

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Институт прикладной математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ:

Директор



А. В. Замятин

« 10 » мая 20 22 г.

Рабочая программа дисциплины

**Дискретная математика**

по направлению подготовки

**01.03.02 Прикладная математика и информатика**

Направленность (профиль) подготовки:

**Математическое моделирование и информационные системы**

Форма обучения

**Очная**

Квалификация

**Бакалавр**

Год приема

**2022**

Код дисциплины в учебном плане: Б1.О.02.12

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ОП

\_\_\_\_\_ А.М. Горцев

Председатель УМК

\_\_\_\_\_ С.П. Сущенко

Томск – 2022

## **1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины**

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

– ОПК-1 – способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности;

– ОПК-3 – способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК-1.1. Демонстрирует навыки работы с учебной литературой по основным естественнонаучным и математическим дисциплинам.

ИОПК-1.2. Демонстрирует навыки выполнения стандартных действий, решения типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых математических и естественнонаучных дисциплин.

ИОПК-1.3. Демонстрирует навыки использования основных понятий, фактов, концепций, принципов математики, информатики и естественных наук для решения практических задач, связанных с прикладной математикой и информатикой.

ИОПК-1.4. Демонстрирует понимание и навыки применения на практике математических моделей и компьютерных технологий для решения практических задач, возникающих в профессиональной деятельности

ИОПК-3.1. Демонстрирует навыки применения современного математического аппарата для построения адекватных математических моделей реальных процессов, объектов и систем в своей предметной области.

ИОПК-3.2. Демонстрирует умение собирать и обрабатывать статистические, экспериментальные, теоретические и т.п. данные для построения математических моделей, расчетов и конкретных практических выводов.

ИОПК-3.3. Демонстрирует способность критически переосмысливать накопленный опыт, модифицировать при необходимости вид и характер разрабатываемой математической модели.

ИОПК-3.4. Демонстрирует понимание и умение применять на практике математические модели и компьютерные технологии для решения различных задач в области профессиональной деятельности.

## **2. Задачи освоения дисциплины**

– Освоить аппарат дискретной математики, а именно основные понятия теории множеств, булевых функций и функций  $k$ -значной логики, теории автоматов, теории графов, теории кодирования.

– Научится использовать изученные методы дискретной математики для формализации и решения прикладных задач профессиональной деятельности.

## **3. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина относится к обязательной части образовательной программы. Дисциплина входит в модуль «Математика».

## **4. Семестр освоения и формы промежуточной аттестации по дисциплине**

Первый семестр, экзамен

Второй семестр, экзамен

## **5. Входные требования для освоения дисциплины**

Для успешного освоения дисциплины требуются компетенции, сформированные в ходе освоения образовательных программ предшествующего уровня образования.

## **6. Язык реализации**

Русский

## **7. Объем дисциплины**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 8 з.е., 288 часов, из которых:

– лекции: 64 ч.

– практические занятия: 64 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

## **8. Содержание дисциплины, структурированное по темам**

*Первый семестр:*

Тема 1. Основные понятия теории булевых функций

Множества. Булевы константы и векторы. Булево пространство и интервал. Булевы переменные и булевы функции, фиктивные переменные. Формулы и равносильности. Двойственная функция и двойственная формула.

Тема 2. Нормальные формы булевых функций

Разложение булевой функции по переменным, совершенные дизъюнктивная и конъюнктивная нормальные формы. Дизъюнктивная нормальная форма. Сокращенная, кратчайшая, минимальная и безызбыточная дизъюнктивные нормальные формы.

Тема 3. Минимизация булевых функций

Построение сокращенной дизъюнктивной нормальной формы. Построение таблицы Квайна и поиск её покрытий. Приближенная кратчайшая ДНФ

Тема 4. Частичные булевы функции.

Определение и способы задания частичной булевой функции. Минимизация частичных булевых функций.

Тема 5. Важнейшие замкнутые классы и функциональная полнота

Важнейшие замкнутые классы булевых функций. Функциональная полнота системы булевых функций.

Тема 6. Функции k-значной логики

Функции k-значной логики. Элементарные функции. Формулы. Совершенные формы. Полиномы по mod k. Построение полиномов. Полные системы. Критерии полноты. Доказательство критерия Яблонского.

*Второй семестр:*

Тема 7. Анализ и синтез дискретных систем

Комбинационные и последовательностные дискретные устройства. Структура и поведение комбинационных дискретных устройств. Задача анализа. Задачи синтеза: синтез в базисе ДНФ, в базисах НЕ И, НЕ ИЛИ.

Тема 8. Элементы теории автоматов

Определение автомата, основные понятия. Представление автомата таблицами переходов-выходов. Диаграммы переходов. Канонические уравнения и их получение. Формальные языки и настроенные диаграммы. Конечно-автоматные языки и операции над ними. Замкнутость конечно-автоматных языков.

Тема 9. Основные понятия теории графов.

Определения простого, общего, ориентированного графов. Смежность вершин и ребер. Степень вершины. Лемма о рукопожатиях и ее следствие. Матрицы смежности и инциденций. Связность графов. Операции объединения и соединения графов. Простейшие типы графов.

Тема 10. Связность графов

Маршрут, цепь, простая цепь, цикл. Определение связности графов с использованием понятия простой цепи. Диаметр и обхват графа. Радиус и центры графа. Разделяющее множество, разрез, мост. Лемма о существовании цикла в графе.

Тема 11. Эйлеровы и гамильтоновы графы

Эйлеров граф. Теорема о необходимых и достаточных условиях графа быть Эйлеровым. Алгоритм Флери построения Эйлерового цикла. Ормаршрут, орцепь, простая орцепь, орцикл. Гамильтоновы графы. Теорема Дирака.

Тема 12. Деревья

Деревья и их свойства. Остовное дерево. Циклический ранг графа. Взвешенные графы. Минимальное основное дерево. Алгоритмы Краскала и Прима.

Тема 13. Планарность графов

Плоские и планарные графы. Гомеоморфные графы. Операция стягивания вершин в графе. Две теоремы о необходимых и достаточных условиях непланарности графов. Толщина графа. Теорема об укладке графа в трехмерном пространстве.

Жорданова кривая. Определение грани плоского графа. Теорема Эйлера о соотношении вершин, ребер и граней в плоском графе. Теорем о числе ребер в плоском графе. Теорема о степени вершины в плоском графе. Двойственные графы.

Тема 14. Раскрашивание графов

Раскраска вершин графов. Правильная раскраска. Хроматическое число. Теоремы о раскраске произвольного графа. Теорема о раскраске плоского графа в 6 цветов. Теорема о 5 красках. Алгоритм минимальной раскраски. Клики и независимое множество вершин графа.

Тема 15. Сети

Определение сети. Изоморфизм сетей. Исток и сток в сети. Последовательное и параллельное соединение сетей.

Потоки в сетях. Определение потока. Величина потока. Сечение и простое сечение. Пропускная способность простого сечения. Теорема Форда-Фалкерсона. Алгоритм Форда-Фалкерсона поиска максимального потока в сети. Задачи сводимые к поиску потока в сети. Остаточная сеть. Алгоритм Эдмонсона-Карпа.

Тема 16. Поиск путей в графе

Алгоритм Дейкстры. Отрицательные циклы. Алгоритмы Форда-Беллмана и Флойда-Уоршелла.

Тема 17. Элементы теории кодирования

Алфавитное кодирование. Префикс и окончание. Свойство префикса. Нетривиальное разложение элементарных кодов в схеме кодирования. Алгоритм проверки однозначности кодирования. Неравенство Макмилана. Свойство взаимно-однозначных кодов. Коды с минимальной избыточностью. Дерево однозначного кодирования. Насыщенное и приведенное деревья. Алгоритм построения кода с минимальной избыточностью.

Тема 18. BDD-графы и ROBDD-графы.

## **9. Текущий контроль по дисциплине**

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проведения контрольных работ, выполнения домашних заданий и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

## **10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации**

Промежуточная аттестация по дисциплине в первом семестре проводится в форме письменного экзамена. К промежуточной аттестации допускаются только студенты, успешно прошедшие текущие аттестации по практическим занятиям.

Каждый билет для промежуточной аттестации состоит из трех частей по темам из разных разделов дисциплины. В качестве дополнительных вопросов во время проведения

промежуточной аттестации используются контрольные вопросы, предлагаемые для самостоятельной работы обучающегося.

Первая часть представляет собой тест из 3 вопросов, проверяющих ИОПК-1.2, ИОПК-3.1. Ответы на вопросы первой части даются путем выбора из списка предложенных.

Вторая часть содержит один вопрос, проверяющий ИОПК-1.1, ИОПК-1.3, ИОПК-1.4. Ответ на вопрос второй части дается в развернутой форме.

Третья часть содержит 2 вопроса, проверяющих ИОПК-3.2., ИОПК-3.3. ИОПК-3.4, и оформленные в виде практических задач. Ответы на вопросы третьей части предполагают решение задач и краткую интерпретацию полученных результатов.

#### Примерный перечень теоретических вопросов

1. Определения: булевы константы, булев вектор. Примеры.
2. Доказательство теоремы о числе булевых векторов.
3. Представление множества булевыми векторами. Примеры.
4. Представление чисел булевыми векторами. Примеры.
5. Расстояние между векторами. Примеры.
6. Соседние, противоположные, сравнимые булевы векторы. Примеры.
7. Определение булева пространства.
8. Способы задания булева пространства.
9. Определение интервала. Внутренние и внешние компоненты интервала.
10. Доказательство теоремы о мощности интервала.
11. Алгоритм распознавания интервала и поиска его границ. Примеры.
12. Способы задания интервала. Примеры.
13. Алгоритм распознавания интервала на матрице Грея. Примеры.
14. Определение соседних интервалов. Примеры.
15. Доказательство теоремы о пересечении и объединении соседних интервалов.
16. Определение булевых переменных и булевой функции.
17. Способы задания булевых функций. Примеры.
18. Доказательство теоремы о числе булевых функций.
19. Фиктивные переменные. Алгоритм распознавания фиктивных переменных по таблице значений булевой функции. Достаточное условие отсутствия фиктивных переменных.
20. Фиктивные переменные. Алгоритм распознавания фиктивных переменных булевой функции, заданной на матрице Грея.
21. Алгоритм добавления фиктивных переменных. Алгоритм удаления фиктивных переменных. Примеры.
22. Формула как способ задания булевых функций. Примеры.
23. Определение равносильных формул. Основные равносильности.
24. Определение двойственной функции. Алгоритм построения таблицы значений двойственной функции.
25. Способы построения двойственной булевой функции. Примеры.
26. Доказательство свойств двойственной функции.
27. Определение двойственной формулы. Примеры.
28. Доказательство принципа двойственности.
29. Разложение Шеннона по одной переменной. Примеры.

30. Разложение Шеннона по  $A$  переменным. Примеры.
31. Определение совершенной ДНФ. Теорема о единственности совершенной ДНФ булевой функции.
32. Алгоритм построения совершенной ДНФ по таблице значений булевой функции.
33. Определение совершенной КНФ. Теорема о единственности совершенной КНФ булевой функции. Построение совершенной КНФ из совершенной ДНФ.
34. Определения элементарной, полной, ортогональной, соседней и смежной конъюнкций. Примеры.
35. Определения ДНФ, длина и ранг ДНФ. Примеры.
36. Алгоритм преобразования ДНФ в совершенную ДНФ. Примеры.
37. Доказательство теоремы о конъюнкции и интервале.
38. Определения импликанты, простой импликанты, сокращенной ДНФ. Примеры.
39. Определения импликанты, простой импликанты, сокращенной ДНФ. Примеры.
40. Доказательство леммы об импликанте.
41. Определения кратчайшей и минимальной ДНФ. Примеры.
42. Доказательство теоремы о минимальной ДНФ.
43. Доказательство теоремы о кратчайшей ДНФ.
44. Определение безызбыточной ДНФ. Примеры.
45. Кратчайшие ДНФ элементарных булевых функций. Примеры.
46. Доказательство теоремы Квайна.
47. Алгоритм Квайна - МакКласки. Примеры.
48. Доказательство теоремы Блейка.
49. Алгоритм Блейка - Порецкого. Примеры.
50. Проблема минимизации булевых функций.
51. Таблица Квайна. Покрытия таблицы Квайна. Примеры.
52. Алгоритм поиска всех безызбыточных покрытий таблицы Квайна. Примеры.
53. Алгоритм поиска одного кратчайшего покрытия таблицы Квайна. Примеры.
54. Алгоритм поиска приближенной кратчайшей ДНФ методом Закревского. Примеры.
55. Определение не полностью определенной булевой функции. Способы задания не полностью определенных булевых функций. Примеры.
56. Доопределение не полностью определенной булевой функции. Доказательство теоремы о числе доопределений не полностью определенной булевой функции.
57. Проблема минимизации не полностью определенных булевых функций.
58. Алгоритм поиска одной кратчайшей ДНФ не полностью определенной булевой функции. Примеры.
59. Алгоритм поиска приближенной кратчайшей ДНФ не полностью определенной булевой функции методом Закревского. Примеры.
60. Алгоритм поиска приближенной кратчайшей ДНФ не полностью определенной булевой функции методом конкурирующих интервалов. Примеры.
61. Способы задания булевых и не полностью определенных систем булевых функций. Примеры.
62. Проблема минимизации не полностью систем булевых функций. Определения кратчайшей минимальной и безызбыточной ДНФ системы булевых функций. Примеры.
63. Алгоритм поиска одной кратчайшей ДНФ системы булевых функций с общей областью определения. Примеры.

64. Определение замкнутого класса булевых функций. Определение класса  $T^0$  булевых функций, сохраняющих константу 0. Доказательство замкнутости класса  $T^0$ . Доказательство теоремы о мощности класса  $T^0$ .
65. Определение замкнутого класса булевых функций. Определение класса  $T^1$  булевых функций, сохраняющих константу 1. Доказательство замкнутости класса  $T^1$ . Доказательство теоремы о мощности класса  $T^0$ .
66. Доказательство теоремы о булевой функции, не сохраняющей константу 0.
67. Определение класса  $L$ , линейных булевых функций. Доказательство замкнутости класса  $L$ . Доказательство теоремы о мощности класса  $L$ .
68. Доказательство теоремы о нелинейной булевой функции.
69. Определение класса  $S$  самодвойственных булевых функций. Доказательство замкнутости класса  $S$ . Доказательство теоремы о мощности класса  $S$ . Алгоритм определения самодвойственности булевой функции. Достаточное условие несамодвойственности булевой функции.
70. Доказательство теоремы о несамодвойственной булевой функции.
71. Определение класса  $M$  монотонных булевых функций. Доказательство замкнутости класса  $M$ . Доказательство теоремы об условии немонотонности. Алгоритм определения монотонности булевой функции.
72. Доказательство теоремы о немонотонной булевой функции.
73. Определение положительной конъюнкции. Доказательство леммы о числе положительных конъюнкций. Номер положительной конъюнкции. Представление полинома Жегалкина в форме с коэффициентами. Примеры.
74. Определение полинома Жегалкина, длина и ранг полинома. Примеры.
75. Доказательство теоремы о возможности представления булевой функции полиномом Жегалкина.
76. Доказательство теоремы о единственности представления булевой функции полиномом Жегалкина.
77. Алгоритмы построения полиномов Жегалкина. Примеры.
78. Проблема функциональной полноты систем булевых функций. Примеры.
79. Доказательство теоремы о двух функционально полных системах.
80. Принадлежность замкнутым классам элементарных булевых функций. Примеры.
81. Доказательство теоремы Поста - Яблонского о функциональной полноте.
82. Элементарные функции  $k$ -значной логики. Свойства.
83. Совершенные формы. Теоремы о 1-й и 2-й совершенных формах
84. Полиномы по  $\text{mod } k$ . Теорема о задании функций  $k$ -значных логик полиномами.
85. Малая теорема Ферма.
86. Построение полиномов методом неопределенных коэффициентов
87. Построение полиномов быстрым методом
88. Доказательство полноты системы Поста
89. Свойства функций в  $P_k$ , существенно зависящих не менее, чем от двух аргументов
90. Доказательство критерия полноты С.В.Яблонского.

Примеры задач:

1. Булевы функции, булевы переменные, двойственные функции и двойственные формулы.

- 1) Для функции  $f$ , заданной формулой  $F = x \rightarrow y \rightarrow (z \oplus \bar{x})y$  :  
определить порядок операций в формуле;  
построить таблицу значений;  
найти двойственную функцию по таблице значений;  
найти двойственную функцию по определению двойственной функции;  
найти двойственную функцию согласно принципу двойственности;  
найти и удалить фиктивные переменные.

2. Дизъюнктивные нормальные формы

- 1) Для функции  $f$ , заданной формулой  $F = x \rightarrow y \rightarrow (z \oplus \bar{x})y$ , построить ДНФ<sub>1</sub> с помощью подстановки кратчайших ДНФ элементарных булевых функций и ДНФ<sub>2</sub> с помощью разложения Шеннона по переменным. Сравнить результаты, построив таблицы значений для  $F$ , ДНФ<sub>1</sub> и ДНФ<sub>2</sub>.
- 2) Для функции  $f$ , заданной формулой  $F = x \rightarrow y \rightarrow (z \oplus \bar{x})y$ , найти совершенную ДНФ и совершенную КНФ с помощью таблицы значений.
- 3) Для функции  $f$ , заданной формулой  $F = x \rightarrow y \rightarrow (z \oplus \bar{x})y$ :  
построить таблицу значений;  
задать функцию на матрице Грея;  
найти сокращенную ДНФ по матрице Грея;  
преобразовать сокращенную ДНФ в совершенную ДНФ;  
найти кратчайшую ДНФ по матрице Грея;  
построить для найденной кратчайшей ДНФ таблицу значений и сравнить ее с таблицей значений функции  $f$ .

3. Минимизация булевых функций

- 1) Для функции  $f$ , заданной формулой  $F = x \rightarrow y \rightarrow (z \oplus \bar{x})y$ :  
найти совершенную ДНФ;  
найти сокращенную ДНФ по совершенной ДНФ методом Квайна – МакКласки;  
найти сокращенную ДИФ по исходной формуле  $F$  методом Блейка – Порецкого;  
построить таблицу Квайна;  
найти кратчайшую ДНФ по таблице Квайна.
- 2) Для функции  $f$ , заданной формулой  $F = x \rightarrow y \rightarrow (z \oplus \bar{x})y$  найти приближенную кратчайшую ДНФ методом Закревского
- 3) Для не полностью определенной функции  $f$ , заданной на матрице Грея, найти приближенную кратчайшую ДНФ методом конкурирующих интервалов.

4. Полиномы Жегалкина, замкнутые классы, функциональная полнота систем булевых функций

- 1) Для функции  $f$ , заданной вектором значений 01100111:  
построить таблицу значений;  
найти совершенную ДНФ;  
найти полином Жегалкина по совершенной ДНФ;  
найти полином Жегалкина по таблице значений функции  $f$  методом неопределенных коэффициентов.



- 2) Для функции  $f$ , заданной формулой  $F = x \rightarrow y \rightarrow (z \oplus \bar{x})y$ :  
найти полином Жегалкина, используя разложение Дэвио по переменным;  
найти полином Жегалкина, используя полиномы элементарных булевых функций;  
определить принадлежность функции  $f$  замкнутым классам  $T^0$ ,  $T^1$ ,  $L$ ,  $M$ ,  $S$  используя соответствующие алгоритмы;  
определить является ли множество  $M = \{f\}$  функционально полной системой.

Результаты экзамена определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка «Отлично» выставляется студенту, который:

- Уверенно владеет основными понятиями и теоремами теории булевых функций и функций  $k$ -значной логики.
- Уверенно знает проблемы минимизации и функциональной полноты булевых функций.
- Умеет эффективно применять алгоритмы и теоремы теории булевых и  $k$ -значных функций для решения прикладных задач профессиональной деятельности.
- Уверенно владеет аппаратом теории функций булевых и  $k$ -значной логики для задания структуры и поведения дискретных (цифровых) устройств.

Оценка «Хорошо» выставляется студенту, который:

- Знает основные понятия и теоремы теории булевых функций и функций  $k$ -значной логики.
- Знает проблемы минимизации и функциональной полноты булевых функций.
- Умеет применять алгоритмы и теоремы теории булевых и  $k$ -значных функций для решения прикладных задач профессиональной деятельности.
- Владеет аппаратом теории функций булевых и  $k$ -значной логики для задания структуры и поведения дискретных (цифровых) устройств.

Оценка «Удовлетворительно» выставляется студенту, который:

- Поверхностно знает основные понятия и теоремы теории булевых функций и функций  $k$ -значной логики.
- Поверхностно знает проблемы минимизации и функциональной полноты булевых функций.
- Неуверенно умеет применять алгоритмы и теоремы теории булевых и  $k$ -значных функций для решения прикладных задач профессиональной деятельности.
- Неуверенно владеет аппаратом теории функций булевых и  $k$ -значной логики для задания структуры и поведения дискретных (цифровых) устройств.

Оценка «Неудовлетворительно» выставляется студенту, который:

- Не знает основные понятия и теоремы теории булевых функций и функций  $k$ -значной логики.
- Не знает проблемы минимизации и функциональной полноты булевых функций.
- Не умеет применять алгоритмы и теоремы теории булевых и  $k$ -значных функций для решения прикладных задач профессиональной деятельности.
- Не владеет аппаратом теории функций булевых и  $k$ -значной логики для задания структуры и поведения дискретных (цифровых) устройств.

Промежуточная аттестация по дисциплине во втором семестре проводится в форме письменного экзамена. К промежуточной аттестации допускаются только студенты, успешно прошедшие текущие аттестации по практическим занятиям.

Каждый билет для промежуточной аттестации состоит из трех частей по темам из разных разделов дисциплины. В качестве дополнительных вопросов во время проведения промежуточной аттестации используются контрольные вопросы, предлагаемые для самостоятельной работы обучающегося.

Первая часть представляет собой тест из 3 вопросов, проверяющих ИОПК-1.2, ИОПК-3.1. Ответы на вопросы первой части даются путем выбора из списка предложенных.

Вторая часть содержит один вопрос, проверяющий ИОПК-1.1, ИОПК-1.3, ИОПК-1.4. Ответ на вопрос второй части дается в развернутой форме.

Третья часть содержит 2 вопроса, проверяющих ИОПК-3.2., ИОПК-3.3. ИОПК-3.4, и оформленные в виде практических задач. Ответы на вопросы третьей части предполагают решение задач и краткую интерпретацию полученных результатов.

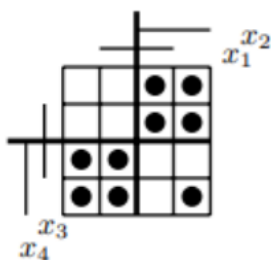
#### Примерный перечень теоретических вопросов

1. Комбинационные и последовательностные дискретные устройства. Структура и поведение комбинационных дискретных устройств.
2. Задача анализа. Задачи синтеза: синтез в базисе ДНФ, в базисах НЕ И, НЕ ИЛИ.
3. Элементы теории автоматов. Определение автомата, основные понятия. Представление автомата таблицами переходов-выходов. Диаграммы переходов.
4. Канонические уравнения и их получение.
5. Формальные языки и настроенные диаграммы. Конечно-автоматные языки и операции над ними. Замкнутость конечно-автоматных языков.
6. Определение графа. Определения простого, общего, ориентированного графов, мультиграфов. Изоморфные графы. Примеры.
7. Смежность вершин и ребер. Степень вершины. Лемма о рукопожатиях и ее следствие.
8. Способы задания графов.
9. Связность графов. Компоненты связности. Разделяющее множество, разрез, мост.
10. Основные операции над графами.
11. Подграфы. Простейшие типы графов.
12. Маршрут, цепь, простая цепь, цикл. Определение связности графов с использованием понятия простой цепи.
13. Диаметр и обхват графа. Радиус и центры графа.
14. Теорема о числе ребер в графе.
15. Эйлеров граф. Лемма о существовании цикла в графе.
16. Эйлеров граф. Теорема о необходимых и достаточных условиях графа быть Эйлеровым.
17. Эйлеров граф. Алгоритм Флери построения Эйлерового цикла. Пример.
18. Ормаршрут, орцепь, простая орцепь, орцикл.
19. Гамильтоновы графы. Теорема Дирака. Теорема Оре.
20. Деревья и их свойства. Остовное дерево. Циклический и коциклический ранги графа.
21. Взвешенные графы. Минимальное основное дерево. Алгоритм Краскала.
22. Взвешенные графы. Минимальное основное дерево. Алгоритм Прима.
23. Плоские и планарные графы. Две теоремы о необходимых и достаточных условиях планарности графов. Толщина графа.
24. Теорема об укладке графа в трехмерном пространстве.

25. Жорданова кривая. Определение грани плоского графа. Теорема Эйлера о соотношении вершин, ребер и граней в плоском графе.
26. Жорданова кривая. Определение грани плоского графа. Теорема о числе ребер в плоском графе.
27. Плоские и планарные графы. Теорема о степени вершины в плоском графе.
28. Двойственные графы. Теорема о соотношениях числа вершин, ребер и граней в графе и соответствующем ему двойственном графе.
29. Раскраска вершин графов. Правильная раскраска. Хроматическое число. Теорема о раскраске произвольного графа.
30. Раскраска вершин графов. Правильная раскраска. Хроматическое число. Теорема о раскраске плоского графа в 6 цветов.
31. Раскраска вершин графов. Теорема о 5 красках.
32. Алгоритм минимальной раскраски графа.
33. Независимые множества и клики графа.
34. Определение сети. Изоморфизм сетей. Исток и сток в сети. Последовательное и параллельное соединение сетей.
35. Взвешенный граф. Алгоритм Дейкстры.
36. Отрицательные циклы. Алгоритм Форда-Беллмана.
37. Отрицательные циклы. Алгоритм Флойда-Уоршелла.
38. Потоки в сетях. Определение потока. Величина потока. Сечение и простое сечение. Пропускная способность простого сечения.
39. Задачи, сводимые к поиску потока в сети.
40. Теорема Форда-Фалкерсона. Алгоритм Форда-Фалкерсона поиска максимального потока в сети.
41. Остаточная сеть. Алгоритм Эдмонсона-Карпа.
42. Алфавитное кодирование. Префикс и суффикс. Свойство префикса.
43. Критерий однозначности кодирования.
44. Нетривиальное разложение элементарных кодов в схеме кодирования. Алгоритм проверки однозначности кодирования.
45. Неравенство Макмилана.
46. Теорема об однозначности кодирования.
47. Избыточность кодирования. Коды с минимальной избыточностью.
48. Дерево однозначного кодирования.
49. Насыщенное и приведенное деревья.
50. Теорема редукции. Операция редукции.
51. Алгоритм построения кода с минимальной избыточностью.
52. BDD-графы и ROBDD-графы.

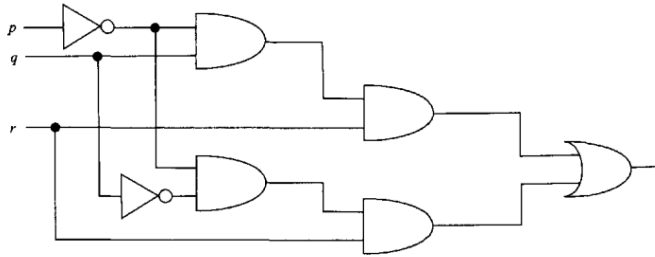
Примеры задач:

1. Начертите функциональную схему, реализующую функцию  $f$  в следующих базисах:

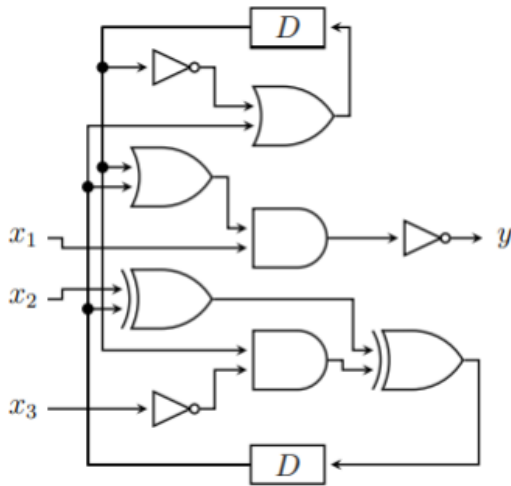


- а) {НЕ, 2И, 2ИЛИ};
- б) {НЕ, 2И}.

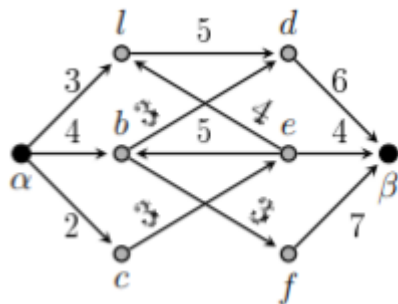
2. Вычислите булеву функцию, генерируемую функциональной схемой, показанной на рисунке:



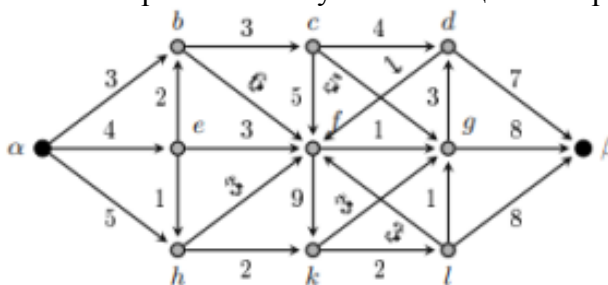
3. Выписать канонические уравнения для функций, которые реализуются данной схемой. Полученные функции упростить.



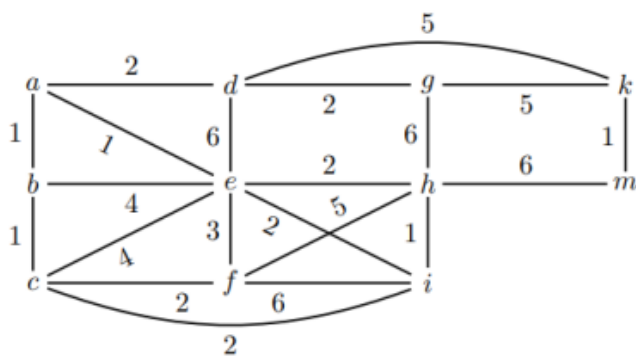
4. Найти максимальный поток в сети ( $\alpha$  - источник,  $\beta$  - сток)



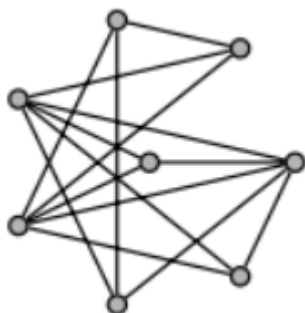
5. Найти кратчайший путь с помощью алгоритма Дейкстры



6. Найти минимальное остовное дерево



7. Найти хроматическое число и минимальную раскраску графа



Результаты экзамена определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка «Отлично» выставляется студенту, который:

- Уверенно владеет основными понятиями и теоремами теории автоматов, теории графов, теории кодирования.
- Умеет эффективно применять алгоритмы и теоремы теории автоматов, теории графов, теории кодирования для решения прикладных задач профессиональной деятельности.
- Уверенно владеет аппаратом теории автоматов, теории графов, теории кодирования для задания структуры и поведения дискретных (цифровых) устройств.

Оценка «Хорошо» выставляется студенту, который:

- Знает основные понятия и теоремы теории автоматов, теории графов, теории кодирования.
- Умеет применять алгоритмы и теоремы теории автоматов, теории графов, теории кодирования для решения прикладных задач профессиональной деятельности.
- Владеет аппаратом теории автоматов, теории графов, теории кодирования для задания структуры и поведения дискретных (цифровых) устройств.

Оценка «Удовлетворительно» выставляется студенту, который:

- Поверхностно знает основные понятия и теории автоматов, теории графов, теории кодирования.
- Неуверенно умеет применять алгоритмы и теоремы теории автоматов, теории графов, теории кодирования для решения прикладных задач профессиональной деятельности.
- Неуверенно владеет аппаратом теории автоматов, теории графов, теории кодирования для задания структуры и поведения дискретных (цифровых) устройств.

Оценка «Неудовлетворительно» выставляется студенту, который:

- Не знает основные понятия и теоремы теории автоматов, теории графов, теории кодирования.
- Не умеет применять алгоритмы и теоремы теории автоматов, теории графов, теории кодирования для решения прикладных задач профессиональной деятельности.
- Не владеет аппаратом теории автоматов, теории графов, теории кодирования для задания структуры и поведения дискретных (цифровых) устройств.

## 11. Учебно-методическое обеспечение

- а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «Moodle» (первый семестр) – <https://moodle.tsu.ru/course/view.php?id=6587>
- б) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «Moodle» (второй семестр) – <https://moodle.tsu.ru/course/view.php?id=6567>
- в) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.
- г) План практических занятий по дисциплине.
- д) Методические указания по организации самостоятельной работы студентов.

## 12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

- а) основная литература:
  - Яблонский С.В. Введение в дискретную математику, М.: Высшая школа. 2010 – 381 с.
  - Быкова С.В., Буркатовская Ю.Б. Булевы функции. Учебное пособие. Томск: ТГУ, 2008 – 192 с.
  - Буркатовская Л. И. Логическое проектирование дискретных устройств : учебное пособие : [для студентов, изучающих историю автоматов] / Л. И. Буркатовская, Ю. Б. Буркатовская ; Том. гос. ун-т, Фак. прикладной мат. И кибернетики. - Томск: Том. гос. ун-т, 2011.
  - Арсланов Ш.Ф. Теория графов. Лекции и практические занятия: учеб. пособие. Изд-во Казанск. гос. архитектур.-строит. ун-та, 2013
  - Зарипова Э.Р., Кокотчикова М.Г. Дискретная математике. Часть III. Теория графов: Учеб.пособие. М.: Изд-во РУДН, 2013
  - Зыков А.А. Основы теории графов. М.: Наука, Гл. ред. физ-мат. лит. 1987
- б) дополнительная литература:
  - Закревский А. Д., Потосин Ю. В., Черемисинова Л. Д. Основы логического проектирования. В 3 кн. Кн 2 - Мн.: ОИПИ ВАН Беларуси, 2004 - 240 с.
  - Новиков А.А. Дискретная математика для программистов. – СПб.: Питер, 2001.
  - Гилл А. Введение в теорию конечных автоматов / А. Гилл. – М. : Издательство Наука, 1966 – 272 с.
  - Конспект лекций О.Б. Лупанова по курсу «Введение в математическую логику» /Отв. ред. А.Б.Угольников. М.: Изд-во ЦПИ при механико-математическом факультете МГУ имени М.В.Ломоносова, 2007 - 192 с.
  - Кристофидес Н. Теория графов. Алгоритмический подход. М.: Мир, 1978
- в) ресурсы сети Интернет:
  - Курс “Математика в тестировании дискретных систем”. URL: <https://stepik.org/course/73866/info>
  - Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ [Электронный ресурс] / Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ: [сайт]. – [Томск, 2011–2016]. – URL: <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>.

– Издательство «Лань» [Электронный ресурс]: электрон.-библиотечная система. - Электрон. Дан. - СПб., 2010 - URL: <http://e.lanbook.com/>

### **13. Перечень информационных технологий**

а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

– Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint;

– публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).

б) информационные справочные системы:

– Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ – <http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>

– Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ – <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>

– ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>

– ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>

– Образовательная платформа Орайт – <https://urait.ru/>

– ЭБС ZNANIUM.com – <https://znanium.com/>

– ЭБС IPRbooks – <http://www.iprbookshop.ru/>

### **14. Материально-техническое обеспечение**

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения практических занятий, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

Аудитории для проведения занятий лекционного, типа индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации в смешанном формате («Актру»).

### **15. Информация о разработчиках**

Широкова Екатерина Владимировна, кафедра информационных технологий в исследовании дискретных структур, старший преподаватель