценивания: результаты каждой контрольной работы определяются оценками «зачтено» и «не зачтено». Оценка «зачтено» выставляется, если студент предъявляет правильные письменные решения не менее трех из пяти задач, то есть для каждой задачи способен обосновать метод решения, понимает используемые термины и формулы и получил правильный ответ. При невыполнении указанных критериев оценки «зачтено» выставляется оценка «не зачтено».

3. Оценочные материалы итогового контроля (промежуточной аттестации) и критерии оценивания

Зачет в 5 семестре проводится в устной форме по экзаменационным билетам.

Билет содержит теоретический вопрос, проверяющий компетенцию ОПК-2 в соответствии с индикатором достижения ИОПК 2.2 и две задачи, при решении которых студент демонстрирует освоение компетенций ОПК-2 и ПК-1 в соответствии с индикатором достижения ИПК 1.1. После ответа на билет студент отвечает на уточняющие и дополнительные вопросы (из открытого перечня вопросов экзаменационных билетов, открытого банка задач (п. 2), открытого перечня обязательных формул и открытого перечня обязательных терминов), направленные на проверку достижения ИОПК 2.2 и ИПК 1.1.

Примерный перечень теоретических вопросов

Вопрос 1. Запишите выражение для объёма моды.

Примеры задач:

Задача 1. а) Получите разложение когерентного состояния в базисе фоковских состояний осциллятора. б) Записать выражение для частоты Раби двухуровневого атома в поле классической электромагнитной волны. в) Запишите выражение для сечения рассеяния оптической волны на ДУС.

Задача 2. Записать матрицу гамильтониана Джейнса–Каммингса в базисе чисел заполнения.

Если по результатам текущего контроля студент имеет оценки за контрольные работы «зачтено», то студент отвечает только на теоретический вопрос билета и дополнительные вопросы.

Отметка «Зачтено» ставится студенту при правильном ответе не менее чем на 60% вопросов билета и дополнительных вопросов.

Экзамен в 6 семестре проводится в устной форме по экзаменационным билетам.

Билет содержит два теоретических вопроса, проверяющих компетенции ОПК-2 в соответствии с индикатором достижения и две задачи, при решении которых студент демонстрирует освоение компетенций ОПК-2 и ПК-1 в соответствии с индикаторами достижения ИОПК 2.2 и ИПК 1.1. После ответа на билет студент отвечает на уточняющие и дополнительные вопросы (из открытого перечня вопросов экзаменационных билетов,

открытого банка задач (п. 2), открытого перечня обязательных формул и открытого перечня обязательных терминов), направленные на проверку достижения ИОПК 2.2 и ИПК 1.1.

Примерный перечень теоретических вопросов

Вопрос 1. Записать распределение вероятности по числу фотонов в когерентном состоянии.

Вопрос 2. Записать выражение для частоты вакуумных осцилляций.

Примеры задач:

Задача 1. Прямым вычислением покажите, что для распределения Пуассона среднее число фотонов равно и дисперсия равны среднему числу фотонов.

Задача 2. Покажите, что населенности «голых» состояний МДК испытывают осцилляции Раби с частотой, равной расщеплению уровней «одетых» состояний.

Если по результатам текущего контроля студент имеет оценки за контрольные работы «зачтено», то студент отвечает только на теоретические вопросы билета и дополнительные вопросы.

Результаты экзамена определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка «отлично» ставится при правильном ответе не менее чем на 90% вопросов билета и дополнительных вопросов. Оценка «хорошо» ставится при правильном ответе не менее чем на 75% вопросов билета и дополнительных вопросов. Оценка «удовлетворительно» ставится при правильном ответе не менее чем на 60% вопросов билета и дополнительных вопросов. Оценка «неудовлетворительно» ставится при правильном ответе менее чем на 60% вопросов билета и дополнительных вопросов.

Открытый перечень вопросов, выносимых на зачет.

1. Свободное электромагнитное поле как совокупность гармонических осцилляторов
2. Вторичное квантование электромагнитного поля, фотоны
3. Представление чисел заполнения
4. Квантованное свободное электромагнитное поле, гамильтониан, временная эволюция
5. Взаимодействие излучения и среды – классическая электродинамика
- 6 Взаимодействие излучения и среды – полуклассическая электродинамика
- 7 Взаимодействие излучения и среды – квантовая электродинамика
8. Когерентные состояния, свойства
9. Представление когерентных состояний, соотношения неопределенности
- 10 Представления матрицы плотности в когерентных состояниях
- 11 Проявление квантовых свойств электромагнитного поля

Открытый перечень вопросов, выносимых на экзамен.

1. Свободное электромагнитное поле как совокупность гармонических осцилляторов
2. Вторичное квантование электромагнитного поля, фотоны
3. Представление чисел заполнения
4. Квантованное свободное электромагнитное поле, гамильтониан, временная эволюция
5. Взаимодействие излучения и среды – классическая электродинамика
6. Взаимодействие излучения и среды – полуклассическая электродинамика
7. Взаимодействие излучения и среды – квантовая электродинамика

8. Когерентные состояния, свойства
9. Представление когерентных состояний, соотношения неопределенности
10. Представления матрицы плотности в когерентных состояниях
11. Статистика фотоотсчетов
12. Проявление квантовых свойств электромагнитного поля
13. 2-уровневая система в классическом поле. Инверсия населенностей
14. Полуклассическая теория лазера
15. 2-уровневая система в квантованном поле. Одномодовое поле, гамильтониан взаимодействия
16. Эволюция системы «атом + поле». Метод амплитуд вероятности
17. Эволюция системы «атом + поле». Представление Гейзенберга. Оператор эволюции.
18. Спонтанное излучение 2-уровневого атома.
19. Атомная когерентность и интерференция
20. Электромагнитно-индуцированная прозрачность
21. Лазерная генерация без инверсии
22. Квантовая теория релаксации: атом и тепловой резервуар
23. Квантовая теория релаксации: поле и тепловой резервуар
24. Уравнение Фоккера-Планка
25. Решение уравнения Фоккера-Планка для поля в когерентном состоянии
26. Квантовая теория лазера

Обязательные формулы

1. Энергия свободного поля
2. Оператор числа фотонов
3. Частота Раби
4. Гамильтониан Джейнса-Камингса
5. Ортогональность и полнота n -фотонных состояний
6. Свойства когерентных состояний
7. Свободное поле – временная эволюция амплитуд
8. Вычисление средних в n -фотонных состояниях
9. Вычисление средних в когерентных состояниях
10. Нормальное и антинормальное упорядочение
11. Представление взаимодействия для поля – операторы
12. Представление взаимодействия для поля – вычисление средних
13. Представление Гейзенберга для поля – операторы
14. Представление Гейзенберга для поля – вычисление средних
15. Представление Шредингера для поля – вычисление средних

4. Оценочные материалы для проверки остаточных знаний (сформированности компетенций)

Контрольная работа:

1. Найти времена коллапса и возрождения колебаний в случае большой расстройки.
2. Записать систему оптических уравнений Блоха. Описать сферу Блоха.
3. Записать матрицу гамильтониана Джейнса–Каммингса в базисе чисел заполнения.
4. Вычислить скорость спонтанного перехода атома водорода из $2p$ в $1s$ состояние.

5. Получите спектр спонтанной релаксации атома в резонаторе в случае слабой связи.

Проверка знания основных положений, законов и формул:

1. Основные свойства фотоэффекта.
2. Обоснование гипотезы световых квантов в явлениях фотоэффекта.
3. Комptonовское рассеяние рентгеновских лучей.
4. Эффект Доплера и гипотеза световых квантов.
5. Давление света в рамках теории фотонов.
6. Резонансное световое давление на атомные частицы.
7. Радиационное охлаждение атомов.
8. Сила резонансного светового давления в бегущей волне.
9. Сила резонансного светового давления в стоячей волне.
10. Трансформация распределения атомов по скоростям вследствие светового давления.
11. Механизм охлаждения газа атомов в стоячей волне.
12. Светоиндуцированный дрейф в газах.
13. Вывод формулы Планка по Эйнштейну.
14. Общая схема квантования электромагнитного поля.
15. Энергетические и когерентные состояния поля.
16. Волновые пакеты с минимальной неопределенностью.
17. Спектр резонансной флуоресценции в присутствии внешнего поля (триплет Моллоу).
18. Ширина линии спонтанного испускания.
19. Лэмбовский сдвиг уровней энергии.
20. Описание спонтанного распада в уравнениях для матрицы плотности
21. Сверхизлучение: классическое рассмотрение.
22. Сверхизлучение: квантовое рассмотрение.
23. Затухание свободной поляризации. $\pi/2$ - и π - импульсы.
24. Фотонное эхо.
25. 2π - импульсы: самоиндуцированная прозрачность.
26. Самофокусировка.
27. Кольцевое смещение частот при двухволновом ВКР.
28. Интерференционное подавление ВКР.
29. Осцилляции в импульсе резонансной флуоресценции.
30. Насыщенное двухфотонное поглощение одночастотного излучения.

Ответ на каждый вопрос должен содержать запись необходимых формул (уравнений), пояснение используемых обозначений и (при необходимости) используемой системы единиц, объяснение физического смысла написанных формул (уравнений) или (если явно указано в вопросе) объяснение сущности описываемых ими физических эффектов.

Информация о разработчиках

Мерзликин Борис Сергеевич, кандидат физико-математических наук, доцент, кафедра оптики и спектроскопии физического факультета ТГУ, доцент.