

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ:

Декан



Л. В. Гензе

« 30 » 06 20 22 г.

Рабочая программа дисциплины

**Абелевы группы**

по направлению подготовки

**01.04.01 Математика**

Направленность (профиль) подготовки :

**Фундаментальная математика**

Форма обучения

**Очная**

Квалификация

**Магистр**

Год приема

**2022**

Код дисциплины в учебном плане: Б1.В.3.ДВ.01.01

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ОП



П.А.Крылов

Председатель УМК



Е.А.Тарасов

Томск – 2022

## **1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины**

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики.

ПК-1 Способен самостоятельно решать исследовательские задачи в рамках реализации научного (научно-технического, инновационного) проекта.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК 1.1 Формулирует поставленную задачу, пользуется языком предметной области, обоснованно выбирает метод решения задачи.

ИПК 1.1 Проводит исследования, направленные на решение отдельных исследовательских задач

## **2. Задачи освоения дисциплины**

– Владеть основными понятиями и результатами теории абелевых групп, а также приёмами и методами доказательства её теорем (ИОПК 1.1).

– Освоить навыки работы с профессиональной литературой по теории абелевых групп; уметь осуществлять сбор, обработку, анализ и систематизацию научно-методической информации по данной дисциплине (ИПК 1.1).

## **3. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина относится к Блоку 1 «Дисциплина (модули)».

Дисциплина относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений, предлагается обучающимся на выбор.

## **4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине**

Первый семестр, экзамен

## **5. Входные требования для освоения дисциплины**

Для успешного освоения дисциплины требуются компетенции, сформированные в ходе освоения образовательных программ предшествующего уровня образования.

## **6. Язык реализации**

Русский

## **7. Объем дисциплины**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 з.е., 216 часов, из которых:

-лекции: 32 ч.

-практические занятия: 32 ч.

в том числе практическая подготовка: 0 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

## **8. Содержание дисциплины, структурированное по темам**

Тема 1. Конечно порождённые группы. Условие максимальности для подгрупп. Подгруппы конечно порождённых групп и их инварианты (ИОПК 1.1, ИПК 1.1).

Тема 2. Линейная независимость. Максимальные независимые системы. Существенные подгруппы. Ранги и их однозначная определённость (ИОПК 1.1, ИПК 1.1).

Тема 3. Прямые суммы циклических групп. Высота элемента. Свойства высот. Ограниченные группы. Счётные  $p$ -группы. Инварианты прямой суммы циклических групп. Подгруппы прямых сумм циклических групп (ИОПК 1.1, ИПК 1.1).

Тема 4. Делимые группы. Свойства  $p$ -делимых и делимых групп. Инъективность. Свойство инъективной группы выделяться прямым слагаемым. Редуцированные группы. Строение делимых групп. Делимая оболочка (ИОПК 1.1, ИПК 1.1).

Тема 5. Конечно копорождённые группы. Система кообразующих. Условие минимальности для подгрупп. Коциклические прямые слагаемые. Подгруппы и факторгруппы конечно копорождённых групп (ИОПК 1.1, ИПК 1.1).

Тема 6. Сервантные и  $p$ -сервантные подгруппы, их свойства. Сервантная оболочка. Ограниченные сервантные подгруппы. Неразложимые группы. Факторгруппы по сервантным подгруппам (ИОПК 1.1, ИПК 1.1).

Тема 7. Базисные подгруппы. Максимальные  $p$ -независимые системы. Существование  $p$ -базисных подгрупп. Единственность  $p$ -базисной подгруппы с точностью до изоморфизма (ИОПК 1.1, ИПК 1.1).

## 9. Текущий контроль по дисциплине

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, выполнения домашних заданий и индивидуального задания и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

Индивидуальные задания представляют собой упражнения из монографии Л. Фукса «Бесконечные абелевы группы» и позволяют оценить сформированность индикаторов ИОПК 1.1 и ИПК 1.1.

## 10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

Первая часть экзамена проводится по билетам в письменной форме с устной защитой. Экзаменационный билет состоит из двух теоретических вопросов, проверяющих ИОПК 1.1.

Вторая часть экзамена представляет собой беседу со студентом, в которой проверяется знание основных формулировок теорем и определений (ИОПК 1.1) и умение решения задач по дисциплине (ИОПК 1.1, ИПК 1.1).

### Примерный перечень теоретических вопросов

1. Конечно порождённые группы.
2. Линейная независимость.
3. Ранг группы.
4. Высоты и их свойства.
5. Прямые суммы циклических групп.
6. Делимость и её свойства.
7. Делимость и инъективность.
8. Делимая оболочка.
9. Конечно копорождённые группы.
10. Сервантные подгруппы.
11. Ограниченные сервантные подгруппы.
12. Факторгруппы по сервантным подгруппам.
13.  $p$ -базисные подгруппы.
14. Дальнейшие свойства  $p$ -базисных подгрупп.
15. Различные  $p$ -базисные подгруппы.

### Пример задачи

1. Покажите, что если подгруппа  $G$  сервантна в  $A$ , то  $nG$  – сервантная подгруппа группы  $nA$  (здесь  $n$  – натуральное число).

Результаты экзамена определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно»:

Критерии оценивания результатов обучения			
Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Студент не может подбирать и обрабатывать литературу по выбранной теме исследования ни самостоятельно, ни под руководством более опытного математика. Студент не обладает знаниями в области теории абелевых групп, не знает простейших определений и теорем.	Студент может подбирать и обрабатывать литературу по выбранной теме исследования только под руководством более опытного математика. Студент обладает поверхностными знаниями в области теории абелевых групп. Знает некоторые определения и теоремы из указанной области.	Студент может самостоятельно подбирать и обрабатывать литературу по выбранной теме исследования под руководством более опытного математика. Студент обладает достаточным объёмом знаний в области теории абелевых групп, чтобы приступить к исследованиям в этой области под руководством более опытного математика.	Студент может самостоятельно подбирать и обрабатывать литературу по выбранной теме исследования. Студент имеет глубокие знания в области теории абелевых групп, способен применять полученные знания для проведения самостоятельных исследований.

Указанная в таблице оценка может быть снижена на один балл, если оценка студента за индивидуальное задание не превышает «удовлетворительно».

## 11. Учебно-методическое обеспечение

а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «Moodle» - <https://moodle.tsu.ru/course/view.php?id=25415>

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.

в) План практических занятий по дисциплине.

Тема	Количество часов
Тема 1. Конечно порождённые группы. Условие максимальности для подгрупп. Подгруппы конечно порождённых групп и их инварианты.	4
Тема 2. Линейная независимость. Максимальные независимые системы. Существенные подгруппы. Ранги и их однозначная определённость.	4
Тема 3. Прямые суммы циклических групп. Высота элемента. Свойства высот. Ограниченные группы. Счётные $p$ -группы. Инварианты прямой суммы циклических групп. Подгруппы прямых сумм циклических групп.	4
Тема 4. Делимые группы. Свойства $p$ -делимых и делимых групп. Инъективность. Свойство инъективной группы выделяться прямым слагаемым. Редуцированные группы. Строение делимых групп. Делимая оболочка.	6
Тема 5. Конечно копорождённые группы. Система кообразующих. Условие минимальности для подгрупп. Коциклические прямые слагаемые. Подгруппы и факторгруппы конечно копорождённых групп.	2
Тема 6. Сервантные и $p$ -сервантные подгруппы, их свойства. Сервантная оболочка. Ограниченные сервантные подгруппы. Неразложимые группы. Факторгруппы по сервантным подгруппам.	6
Тема 7. Базисные подгруппы. Максимальные $p$ -независимые системы. Существование $p$ -базисных подгрупп. Единственность $p$ -базисной	6

## 12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

а) основная литература:

1. Фукс Л. Бесконечные абелевы группы. Т. 1. М.: Мир, 1974. – 336 с.
2. Фукс Л. Бесконечные абелевы группы. Т. 1. М.: Мир, 1977. – 416 с.
3. Fuchs L. Abelian groups. Cham: Springer, 2015. – 768 p.
4. Kaplansky I. Infinite Abelian groups. Ann Arbor: Univ. of Michigan Press. – 102 p.

б) дополнительная литература:

1. Крылов А.А., Туганбаев А.А., Чехлов А.Р. Упражнения по группам, кольцам и полям. Томск: ТГУ, 2008. – 482 с.
2. Чехлов А.Р. Упражнения по основам теории групп. Томск: ТГУ, 2004. – 278 с.
3. Arnold D.M. Finite rank torsion free abelian groups and rings. Berlin: Springer, 1982. – 197 p.

в) ресурсы сети Интернет:

- Журнал «Вестник Томского государственного университета. Математика и механика» – <http://journals.tsu.ru/mathematics/>

## 13. Перечень информационных технологий

а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

- публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).

б) информационные справочные системы:

- Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ – <http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>
- Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ – <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>
- ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>
- ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>
- Образовательная платформа Юрайт – <https://urait.ru/>
- ЭБС ZNANIUM.com – <https://znanium.com/>
- ЭБС IPRbooks – <http://www.iprbookshop.ru/>

## 14. Материально-техническое обеспечение

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения занятий семинарского типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

## 15. Информация о разработчиках

Тимошенко Егор Александрович, доктор физико-математических наук, доцент, кафедра алгебры, профессор