

МИНОБРНАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

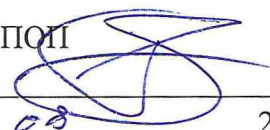
МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

УТВЕРЖДАЮ

Руководитель ОПФП

Гензе Л.В.

" 31 "



20 21 г.

Рабочая программа дисциплины/модуля

Разностные схемы

Закреплена за кафедрой	<i>Вычислительной математики и компьютерного моделирования</i>
Учебный план	<i>01.03.01- Математика Профиль "Основы научно-исследовательской деятельности в области математики"</i>
Форма обучения	<i>очная</i>
Общая трудоёмкость	<i>3 з.е.</i>
Часов по учебному плану	<i>108 часов</i>
в том числе:	
аудиторная контактная работа	<i>75.6 часа (в том числе 36 часов лекции, 36 часов практических занятий, 3.6 часа консультации)</i>
самостоятельная работа	<i>14.4 часа</i>
Вид(ы) контроля в семестрах /зачет с оценкой	<i>7 семестр</i>

Томск-2021

Программу составил(и):

кандидат физико-математических наук, доцент Берцун В.Н.,
старший преподаватель Михайлов М.Д.

Рабочая программа дисциплины/модуля «Разностные схемы» разработана в соответствии с ФГОС ВО/СУОС НИ ТГУ:

Самостоятельно устанавливаемый образовательный стандарт НИ ТГУ по направлению подготовки 01.03.01 Математика и компьютерные науки (Утвержден Ученым Советом НИ ТГУ, протокол от 27.03.2019 г., №03.)

Рабочая программа одобрена на заседании УМК.

Протокол от 30.01.2020г. №1

Цель освоения дисциплины/модуля

Формирование систематических знаний в областях:

разностных методов решения задачи Коши и разностных методов решения стационарных краевых задач для ОДУ второго порядка;

разностных методов решения краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных, экономичных схем решения многомерных задач математической физики с использованием современных языков программирования и пакета прикладных программ;

освоения методов и технологии разностных методов для разработки, анализа и непосредственного решения теоретических и прикладных задач.

1. Место дисциплины/модуля в структуре ООП/ОПОП

Данный курс относится к дисциплинам по выбору студента вариативной части Профессионального цикла Блока 1 «Дисциплины/модуля».

Эта дисциплина является специальной для бакалавров-математиков и представляет собой фундаментальную теоретическую и практическую базу для построения и исследования различных численных методов решения практически важных задач. Учит способности применять для реализации тех или иных математических моделей, описывающих различные физические процессы, соответствующие экономичные численные методы.

Пререквизиты¹ дисциплины/модуля: математический анализ, линейная алгебра, аналитическая геометрия, дифференциальные уравнения, функциональный анализ, компьютерные науки и программирование, математическое моделирование..

Постреквизиты² дисциплины/модуля: введение в методы параллельных вычислений, численные методы, выполнение и защита ВКР.

2. Компетенции и результаты обучения, формируемые в результате освоения дисциплины/модуля

Таблица 1

Компетенция	Индикатор компетенции	Код и наименование результатов обучения (планируемые результаты обучения ³ по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций)
ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания,	ИОПК 1.1: Демонстрирует навыки работы с профессиональной литературой по основным	ОР-1.1: Имеет навыки работы с профессиональной литературой по численным методам для успешной профессиональной деятельности. Знает терминологию и известные вычислительные методы для решения многомерных прикладных задач. .

¹ В случае отсутствия пререквизитов дисциплины/модуля указывается - нет.

² В случае отсутствия постреквизитов дисциплины/модуля указывается - нет.

³ Результаты обучения могут быть сформулированы в виде конкретных результатов обучения или дескрипторов: знать; уметь; владеть.

<p>полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.</p>	<p>естественнонаучным и математическим дисциплинам.</p> <p>ИОПК 1.2 Демонстрирует навыки выполнения стандартных действий, решения типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых математических и естественнонаучных дисциплин.</p> <p>ИОПК 1.3 Владеет фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.</p>	<p>ОР-1.2: Умеет строить разностную модель для соответствующей дифференциальной, исследовать вопросы аппроксимации, устойчивости и сходимости, выбирать подходящий численный метод и решать задачу с использованием современных ПЭВМ. вычислительного и теоретического характера в области методов параллельных вычислений.</p> <p>ОР-1.3: Владеет разнообразными методами построения разностных схем с определенным шаблоном и заданной точностью, подбирая и сочетая их при анализе и решении конкретных теоретических и прикладных задач. Владеет навыками реализации методов вычислительной математики на кластерных системах, проведения теоретических оценок качества полученных результатов.</p> <p>...</p>
<p>ПК-1 Способен выполнять отдельные задания в рамках решения исследовательских задач под руководством более квалифицированного работника.</p>	<p>ИПК 1.1 Проводит поиск и обработку научной и научно-технической информации, необходимой для решения исследовательских задач.</p> <p>ИПК 1.2 Обладает навыками проведения исследований под руководством более</p>	<p>ОР-1.1 Может осуществлять поиск и обработку профессиональной литературы по численным методам для изучения основных вычислительных алгоритмов линейной алгебры, итерационных методов решения нелинейных систем и уравнений, численного дифференцирования и интегрирования, разностных методов решения дифференциальных уравнений при решении исследовательских задач.</p>

	<p>квалифицированного работника.</p> <p>ИПК 1.3 Оценивает полученные результаты и формулирует выводы по итогам проведенных исследований.</p>	<p>ОР-1.2 Может участвовать в разработке математических моделей для решения сложных задач исследовательского характера, выбирать и применять численный метод решения поставленной задачи, реализовывать его с использованием современных компьютерных технологий под руководством более квалифицированного работника.</p> <p>ОР-1.3 Способен провести анализ полученных результатов при проведении исследований с вычленением существенного и подготовкой итогового доклада.</p>
--	---	--

3. Структура и содержание дисциплины/модуля

3.1. Структура и трудоемкость видов учебной работы по дисциплине/модулю

Общая трудоемкость дисциплины/модуля составляет 3 зачетные единицы, 108 часа.

Таблица 2

Вид учебной работы	Трудоемкость в академических часах	
Общая трудоемкость	7 семестр	108
Контактная работа:	75.6	75.6
Лекции (Л):	36	36
Практические занятия (ПЗ)	36	36
Групповые консультации	3.6	3.6
Промежуточная аттестация	2.25	2.25
Самостоятельная работа обучающегося⁴:	14.4	14.4
<i>Основные понятия теории разностных схем. Разностные схемы для ОДУ.</i>	2	2
<i>- Каноническая форма записи разностной схемы. Исследование аппроксимации. Устойчивости и сходимости</i>	6	6
<i>Разностные схемы для уравнений в частных производных параболического и гиперболического типа</i>	6.4	6.4
<i>Подготовка к зачету с оценкой</i>	15.75	15.75
Вид промежуточной аттестации	зачет с оценкой	

⁴ Приводятся формы самостоятельной работы обучающегося, реализуемые в рамках изучения дисциплины.

3.2. Содержание и трудоемкость разделов дисциплины/модуля

Таблица 3

Код занятия	Наименование разделов и тем и их содержание	Вид учебной работы, занятий, контроля ⁵	С е м е с т р	Часы в электронно й форме ⁶	Всего (час.)	Литература ⁷	Код (ы) результата(ов) обучения ⁸
	Раздел 1. Введение. Основные понятия теории разностных схем. Разностные схемы для ОДУ.						
1.1.	Тема 1. Предмет и методы теории разностных схем. Устойчивые и неустойчивые алгоритмы. Этапы развития теории разностных схем.	Лекции	7	2	2		ИОПК 1.1, ИОПК 1.2, ИОПК 1.3
1.2.	Тема 2. Простейшие разностные производные. Примеры разностных схем для задачи Коши. Общее решение разностного уравнения второго порядка. О корректности задания начальных условий для	Лекция	7	2	2		ИОПК 1.1, ИОПК 1.2, ИОПК 1.3,

⁵ Столбец заполняется в соответствии с таблицей 3.

⁶ Часы указываются в случае использования электронного формата (MOODLe, MOOC).

⁷ Литература (заполняется при необходимости из общего перечня литературы по дисциплине).

⁸ Коды результатов обучения указываются в соответствии с таблицей 1.

	разностного уравнения второго порядка.						
1.3	Тема 3. Сетки и сеточные функции. Нормы сеточных функций пространства U_h и F_h . Аппроксимация дифференциальной краевой задачи разностной. Определение устойчивости. Определение сходимости. Метод неопределенных коэффициентов построения разностных аппроксимаций дифференциальных операторов на сетке.	Лекция Практик а СРС	7	2+2+2	2 2 2		ИОПК 1.1, ИОПК 1.2, ИОПК 1.3, ИПК 1.1
1.4.	Тема 4. Формулы численного дифференцирования. Шаблон схемы. Два определения устойчивости разностной схемы и условия их эквивалентности. Теорема сходимости.	Лекции Практик а СРС	7	2 2 2	2 2 2		ИОПК 1.1, ИОПК 1.2, ИОПК 1.3, ИПК 1.1
	Раздел 2. Каноническая форма записи разностной схемы. Исследование аппроксимации, устойчивости и сходимости.						
2.1	Тема 1. Примеры приведения к канонической форме. Достаточный признак устойчивости как равномерная	Лекции Практик а СРС	7	2 2 2	2 2 2		ИОПК 1.1, ИОПК 1.2, ИОПК 1.3, ИПК 1.1, ИПК 1.2

	ограниченность норм степеней оператора R_h . Примеры исследования устойчивости систем ОДУ первого порядка.						
2.2	Тема 2. Необходимый спектральный признак устойчивости. Нормальные матрицы. Достаточный признак устойчивости. Примеры. Стратегия выбора шага интегрирования для методов Эйлера.	Лекции Практика СРС	7	2 2 2	2 2 2		ИОПК 1.1, ИОПК 1.2, ИОПК 1.3, ИПК 1.1, ИПК 1.2
2.3	Тема 3. Краевая задача для уравнения второго порядка. Постановка задачи, физическая интерпретация, разностная схема. Определение хорошей обусловленности для 3-х диагональных систем. Достаточный признак хорошей обусловленности для задач с постоянными коэффициентами.	Лекции СРС	7	4 2	4 2		ИОПК 1.1, ИОПК 1.2, ИПК 1.1, ИПК 1.2
2.4	Тема 4. Решение задач.	Практика СРС	7	4 2	4 2		ИОПК 1.1, ИОПК 1.2, ИОПК 1.3, ИПК 1.1, ИПК 1.2
	Раздел 3. Разностные схемы для уравнений в частных производных						

	параболического и гиперболического типа.					
3.1	Тема 1. Типы уравнений с частными производными. Краевые условия 1-4 рода для задач механики сплошной среды. Обозначения А.А.Самарского для разностных схем. О математическом аппарате теории разностных схем. Формулы суммирования по частям.	Лекции	7	2	2	ИОПК 1.1, ИОПК 1.2, ИОПК 1.3, ИПК 1.1, ИПК 1.2
3.2	Тема 2. ,О математическом аппарате теории разностных схем. 1 и 2-я формулы Грина. Неравенство Коши-Буняковского, ε -неравенство . Разностные аналоги теорем вложения. Метод энергетических неравенств. Принцип максимума (минимума).	Лекции СРС	7	2 2	2 2	ИОПК 1.1, ИОПК 1.2, ИОПК 1.3, ИПК 1.1, ИПК 1.2
3.3	Тема 3. Уравнение параболического типа. Первая краевая задача. Однопараметрическое семейство разностных схем, построение этого семейства методом неопределенных коэффициентов. Оценка	Лекции Практика СРС	7	2 2 2	2 2 2	ИОПК 1.1, ИОПК 1.2, ИОПК 1.3, ИПК 1.1, ИПК 1.2, ИПК 1.3

	<p>порядка аппроксимации. Устойчивость схемы с весами по начальным данным методом гармоник (разделения переменных). Консервативность разностной схемы. Определение абсолютно устойчивых, условно и безусловно устойчивых разностных схем. Примеры (явная схема Ричардсона, схема Дюфорта-Франкела, схема с весами). Устойчивость по правой части.</p>					
3.4	<p>Тема 4. Сходимость и точность. Метод энергетических неравенств. Аппроксимация 3-го краевого условия в схеме с весами. Монотонные разностные схемы. 3-х слойные разностные схемы. Разностная схема для квазилинейного уравнения. Метод прогонки с итерацией. Метод циклической прогонки. Реализация краевых условий. Краевые условия для задач с плоской, цилиндрической и сферической симметрией.</p>	<p>Лекции Практик а СРС</p>	7	1 2 2	1 2 2	<p>ИОПК 1.1, ИОПК 1.2, ИОПК 1.3, ИПК 1.1, ИПК 1.2, ИПК 1.3</p>
3.5	<p>Тема 5. Уравнение гиперболического типа.</p>	<p>Лекции</p>		3 4	3 4	<p>ИОПК 1.1, ИОПК 1.2, ИОПК 1.3,</p>

	<p>Устойчивость по начальным данным. Условие устойчивости Куранта-Фридрихса-Леви. Метод спектрального анализа при исследовании на устойчивость по начальным условиям. Метод дифференциального приближения для разностной схемы. Г и П формы первого дифференциального приближения (ПДП). Связь между устойчивостью схемы и неполной параболичностью ее ПДП в П форме. Некоторые разностные схемы для линейного уравнения переноса (явная схема с разностями против потока, схема «чехарда», Лакса-Вендроффа, Кранка-Николсона, компактная схема). Аппроксимационная (схемная) и искусственная вязкость. О задании дополнительных граничных условий (ДГУ) при численном решении краевых задач для уравнений гиперболического типа (на примере уравнения переноса). Теория Бабенко-Гельфанда,</p>	<p>Практик а СРС</p>	<p>7</p>	<p>2</p>	<p>2</p>		<p>ИПК 1.1, ИПК 1.2, ИПК 1.3</p>
--	---	------------------------------	----------	----------	----------	--	----------------------------------

	Крайса-Густаффсона-Сундстрема исследования устойчивости схем с учетом влияния граничных условий. Анализ нормальных мод. Критерий Тадмора-Гольдберга. Применение к системе уравнений гиперболического типа.						
	Раздел 4. Экономичные разностные схемы решения многомерных задач математической физики						
4.1	Тема 1. Понятие экономичной по числу операций разностной схеме. Метод дробных шагов.(схема ППП и схема расщепления). Реализация краевых условий.	Лекция Практик а СРС	7	4 4 4	4 4 4		ИОПК 1.1, ИОПК 1.2, ИОПК 1.3, ИПК 1.1, ИПК 1.2, ИПК 1.3
4.2	Тема 2. Схема метода суммарной аппроксимации.	Лекции Практик а СРС	7	4 4 4	4 4 4		ИОПК 1.1, ИОПК 1.2, ИОПК 1.3, ИПК 1.1, ИПК 1.2, ИПК 1.3
4.3	Тема 3. Разностные схемы на нерегулярных сетках. Триангуляция Делони.	Лекции Практик а СРС	7	2 8 8	2 8 8		ИОПК 1.1, ИОПК 1.2, ИОПК 1.3, ИПК 1.1, ИПК 1.2, ИПК 1.3
	Раздел 5. Консультация.						

5.1	Консультация	KPro		0	3.6		
	Раздел 6. Промежуточная аттестация						
6.1	Прием зачета с оценкой по дисциплине	KРатт	7	0	2.25		ИОПК 1.1, ИОПК 1.2, ИОПК 1.3, ИПК 1.1, ИПК 1.2, ИПК 1.3

4. Образовательные технологии, учебно-методическое и информационное обеспечение для освоения дисциплины

В ходе реализации дисциплины используются классические образовательные технологии: практические занятия, самостоятельное выполнение индивидуальных заданий, промежуточная аттестация в виде проверки индивидуальных заданий, и рекомендованной литературы. Самостоятельная работа включает: освоение теоретических положений лекционного курса, практическое выполнение заданий, подготовку к дифференцированному зачету. Успешная самостоятельная работа над материалом дисциплины обеспечивается:

- лекционным материалом;
- списком вопросов для самостоятельной проверки знаний и подготовки к зачету;
- списком литературы, включающим учебники и книги по изучаемым в дисциплине вопросам

Все индивидуальные задания подобраны таким образом, чтобы стимулировать психологическую установку студентов на формирование связи между математической теорией и ее практическим применением. Задания оформляются в виде отчетов, включающих теоретическую часть, полученные результаты и их анализ. Каждый отчет защищается студентом.

4.1. Литература и учебно-методическое обеспечение

а) перечень основной учебной литературы

1. Самарский А.А. Теория разностных схем.- М.:Наука,1989,-611 с.
2. Самарский А.А., Николаев Е.С.. Методы решения сеточных уравнений ОНЛАЙН. 23.07.2013 г.. – М.: Наука, 1978,-592 с.
3. Годунов С.К.,Рябенский В.С.. Разностные схемы.-М.: Наука, 1973.-400 с.
4. Рихтмайер Р., Мортон К.. Разностные методы решения краевых задач. –М.: Мир, 1972. – 418 с.
5. Ракитский Ю.В., Устинов С.М., Черноруцкий И.Г.. Численные методы решения жестких систем ОДУ. –Л. – 1979.-208 с
6. Вержбицкий В.М.. Основы численных методов. – М., 2013.-847с.
7. Калиткин Н.Н.. Численные методы.-СПб:БХВ-Петербург, 2014.-586 с.
8. Амосов А.А. и др. Вычислительные методы для инженеров. – СПб:Лань,2014.-671 с.
9. Меркулова Н.Н. , Михайлов М.Д.. Методы приближенных вычислений.Томск:издательский дом ТГУ, 2014.-762 с.
10. Емельянов В.Н., Волков К.Н. Разностные схемы в задачах газовой динамики на неструктурированных сетках.-М.: Физматлит, 2015.-416 с.
11. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики : учебное пособие / Г. И. Марчук. – Изд. 4-е, стер. – СПб. [и др.] : Лань, 2009. – 608 с.

б) перечень дополнительной учебной литературы

2. Дробышев В.И., Дымников В., Ривин Г.С.. Задачи по вычислительной математике. М.: Наука, 1980. – 143 с.
3. Саульев В. К., Интегрирование уравнений параболического типа методом сеток, М., 1960.
4. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. -М.: Наука, 1962, 1966, т. 1-2.
5. Бахвалов Н.С., Лапин А.В., Чижиков Е.В. Численные методы в задачах и упражнениях.. -М.:
6. Копченова Н.В., Марон И.А. Вычислительная математика в примерах и задачах. -М.: Наука, 1972. -367 с.
11. Ракитский Ю.В., Устинов С.М., Черноруцкий И.Г. Численные методы решения жестких систем. М.: Наука, 1979. -208 с.
12. Квасов Б. И. Численные методы анализа и линейной алгебры. Лань.-2016.-328с.

4.2. Базы данных и информационно-справочные системы, в том числе зарубежные

- <http://e-science.sources.ru/> – портал естественных наук
- <http://www.coursera.org/> – сайт обучающих курсов ведущих вузов мира
- <https://ocw.mit.edu/index.htm> – сайт открытых курсов MIT

4.3. Перечень лицензионного и программного обеспечения

операционные системы: Microsoft Windows 7, Microsoft Windows 10
офисные и издательские пакеты Microsoft Office 2010

4.4. Оборудование и технические средства обучения

Для проведения лекционных и практических занятий используются классические аудитории с доской, проектором и компьютером с предустановленным офисным пакетом Microsoft Office 2010.

Для проведения занятий в дистанционном режиме (при необходимости) используется LMS система Moodle (<https://moodle.tsu.ru/>)

5. Методические указания обучающимся по освоению дисциплины/модуля

Для успешного освоения материала студентам необходимо пользоваться источниками, информационными системами и базами данных, которые представлены в списке литературы. Самостоятельная работа студентов заключается в проработке лекций, материала с практических занятий и самостоятельного изучения дополнительных вопросов, более глубокого понимания лекционного материала с помощью дополнительной литературы. Кроме того, студентам необходимо выполнить 5 индивидуальных задания согласно инструкциям (см. ФОС). Студенты должны внимательно относиться к подготовке к коллоквиумам и зачету, ответственно подходить к самостоятельной работе и уверенно отвечать на вопросы тестов текущего контроля.

6. Преподавательский состав, реализующий дисциплину

Берцун Владимир Николаевич, доцент, кандидат физико-математических наук,
Михайлов Михаил Дмитриевич, старший преподаватель.

7. Язык преподавания

Русский.