

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Институт прикладной математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ:

Директор

А. В. Замятин

« 15. » июль 20 23 г.

Рабочая программа дисциплины

**Случайные процессы**

по направлению подготовки

**01.03.02 Прикладная математика и информатика**

Направленность (профиль) подготовки :

**Прикладная математика и инженерия цифровых проектов**

Форма обучения

**Очная**

Квалификация

**Бакалавр**

Год приема

**2023**

Код дисциплины в учебном плане: Б1.О.02.07

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ОП

Д.Д. Даммер

Председатель УМК

С.П. Сущенко

Томск – 2023

## **1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины**

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.

ОПК-3 Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК-1.1 Демонстрирует навыки работы с учебной литературой по основным естественнонаучным и математическим дисциплинам.

ИОПК-1.2 Демонстрирует навыки выполнения стандартных действий, решения типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых математических и естественнонаучных дисциплин.

ИОПК-1.3 Демонстрирует навыки использования основных понятий, фактов, концепций, принципов математики, информатики и естественных наук для решения практических задач, связанных с прикладной математикой и информатикой.

ИОПК-1.4 Демонстрирует понимание и навыки применения на практике математических моделей и компьютерных технологий для решения практических задач, возникающих в профессиональной деятельности

ИОПК-3.1 Демонстрирует навыки применения современного математического аппарата для построения адекватных математических моделей реальных процессов, объектов и систем в своей предметной области.

ИОПК-3.2 Демонстрирует умение собирать и обрабатывать статистические, экспериментальные, теоретические и т.п. данные для построения математических моделей, расчетов и конкретных практических выводов.

ИОПК-3.3 Демонстрирует способность критически переосмысливать накопленный опыт, модифицировать при необходимости вид и характер разрабатываемой математической модели.

ИОПК-3.4 Демонстрирует понимание и умение применять на практике математические модели и компьютерные технологии для решения различных задач в области профессиональной деятельности.

## **2. Задачи освоения дисциплины**

– освоить вероятностный подход к построению математических моделей реальных событий и процессов,

– уметь формулировать и решать возникающие математические задачи с помощью аппарата случайных процессов,

– научиться использовать возможности его использования в процессе дальнейшего обучения,

– научиться применять методы случайных процессов для анализа проблем в различных предметных областях.

## **3. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина относится к обязательной части образовательной программы. Дисциплина входит в модуль «Математика».

## **4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине**

Пятый семестр, зачет с оценкой

## **5. Входные требования для освоения дисциплины**

Для успешного освоения дисциплины требуются результаты обучения по следующим дисциплинам: «Математический анализ», «Линейная алгебра и аналитическая геометрия», «Дифференциальные уравнения», «Теория вероятностей».

## **6. Язык реализации**

Русский

## **7. Объем дисциплины**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 часов, из которых:

-лекции: 16 ч.

-практические занятия: 16 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

## **8. Содержание дисциплины, структурированное по темам**

### **Тема 1. Основные понятия теории случайных процессов.**

Семейство конечномерных распределений СП. Моментные функции. Корреляционная функция. Стационарные и эргодические процессы. Непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость в среднем квадратическом случайных процессов.

### **Тема 2. Корреляционная теория случайных процессов**

Корреляционная теория случайных процессов. Непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость в среднем квадратическом случайных процессов.

### **Тема 3. Гауссовские случайные процессы**

Гауссовские случайные процессы. Свойства гауссовского вектора. Винеровский гауссовский случайный процесс. Белый гауссовский шум

### **Тема 4. Марковские процессы**

Цепи Маркова с дискретным временем. Переходные вероятности. Уравнение Чепмена-Колмогорова. Классификация состояний цепи Маркова. Эргодические теоремы для цепей Маркова с дискретным временем.

Цепи Маркова с непрерывным временем. Матрица инфинитезимальных характеристик. Прямая и обратная системы дифференциальных уравнений Колмогорова.

### **Тема 5. Полумарковские процессы**

Полумарковские процессы. Полумарковская матрица. Вложенная цепь Маркова. Метод дополнительной переменной.

### **Тема 6. Диффузионные процессы**

Диффузионные Марковские процессы. Коэффициенты переноса и диффузии. Обратное уравнение Колмогорова, прямое уравнение Колмогорова-Фоккера-Планка

## **9. Текущий контроль по дисциплине**

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проведения контрольных работ, опросов по лекционному материалу, выполнения домашних заданий, и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

## **10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации**

Экзамен в пятом семестре проводится в письменной форме по билетам. Экзаменационный билет состоит из трех частей. Продолжительность экзамена 1,5 часа.

### **Примерный перечень теоретических вопросов**

1. Определение случайного процесса. Семейство конечномерных распределений СП.

2. Моментные функции. Корреляционная функция.
3. Стационарные и эргодические процессы.
4. Непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость в среднем квадратическом случайных процессов.
5. Гауссовские случайные процессы. Свойства гауссовского вектора.
6. Винеровский гауссовский случайный процесс. Белый гауссовский шум.
7. Цепи Маркова с дискретным временем. Переходные вероятности.
8. Уравнение Чепмена-Колмогорова. Классификация состояний цепи Маркова.
9. Эргодические теоремы для цепей Маркова с дискретным временем.
10. Цепи Маркова с непрерывным временем. Матрица инфинитезимальных характеристик.
11. Прямая и обратная системы дифференциальных уравнений Колмогорова.
12. Полумарковские процессы. Полумарковская матрица.
13. Метод вложенных цепей Маркова.
14. Метод дополнительной переменной.

### Примеры задач:

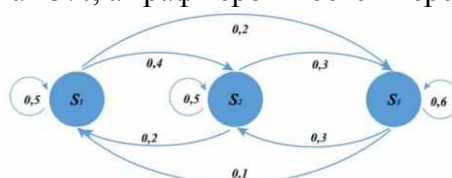
1. Пусть  $\xi(t)$  является однородной цепью Маркова с двумя состояниями:  $X = \{0, 1\}$ . Время пребывания в состоянии 0 распределено по экспоненциальному закону с параметром  $\lambda$ , а время пребывания в состоянии 1 распределено по экспоненциальному закону с параметром  $\mu$ . Найти безусловные вероятности  $P_i(t) = P\{\xi(t) = i\}$  состояний системы в произвольный момент времени.

2. Пусть клиенты, которые хотят получить консультацию, образуют простейший

поток с параметром  $\lambda$ . Клиентов обслуживает один работник социальной сферы, если он занят, образуется очередь. Считается, что длина очереди не ограничена. Время обслуживания одного клиента является экспоненциально распределенной случайной величиной с параметром  $\mu$ . Пусть  $i(t)$  – число клиентов, находящихся в системе в момент  $t$ . Найти финальные вероятности числа клиентов в системе.

3. Рассмотрим состояния банка, характеризующиеся одной из процентных ставок:

12%, 13%, 14%, которые устанавливаются в начале каждого квартала и фиксированы на всем его протяжении. Таким образом, если за систему  $S$  принять действующую процентную ставку, то она в каждый момент времени может находиться только в одном из состояний:  $S_1$  – процентная ставка 12%,  $S_2$  – процентная ставка 13%,  $S_3$  – процентная ставка 14%. Анализ работы банка в предшествующие годы показал, что изменение переходных вероятностей с течением времени пренебрежимо мало. Определить распределение вероятностей состояний системы в конце года, если в конце предыдущего года процентная ставка составила 13%, а граф вероятностей переходов имеет вид:



4. Классифицировать состояния для Марковской цепи, заданной матрицей вероятностей переходов  $P_1$ , записать ее в каноническом виде и найти среднее время перехода из одного состояния в другое внутри замкнутого класса (все возможные варианты).

$$P_1 = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/4 & 1/4 & 1/4 & 0 & 1/4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/4 & 0 & 1/4 & 1/2 & 0 \end{bmatrix};$$

Результаты экзамена определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Для оценивания текущего уровня знаний проводятся коллоквиумы и контрольные работы. В билете содержится два теоретических вопроса (коллоквиум) и две практические задачи (контрольная работа).

Оценка за коллоквиум и контрольную работу выставляются отдельно и независимо.

Обучающийся не допускается к промежуточной аттестации, если по результатам текущего контроля знаний были продемонстрированы неудовлетворительные результаты освоения раздела.

<b>Оценка</b>	<b>Критерий оценивания коллоквиума</b>
5 (отлично)	Обучающийся показал отличный уровень владения теоретическим материалом, полностью ответил на поставленные вопросы
4(хорошо)	Обучающийся показал достаточный уровень владения теоретическим материалом, но допустил несущественные ошибки или не полностью изложил материал в одном вопросе
3(удовлетворительно)	Обучающийся показал недостаточный уровень материалом, упустил важные определения или понятия, допустил ошибки при доказательстве теорем в двух вопросах
2(неудовлетворительно)	Обучающийся имеет существенные пробелы теоретического материала, не способен оказать теорему, не знает определения. Не показал знание вопросах в билете.

<b>Оценка</b>	<b>Критерий оценивания контрольной работы</b>
5 (отлично)	Обучающийся решил две задачи правильно, сопроводил решение объяснением с обоснованием применения тех или иных теорем и определений
4(хорошо)	Обучающийся решил 1 задачу правильно, 2-ю решил с несущественными ошибками, сопроводил решение объяснением с обоснованием применения тех или иных теорем и определений

3(удовлетворительно)	Обучающийся решил только 1 задачу правильно, сопроводил решение объяснением с обоснованием применения тех или иных теорем и определений, 2-ю решил с существенными ошибками или не решил.
2(неудовлетворительно)	Обучающийся не решил ни одну задачу, или решил с грубыми ошибками.

<b>Оценка</b>	<b>Критерий оценивания ответа на экзамене</b>
5 (отлично)	Обучающийся показал отличный уровень владения всеми теоретическими вопросами, показал все требуемые умения и навыки решения практических задач
4(хорошо)	Обучающийся овладел всеми теоретическими вопросами, частично показал основные умения и навыки при решении практических задач
3(удовлетворительно)	Обучающийся имеет недостаточно глубокие знания по теоретическим разделам дисциплины, показал не все основные умения и навыки при решении практических задач
2(неудовлетворительно)	Обучающийся имеет существенные пробелы по отдельным теоретическим разделам дисциплины и не владеет основными умениями и навыками решения практических задач

### **11. Учебно-методическое обеспечение**

а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «Moodle» - <https://moodle.tsu.ru/course/view.php?id=12726>

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине – контрольные вопросы и задачи.

в) План семинарских / практических занятий по дисциплине – темы практических занятий соответствуют темам лекционных занятий

г) Для освоения образовательных результатов дисциплины обучающемуся необходимо сначала изучить основные понятия и определения теории случайных процессов. Для решения практических задач по определенной теме необходимо сначала изучить теоретический материал, понять ход решения и смысловую составляющую задач, формирующих уровень образовательного результата (на синхронных занятиях с преподавателем или самостоятельно). Следующий этап – решение типовых задач на практике в аудитории или в виде самостоятельной работы, обязательно проверяя правильность ответа. Для проверки достижения образовательного результата проводится контрольная работа по теме. Самостоятельная работа студента включает чтение рекомендуемой литературы, решения задач, подготовки к промежуточному контролю.

### **12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет**

а) основная литература:

– Назаров А.А. Теория вероятностей и случайных процессов / Назаров А.А., Терпугов А.Ф. - Томск: ИДО ТГУ, 2010. – 204 с.

- Миллер Б. М., Панков А. Р. Теория случайных процессов в примерах и задачах. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 320 с.
- Элементы теории случайных процессов: Учеб. пособие /М.А.Матальцкий. – Гродно: ГрГУ, 2004. – 326 с.
- б) дополнительная литература:
  - Галажинская О.Н., Моисеева С.П. Теория случайных процессов. Ч. 2: Марковские процессы: учеб.пособие. – Томск: Издательский Дом Томского государственного университета, 2016. – 126 с. – ...
  - Вентцель А.Д. Курс теории случайных процессов. — М.: Наука, 1996.

### **13. Перечень информационных технологий**

- а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:
  - Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office On-eNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);
  - публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).
- б) информационные справочные системы:
  - Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ – <http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>
  - Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ – <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>
  - ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>
  - ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>
  - Образовательная платформа Юрайт – <https://urait.ru/>
  - ЭБС ZNANIUM.com – <https://znanium.com/>
  - ЭБС IPRbooks – <http://www.iprbookshop.ru/>

### **14. Материально-техническое обеспечение**

- Аудитории для проведения занятий лекционного типа.
- Аудитории для проведения практических занятий, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.
- Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.
- Аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации в смешенном формате («Актру»).

### **15. Информация о разработчиках**

Назаров Анатолий Андреевич, д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры теории вероятностей и математической статистики института прикладной математики и компьютерных наук НИ ТГУ.