

МИНОБРНАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Институт прикладной математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ
Директор института прикладной
математики и компьютерных наук
А.В. Замятин
« 02 » _____ 2021 г.

Фонд оценочных средств по дисциплине

Дискретная математика

по направлению подготовки

09.03.03 Прикладная информатика

Направленность (профиль) подготовки :

Разработка программного обеспечения в цифровой экономике

ФОС составил(и):

канд. техн. наук, доцент,
доцент кафедры программной инженерии

А.М. Бабанов

Рецензент:

д-р физ.-мат. наук, профессор,
профессор кафедры программной инженерии

О.А. Змеев

Фонд оценочных средств одобрен на заседании учебно-методической комиссии
института прикладной математики и компьютерных наук (УМК ИПМКН)

Протокол от 17.06 2021г. № 05

Председатель УМК ИПМКН,
д-р техн. наук, профессор

С.П. Суценко

Фонд оценочных средств (ФОС) является элементом системы оценивания сформированности компетенций у обучающихся в целом или на определенном этапе ее формирования.

ФОС разрабатывается в соответствии с рабочей программой (РП) дисциплины и включает в себя набор оценочных материалов для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине.

1. Компетенции и результаты обучения, формируемые в результате освоения дисциплины

Компетенция	Индикатор компетенции	Код и наименование результатов обучения (планируемые результаты обучения, характеризующие этапы формирования компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения			
			Отлично	Хорошо	Удовлетворительно	Неудовлетворительно
ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общепрофессиональные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности;	ИОПК-1.1. Обладает необходимыми естественнонаучными и общепрофессиональными знаниями для исследования информационных систем и их компонент	ОР-1.1.1. Знать теорию множеств, булеву алгебру	Имеет общее представление о теории множеств, булевой алгебре, знает особенности их применения	Имеет общее представление о теории множеств, булевой алгебре	Имеет слабое представление о теории множеств, булевой алгебре	Не имеет представления о теории множеств, булевой алгебре
		ОР-1.1.2. Знать теорию бинарных отношений	Имеет общее представление о теории бинарных отношений, знает особенности ее применения	Имеет общее представление о теории бинарных отношений	Имеет слабое представление о теории бинарных отношений	Не имеет представления о теории бинарных отношений
		ОР-1.1.3. Знать теорию булевых функций	Имеет общее представление о теории булевых функций, знает особенности ее применения	Имеет общее представление о теории булевых функций	Имеет слабое представление о теории булевых функций	Не имеет представления о теории булевых функций

	<p>ИОПК-1.2. Использует фундаментальные знания, полученные в области математических, естественных и общетехнических наук в профессиональной деятельности</p>	<p>ОР-1.2.1. Уметь производить эквивалентные преобразования выражений</p>	<p>Умеет безошибочно производить эквивалентные преобразования выражений</p>	<p>Умеет производить эквивалентные преобразования выражений, но допускает незначительные ошибки</p>	<p>Допускает серьезные ошибки в эквивалентных преобразованиях выражений</p>	<p>Не имеет представления об эквивалентных преобразованиях выражений</p>
		<p>ОР-1.2.2. Уметь определять вид бинарных отношений</p>	<p>Умеет безошибочно определять вид бинарных отношений</p>	<p>Умеет определять вид бинарных отношений, но допускает незначительные ошибки</p>	<p>Допускает серьезные ошибки при определении вида бинарных отношений</p>	<p>Не умеет определять вид бинарных отношений</p>
	<p>ИОПК-1.3. Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических, естественных и общетехнических наук для моделирования и анализа задач</p>	<p>ОР-1.3. Уметь определять нормальные формы булевых функций</p>	<p>Умеет безошибочно определять нормальные формы булевых функций</p>	<p>Умеет определять нормальные формы булевых функций, но допускает незначительные ошибки</p>	<p>Допускает серьезные ошибки в определении нормальных форм булевых функций</p>	<p>Не имеет представления о нормальных формах булевых функций</p>

2. Этапы формирования компетенций и виды оценочных средств

Компетенции, формируемые в результате обучения дисциплине «Дискретная математика», при текущем контроле проверяются все сразу на основе материала изучаемых в течение семестра тем лекционных и практических занятий.

	Этапы формирования компетенций (разделы дисциплины)	Код и наименование результатов обучения	Вид оценочного средства (тесты, задания, кейсы, вопросы и др.)
	Тема 1. Основные понятия теории булевых функций Тема 2. Нормальные формы булевых функций Тема 3. Минимизация Тема 4. Частичные булевы функции. Тема 5. Важнейшие замкнутые классы и функциональная полнота	ОР-1.1.1. Знать теорию множеств, булеву алгебру ОР-1.1.2. Знать теорию бинарных отношений ОР-1.1.3. Знать теорию булевых функций ОР-1.2.1. Уметь производить эквивалентные преобразования выражений ОР-1.2.2. Уметь определять вид бинарных отношений ОР-1.3.1 Уметь определять нормальные формы булевых функций	1. Контрольная работа № 1. 2. Контрольная работа № 2. 3. Контрольная работа № 3.

3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки образовательных результатов обучения

3.1. Типовые задания для проведения текущего контроля успеваемости по дисциплине

Примеры заданий к контрольной работе 1:

Тема 1

1. Поставьте все возможные подходящие знаки отношений между множествами ($=$, \subseteq , \supseteq , \neq , \cap , \cup):

$\{\}$	<input type="checkbox"/>
$\{0\}$	<input type="checkbox"/>
$\{\square\}$	<input type="checkbox"/>
$\{a, b, c,\}$	$\{a, c, d\}$
$\{a, b, c,\}$	$\{a, c\}$
$\{a, b, c,\}$	$\{a, b, c, d\}$
$\{a, b, c,\}$	$\{a, b, c\}$
$\{a, b, c,\}$	<input type="checkbox"/>

2. Определить истинностные значения формул в указанных интерпретациях:

$p \wedge (q \rightarrow r)$ в интерпретации: $p = 1; q = 0; r = 1$

$p \leftrightarrow q \rightarrow r$ в интерпретации: $p = 0; q = 0; r = 0$

$p \leftrightarrow q \vee r$ в интерпретации: $p = 1; q = 1; r = 1$

$(p \leftrightarrow q) \rightarrow r$ в интерпретации: $p = 0; q = 1; r = 0$

$p \vee q \rightarrow r$ в интерпретации: $p = 0$; $q = 1$; $r = 1$

3. Показать общезначимость или противоречивость или нейтральность формул через их интерпретации:

$(p \rightarrow q) \wedge p \rightarrow q$
 $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow q)$
 $(p \rightarrow q) \wedge p \wedge \leftarrow q$
 $(p \rightarrow q) \wedge p$
 $(p \rightarrow q) \vee p \wedge \leftarrow q$

4. Показать эквивалентность или неэквивалентность формул через их интерпретации:

$p \rightarrow q$ и $\leftarrow p \vee q$
 $p \leftrightarrow q$ и $\leftarrow p \wedge \leftarrow q \vee p \wedge q$
 $p \rightarrow q$ и $p \wedge \leftarrow q$
 $p \leftrightarrow q$ и $\leftarrow p \rightarrow q$
 $p \rightarrow q \vee p \wedge \leftarrow q$ и $\leftarrow p \wedge \leftarrow q \vee p \wedge q$

5. Доказать эквивалентность формул с помощью законов

$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$ и $(p \rightarrow q \wedge r)$
 $p \rightarrow q \rightarrow p \wedge q$ и $(\neg p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
 $p \wedge q \wedge (\leftarrow p \vee \leftarrow q)$ и $\leftarrow p \wedge \leftarrow q \wedge (p \vee q)$

6. Указать формулы, эквивалентные формуле $p \leftrightarrow q$ (провести для этого ее эквивалентные преобразования):

$(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p)$
 $(\neg p \wedge q) \vee (\neg q \wedge p)$
 $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
 $(\neg p \wedge \neg q) \vee (q \wedge p)$
 $(\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee p)$
 $(\neg p \rightarrow q) \vee (\neg q \rightarrow p)$
 $\neg(p \vee q) \vee (q \wedge p)$

7. Доказать с использованием логики равенства множеств

$A \cap A = A$
 $A \cup A = A$
 $(A \cap B) \cup A = A$
 $(A \cup B) \cap A = A$
 $A \cup B) \cap (A \cup B) = A$

8. Упростить выражения с использованием алгебраических свойств операций над множествами

$(A \cup B) \cap (A \cap B)$
 $(A \cap B) \cup (A \cup B)$

Тема 3

9. Получить Декартово произведение множеств $\{1,2,3,4\}$ и $\{a,b,c\}$

10. Получить пересечение $(A \times B) \cap (B \times A)$

$A = \{1,2,3,4\}$
 $B = \{1,2,5,6,3\}$

11. Пусть $A = \{1, 2, 3, 4\}$.

Построить:
a. $S_2(A)$
b. $P_2(A)$
c. $P(A)$
d. $C_3(A)$

Примеры заданий к контрольной работе 2:

{f} [3]}).

12. Упростить ЗНП:

$A = \{a, b, c, d, e, f\}$

$A = \{\{a, b, c\} [5], \{a, c, f\} [3], \{c, e, f\} [5], \{b, e, d\} [3], \{c, d\} [3], \{a, d\} [2], \{b\} [3]\}$.

13. Решить ЗНР и ЗНП:

$A = \{a, b, c, d, e\}$

$A = \{\{a, b, c\} [5], \{a, c\} [3], \{c, e\} [5], \{b, e, d\} [3], \{c, d\} [3], \{a, d\} [2], \{b\} [3]\}$.

14. Решить ЗНР:

$A = \{a, b, c, d, e\}$

$A = \{\{a, b, c\} [5], \{a, c\} [3], \{c, e\} [5], \{b, e, d\} [3], \{c, d\} [3], \{a, d\} [2], \{e, d\} [2], \{b\} [2]\}$.

15. Пусть $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ и отношение $A = \{<3,1>, <7,3>, <7,1>, <7,4>, <8,4>, <4,2>, <4,1>, <8,1>, <8,2>, <8,5>, <5,2>, <7,2>, <6,2>, <9,2>, <9,5>, <9,6>\}$. Определить, является ли A

рефлексивным,
антирефлексивным,
симметричным,
антисимметричным,
асимметричным,
транзитивным,
антитранзитивным;
эквивалентностью,
отношением «быть эталоном»,
толерантностью,
строгим порядком,
совершенным строгим порядком,
нестрогим порядком,
совершенным нестрогим порядком,
древесным порядком.

Если A является порядком, определить его минимальные и максимальные элементы, его наименьший и наибольший элементы, а также его редукцию.

16. Пусть $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ и отношение $A = \{<4,2>, <3,2>, <5,1>, <6,3>, <4,4>, <5,2>, <6,1>, <6,6>, <5,4>, <6,2>, <1,1>, <4,1>, <4,3>, <5,5>, <1,2>, <5,6>, <2,2>, <5,3>, <3,3>\}$.

Определить, является ли A

строгим порядком,
совершенным строгим порядком,
нестрогим порядком,
совершенным нестрогим порядком,

Если A является порядком, определить его минимальные и максимальные элементы, его наименьший и наибольший элементы.

Пусть $B_1 = \{1, 3, 6\}$. Определить верхние и нижние грани B , $\sup B$ и $\inf B$.

Нарисовать диаграмму Хассе для M .

Определить, является ли $\langle A, M \rangle$ решеткой, дистрибутивной решеткой, ограниченной решеткой, решеткой с дополнениями, решеткой с единственным дополнением.

Примеры заданий к контрольной работе 3:

Тема 5

1. Построить таблицы истинности и вектора значений для функций, заданных формулами:

$$F_1 = xy \rightarrow (y \vee z);$$

$$F_2 = x \rightarrow \underline{y} \vee (x \rightarrow z);$$

$$F_3 = y \square (\underline{x} \vee z) (y \leftrightarrow z);$$

$$F_4 = x (x \downarrow y) \vee (y \downarrow z);$$

$$F_5 = (x \square y \downarrow (y \square z)) \overline{y} z;$$

$$F_6 = x \downarrow y \downarrow (y \downarrow z) \rightarrow xz.$$

2. Найти и удалить фиктивные переменные следующих булевых функций:

x	y	z	f1	f2	f3	f4	f5	f6	f7	f8
0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0
0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1
0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0
0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1
1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1
1	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0
1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1
1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0

3. Проверить равносильности с помощью таблиц функций:

1) $x \vee (y \leftrightarrow z) = (x \vee y) \leftrightarrow (x \vee z)$;

2) $x \rightarrow (y \leftrightarrow z) = (x \rightarrow y) \leftrightarrow (x \rightarrow z)$;

3) $x(y \leftrightarrow z) = xy \leftrightarrow xz$;

4) $x \rightarrow (y \vee z) = (x \rightarrow y) \vee (x \rightarrow z)$;

5) $x \square (y \rightarrow z) = (x \square y) \rightarrow (x \square z)$;

6) $x \rightarrow (y \rightarrow z) = (x \rightarrow y) \rightarrow (x \rightarrow z)$.

4. Проверить, являются ли формулы тождественно истинными или тождественно ложными:

F1 = $x \rightarrow yz \vee \bar{y} \vee \bar{z}$;

F2 = $(x \square z) (xy \leftrightarrow z) \rightarrow y$;

F3 = $(x \square y \downarrow (y \square z)) \bar{y} z$;

F4 = $x \downarrow y \downarrow (y \downarrow z) \rightarrow xz$.

5. Найти разложение Шеннона по указанным подмножествам переменных следующих функций:

f1(x, y, z) = $\bar{y} \rightarrow x \bar{y} \bar{z} \vee (x \vee z)$ по {x} и {y, z}

f2(x, y, z, t) = $(yt \square z) \rightarrow x \bar{t} \vee \bar{x}$ по {x} и {y, z, t}

f3(x, y, z) = $x \square yz \rightarrow (x \leftrightarrow z)$ по {x} и {x, y, z}

f4(x, y, z, t) = $(x \rightarrow zt) \square (x \vee y \vee z)$ по {x, y} и {z, t}

Показать равносильность полученных формул.

6. Построить совершенные ДНФ и совершенные КНФ функций:

x	y	z	f1	f2	f3	f4	f5	f6	f7	f8
0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1
0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0
0	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1
0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0
1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0
1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0

Проверить результаты, раскрыв скобки в совершенных КНФ и построив затем таблицы истинности.

7. Построить ДНФ по формулам F1 – F4 и проверить правильность вычислений построением таблиц истинности:

F1 = $x \rightarrow yz \vee \bar{y} \vee \bar{z}$,

F2 = $(x \square z) (xy \leftrightarrow z) \rightarrow y$,

F3 = $(x \square y \downarrow (y \square z)) \bar{y} z$,

F4 = $x \downarrow y \downarrow (y \downarrow z) \rightarrow xz$.

8. Преобразовать ДНФ1 – ДНФ4 в совершенные ДНФ:

$$\text{ДНФ1} = xt \vee yzt \vee x\bar{y}t;$$

$$\text{ДНФ2} = xy \vee xz \vee \bar{x}\bar{y};$$

$$\text{ДНФ3} = xt \vee yt \vee x\bar{y};$$

$$\text{ДНФ4} = xyz \vee \bar{x}y \vee x\bar{y}\bar{z}.$$

Представить полученные СДНФ в виде полинома Жегалкина.

9. Алгоритмом Квайна-МакКласки найти сокращенные ДНФ булевых функций, заданных таблично:

x	y	z	f1	f2	f3	f4	f5	f6	f7	f8
0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1
0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0
0	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1
0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0
1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0
1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0

10. Алгоритмом Блейка-Порецкого найти сокращенные ДНФ булевых функций:

$$\text{ДНФ1} = xt \vee yzt \vee x\bar{y}t;$$

$$\text{ДНФ2} = xy \vee xz \vee \bar{x}y;$$

$$\text{ДНФ3} = x\bar{y}t \vee yt \vee x\bar{y}z;$$

$$\text{ДНФ4} = xy\bar{z}t \vee \bar{x}y \vee x\bar{y}\bar{z}.$$

Для полученных сокращенных ДНФ построить таблицу Квайна и определить кратчайшие и минимальные ДНФ булевых функций.

3.2. Типовые задания для проведения промежуточной аттестации по дисциплине. Контрольные вопросы к экзамену формируются из заданий к контрольным работам 1-3.

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания образовательных результатов обучения

4.1. Методические материалы для оценки текущего контроля успеваемости по дисциплине.

Для оценки контрольных работ используется расширенная шкала оценивания, приведенная ниже в таблице.

Оценка	Форма записи прописью	Численное значение	Критерий оценивания	Перевод в традиционную шкалу
5+	Отл-плюс	5,3	Обучающийся показал творческое отношение к обучению, в совершенстве овладел всеми теоретическими вопросами, показал все требуемые	Отлично

			умения и навыки в работе с программными продуктами.	
5	Отлично	5,0	Обучающийся показал отличный уровень владения всеми теоретическими вопросами, показал все требуемые умения и навыки в работе с программными продуктами.	
5-	Отл-минус	4,7		
4+	Хор-плюс	4,3	Обучающийся овладел всеми теоретическими вопросами, частично показал основные умения и навыки в работе с программными продуктами.	Хорошо
4	Хорошо	4,0		
4-	Хор-минус	3,7		
3+	Уд-плюс	3,3	Обучающийся овладел всеми теоретическими вопросами, частично показал основные умения и навыки в работе с программными продуктами.	
3	Удовл.	3,0		
3-	Уд-минус	2,7	Обучающийся имеет недостаточно глубокие знания по теоретическим разделам дисциплины, показал не все основные умения и навыки в работе с программными продуктами. Минимально возможный допустимый уровень владения предметом.	Удовлетворительно
2+	Неуд-плюс	0	Обучающийся имеет существенные пробелы по отдельным теоретическим разделам дисциплины и не владеет основными умениями и навыками в работе с программными продуктами, но с возможностью повторной пересдачи экзамена	Неудовлетворительн
2	Неудовл.	0	Обучающийся имеет существенные пробелы по отдельным теоретическим разделам дисциплины и не владеет основными умениями и навыками в работе с программными продуктами, требуется повторное изучение дисциплины	о

4.2. Методические материалы для проведения промежуточной аттестации по дисциплине.

Для оценки итогов экзамена используется расширенная шкала оценивания, приведенная в таблице выше.

Оценка за промежуточную аттестацию по дисциплине выставляется как среднеарифметическая по итогам текущего контроля успеваемости и экзамена (сдается по желанию студента для улучшения оценки).

Для оценки промежуточной аттестации используется традиционная шкала оценивания. Перевод из расширенной шкалы в традиционную приведен в таблице выше.