

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Факультет инновационных технологий

УТВЕРЖДАЮ:

Руководитель ОПОП

 О.В. Вусович

« 29 » 08 2022 г.

Оценочные материалы  
текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине

**Дискретная математика**

по направлению подготовки

**27.03.05 Инноватика**

Направленность (профиль) подготовки:  
**Управление инновациями и внедрение технологий**

Форма обучения

**Очная**

Квалификация

**Бакалавр**

## 1. Планируемые результаты освоения дисциплины

Результаты освоения дисциплины (индикатор достижения компетенции)	Планируемые образовательные результаты (ОР) обучения по дисциплине
ИОПК-1.1. – иметь представление об основном аппарате комбинаторики и теории графов	<p>ОР 1.1.1. Знать формулы перестановки, размещения и сочетания с повторением и без</p> <p>ОР 1.1.2. Понимать какая из формул перестановки, размещения и сочетания используется в конкретной задаче</p> <p>ОР 1.1.3. Классифицировать и сопоставлять разные типы графов</p> <p>ОР 1.1.4. Решать задачи на построение множеств на матрице Грея и определение заданного подмножества.</p> <p>ОР 1.1.5. Выполнять запись булевых векторов и булевых функций различным способом</p> <p>ОР 1.1.6. Проверять равносильность булевых формул</p> <p>ОР 1.1.7. Определять двойственные функции</p> <p>ОР 1.1.8. Выполнять разложение булевых функций на совершенные ДНФ и КНФ</p>

## 2. Этапы достижения образовательных результатов в процессе освоения дисциплины

№	Разделы и(или) темы дисциплин	Образовательные результаты	Формы текущего контроля и промежуточной аттестации
1.	Множества	ОР 1.1.4.	<p><i>Текущий контроль:</i> <i>Отчет по домашней работе</i></p> <p><i>Промежуточная аттестация:</i> <i>Зачет</i></p>
2.	Элементы комбинаторики	<p>ОР 1.1.1.</p> <p>ОР 1.1.2.</p>	<p><i>Текущий контроль:</i> <i>Отчет по домашней работе</i></p> <p><i>Промежуточная аттестация:</i> <i>Зачет</i></p>
3.	Булевы константы и вектора	ОР 1.1.5.	<p><i>Текущий контроль:</i> <i>Отчет по домашней работе</i></p> <p><i>Промежуточная аттестация:</i> <i>Зачет</i></p>

4.	Булевы переменные и функции	ОР 1.1.5.	Текущий контроль: Отчет по домашней работе  Промежуточная аттестация: Зачет
5.	Формулы	ОР 1.1.6.	Текущий контроль: Отчет по домашней работе  Промежуточная аттестация: Зачет
6.	Двойственные функции	ОР 1.1.7.	Текущий контроль: Отчет по домашней работе  Промежуточная аттестация: Зачет
7.	Совершенные ДНФ и КНФ	ОР 1.1.8.	Текущий контроль: Отчет по домашней работе  Промежуточная аттестация: Зачет
8.	Графы	ОР 1.1.3.	Текущий контроль: Отчет по домашней работе  Промежуточная аттестация: Зачет

### 3. Оценочные средства для проведения текущего контроля и методические материалы, определяющие процедуру их оценивания

Текущий контроль проводится в течение семестра с целью определения уровня усвоения обучающимися знаний, формирования умений и навыков, своевременного выявления преподавателем недостатков в подготовке обучающихся и принятия необходимых мер по ее корректировке, а также для совершенствования методики обучения, организации учебной работы, и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

**Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.**

Каждая домашняя работа выполняется в соответствии с методическими рекомендациями, представленными в ЭУК в системе «Электронный университет – MOODLE

#### Критерии оценивания

Оценка	Характеристика ответа
Зачтено	Все задачи решены верно. Студент владеет теоретическим материалом, формулирует собственные, самостоятельные, обоснованные, аргументированные суждения, допуская незначительные ошибки на дополнительные вопросы

Не зачтено	Работа выполнена не полностью. Студент не владеет теоретическим материалом, допуская грубые ошибки, испытывает затруднения в формулировке собственных суждений, не способен ответить на дополнительные вопросы
------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

#### 4. Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

##### Тема 1. Множества

###### 1.1. Какие из следующих утверждений верны:

- |                               |                                   |                                           |
|-------------------------------|-----------------------------------|-------------------------------------------|
| 1) $b \subset \{a, b\}$ ;     | 5) $b \subset \{a, \{b\}\}$ ;     | 9) $\emptyset \in \{\emptyset\}$ ;        |
| 2) $b \in \{a, b\}$ ;         | 6) $b \in \{a, \{b\}\}$ ;         | 10) $\emptyset \subseteq \{\emptyset\}$ ; |
| 3) $\{b\} \subset \{a, b\}$ ; | 7) $\{b\} \subset \{a, \{b\}\}$ ; | 11) $\emptyset \in \emptyset$ ;           |
| 4) $\{b\} \in \{a, b\}$ ;     | 8) $\{b\} \in \{a, \{b\}\}$ ;     | 12) $\emptyset \subseteq \emptyset$ ?     |

###### 1.2. Сколько элементов в каждом из множеств:

- |                                                    |                                         |
|----------------------------------------------------|-----------------------------------------|
| 1) $\{1, 2, 3, \{1, 2, 3\}\}$ ;                    | 4) $\{\emptyset\}$ ;                    |
| 2) $\{1, \{1\}, 2, \{1, \{2, 3\}\}, \emptyset\}$ ; | 5) $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ ;     |
| 3) $\emptyset$ ;                                   | 6) $\{\{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$ ? |

###### 1.3. Известно, что $A \subseteq B$ и $a \in A$ . Какие из следующих утверждений верны:

- |                       |                           |
|-----------------------|---------------------------|
| 1) $a \notin B$ ;     | 6) $a \in A - B$ ;        |
| 2) $a \in B$ ;        | 7) $a \in A \otimes B$ ;  |
| 3) $A \in B$ ;        | 8) $a \subseteq A$ ;      |
| 4) $a \in A \cup B$ ; | 9) $\{a\} \subseteq A$ ;  |
| 5) $a \in A \cap B$ ; | 10) $\{a\} \subseteq B$ ? |

###### 1.4. Известно, что $B \subseteq A \subseteq C$ , $a \in A$ и $a \notin B$ . Какие из следующих утверждений верны:

- |                                 |                                           |
|---------------------------------|-------------------------------------------|
| 1) $a \notin C$ ;               | 9) $a \in A \cup C$ ;                     |
| 2) $a \in C$ ;                  | 10) $\{a\} \subseteq A - C$ ;             |
| 3) $a \in A \cap B$ ;           | 11) $\{a\} \subseteq A \otimes C$ ;       |
| 4) $a \in A \cup B$ ;           | 12) $a \in (A \cap B) \cup C$ ;           |
| 5) $a \in A - B$ ;              | 13) $\{a\} \subseteq A \cap (B \cup C)$ ; |
| 6) $a \in B - A$ ;              | 14) $\{a\} \subseteq B \cup (C - A)$ ;    |
| 7) $a \in A \otimes B$ ;        | 15) $\{a\} \subseteq A \cap (B - C)$ ;    |
| 8) $\{a\} \subseteq A \cap C$ ; | 16) $\{a\} \subseteq B \otimes (A - C)$ ? |

**1.10.** Выяснить, какие из следующих дистрибутивных законов справедливы для любых множеств  $A, B, C$ :

- 1)  $A - (B \cup C) = (A - B) \cup (A - C)$ ;
- 2)  $A - (B \cap C) = (A - B) \cap (A - C)$ ;
- 3)  $A \otimes (B \cup C) = (A \otimes B) \cup (A \otimes C)$ ;
- 4)  $A \otimes BC = (A \otimes B)(A \otimes C)$ ;
- 5)  $A - (B \otimes C) = (A - B) \otimes (A - C)$ ;
- 6)  $A \cup BC = (A \cup B)(A \cup C)$ ;
- 7)  $A \cup (B - C) = (A \cup B) - (A \cup C)$ ;
- 8)  $A(B - C) = AB - AC$ ;

**1.11.** Доказать тождества:

- |                                   |                                                                               |
|-----------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------|
| 1) $A \cup AB = A$ ;              | 10) $A \otimes B = A\bar{B} \cup \bar{A}B$ ;                                  |
| 2) $A(A \cup B) = A$ ;            | 11) $A \otimes (A \otimes B) = B$ ;                                           |
| 3) $A \cup \bar{A}B = A \cup B$ ; | 12) $A - B = A \otimes AB$ ;                                                  |
| 4) $A(\bar{A} \cup B) = AB$ ;     | 13) $A \cup B = (A \otimes B) \cup AB$ ;                                      |
| 5) $A - (A - B) = AB$ ;           | 14) $\overline{A \otimes B} = \bar{A} \otimes B = A \otimes B \otimes U$ ;    |
| 6) $A - AB = A - B$ ;             | 15) $\overline{A \otimes B} = AB \cup \bar{A}\bar{B}$ ;                       |
| 7) $A(B - A) = \emptyset$ ;       | 16) $A \otimes \bar{B} = \bar{A} \otimes B = AB \cup \overline{(A \cup B)}$ ; |
| 8) $A \cup (B - A) = A \cup B$ ;  | 17) $A \cup \bar{A}B = A \otimes \bar{A}B = B \otimes \bar{A}\bar{B}$ ;       |
| 9) $AB \cup \bar{A}\bar{B} = A$ ; | 18) $A - (B \cup C) = (A - B)(A - C)$ ;                                       |

18. Опрошено 220 аквариумистов, 85 из них разводят дома сомов, 95 предпочитают гуппи, 100 – золотых рыбок, 26 – сомов и золотых рыбок, 22 – гуппи и золотых рыбок, 17 – сомов и гуппи, 5 опрошенных любят в своем аквариуме на все три вида рыбок.

- а) Сколько аквариумистов держат в своем аквариуме сомов, но не имеют гуппи?
- б) Сколько аквариумистов разводят сомов или гуппи, но не любят золотых рыбок?
- в) У скольких аквариумистов нет ни сомов, ни гуппи?
- г) Сколько аквариумистов разводят не только гуппи?
- д) У скольких аквариумистов есть гуппи и золотые рыбки, но нет сомов?

19. Статисты опросили 100 посетителей туристического агентства «Золотой пляж». Выяснилось, что за последние 5 лет 50 человек отдыхали в Турции, среди которых 20 человека были еще и в Греции, 18 человек еще и в Египте, и пять человек побывали за пять лет во всех трех упомянутых странах. С достопримечательностями Греции из всех опрошенных познакомилась 50 человек, среди которых 26 человек побывали только в двух странах. Сколько человек посетили страну пирамид?

24. В клубе по борьбе с человеческими страхами из 100 человек 60 боятся пауков, 54 – змей, 55 – мышей, 38 боятся пауков и змей, 34 – змей и мышей, 40 – пауков и мышей, и 20 человек боятся замкнутого пространства.

а) Сколько человек боится пауков или мышей, но не боится змей?

б) Сколько человек боится только одного вида животных?

в) Сколько человек боится двух из трех видов животных?

г) Сколько человек не боится ни змей, ни пауков?

д) Сколько человек боится только змей?

25. Среди счастливиц, кому повезло поймать золотую рыбку, пожелавших новую квартиру оказалось 18 человек, дорогую машину – 14, хорошую работу – 28, квартиру и машину – 5, квартиру и работу – 10, машину и работу – 8, все три желания загадало 3 человека. Сколько всего человек поймали золотую рыбку? Сколько среди них загадавших только одно желание?

27. Преподаватель решил узнать, кто из 40 студентов курса читал книги А, В и С. Результаты опроса оказались таковы: книгу А читали 25 студентов, книгу В – 22, книгу С – также 22. Книгу А или В читали 33 студента, А или С – 32, В или С – 31; все три книги прочли 10 студентов. Сколько студентов прочли только по одной книге? Сколько студентов не читали ни одной из этих трех книг?

## Тема 2. Элементы комбинаторики

1. Бросают две игральные кости (с шестью гранями каждая). Сколькими способами они могут упасть так, что либо на каждой грани выпадет четное число очков, либо на каждой грани выпадет нечетное число очков?

2. Сколькими способами три награды (за первое, второе и третье места) могут быть распределены между 10 участниками соревнований?

3. Имеется 10 различных книг. Сколькими способами их можно расставить на полке?

4. Сколько двузначных чисел можно составить, используя цифры 7, 4 и 5?

5. Сколькими способами можно вытянуть 5 карт трефовой масти из стандартной колоды, содержащей 52 карты?

6. В магазине продается 4 сорта пирожных: бизе, эклеры, песочные, наполеоны. Сколькими способами можно выбрать 7 пирожных?

7. У врача 3 таблетки одного лекарства, 2 таблетки – другого и 4 таблетки – третьего. Сколькими способами он может распределить прием имеющихся таблеток по одной в день?

## Тема 3. Булевы константы и вектора

1. Перечислить булевы векторы, образующие следующие интервалы:  $I_1(0001, 1001)$ ;  $I_2(01010, 11011)$ ;  $I_3(0000, 1100)$ ;  $I_4(000, 111)$ :

Задать эти интервалы на матрице Грея и вычислить их ранги.

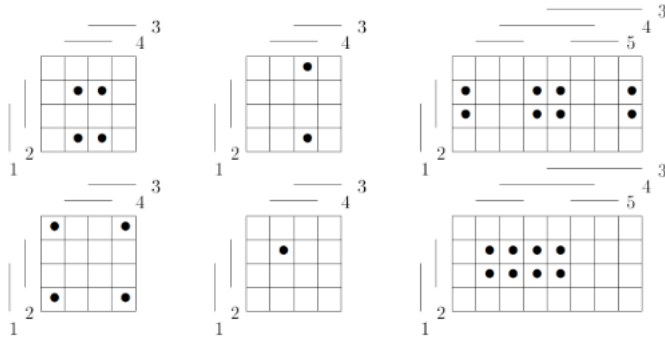
2. Перечислить все интервалы ранга 1 в булевом пространстве  $\mathbb{B}_3$ , представив их троичными векторами.

3. Перечислить все интервалы в пространстве  $\mathbb{B}_5$ , первая и четвертая компоненты которых являются внешними, а все остальные внутренними. Представить интервалы на матрице Грея.

4. Являются ли следующие множества булевых векторов интервалами? Если да, то задать их троичными векторами.

$A_1 = 00000$   $A_2 = 01100$   $A_3 = 0101$   $A_4 = 0001$   $A_5 = 10011$   
 $00001$   $01101$   $1011$   $0101$   
 $01000$   $00100$   $1101$   
 $00101$   $0001$   
 $10101$   
 $10100$   
 $11100$   
 $11101$

5. Образуют ли интервал векторы, выделенные на матрице Грея? Если да, то представить интервал троичным вектором и найти его границы.



6. Найти на матрице Грея все интервалы, соседние для интервала I = 10-0-.

#### Тема 4.

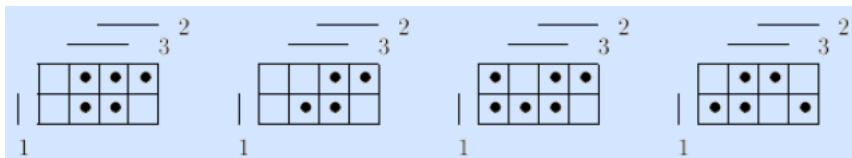
1. Задать с помощью таблиц истинности, характеристических множеств, векторов, матриц Грея и интервалов следующие булевы функции:

f1:  $\mathbb{B}^3 \rightarrow \mathbb{B}$ , функция равна единице на тех и только тех наборах, вес которых больше единицы;

f2:  $\mathbb{B}^4 \rightarrow \mathbb{B}$ , функция равна единице на тех и только тех наборах, которые представляют числа большие или равные 7;

f3:  $\mathbb{B}^3 \rightarrow \mathbb{B}$ , функция равна нулю на всех наборах с нечетным весом, и только на них.

2. Определить ядерные точки и интервалы булевых функций.



3. Привести примеры таблиц истинности булевых функций:

f1:  $\mathbb{B}^3 \rightarrow \mathbb{B}$ , функция принимает различные значения на противоположных наборах;

f2:  $\mathbb{B}^3 \rightarrow \mathbb{B}$ :  $f(\alpha) \leq f(\beta)$  если  $\alpha$  предшествует  $\beta$ .

4. Шоссе пересекает железная дорога, на перекрестке имеются шлагбаумы. По обеим сторонам шоссе у полотна дороги расположены датчики, реагирующие на проходящий поезд. Расстояние между датчиками меньше длины любого поезда. Шлагбаум должен быть опущен, когда расстояние от поезда до шоссе меньше, чем расстояние от шоссе до любого датчика, и поднят в противном случае.

Построить таблицу истинности булевой функции, описывающей управление шлагбаумами.

5. Соревнования обслуживают три судьи, один из них главный. Вес считается поднятым,

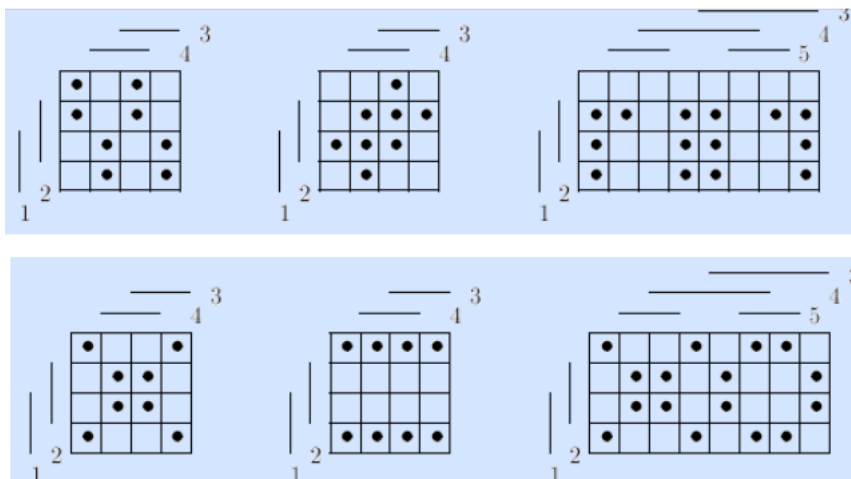
если "за" проголосовало большинство судей, в том числе и главный. Построить таблицу истинности булевой функции, описывающей такое голосование.

6. Вдоль длинного коридора размещены лампы. Включение и выключение света управляется тремя выключателями, два из которых расположены в концах коридора, а третий – посередине. При нажатии любого выключателя все лампы включаются, если были выключены, и выключаются, если были включены. Построить таблицу истинности булевой функции, описывающей управление освещением коридора.

7. Найти и удалить фиктивные переменные булевых функций.

$x$	$y$	$z$	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$	$f_6$	$f_7$	$f_8$
0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0
0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1
0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0
0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1
1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1
1	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0
1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1
1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0

8. Найти и удалить фиктивные переменные булевых функций.



9. Пусть булева функция  $f(x_1; \dots, x_n)$  такова, что вес столб-ца ее значений равен  $2^m(2^l - 1)$ ,  $m \geq 0$ ,  $l \geq 1$ . Какое максимально возможное число фиктивных переменных может быть у нее?

10. Представить все элементарные булевы функции матрицами Грея и разбить их на пары инверсных функций.

Тема 5. Формулы



$$F_1 = xy \rightarrow (y \vee z)$$

$$F_2 = x \rightarrow y \vee (x \rightarrow z)$$

$$F_3 = y \oplus (\bar{x} \vee z) (y \sim z)$$

$$F_4 = x(x \downarrow y) \vee (y \downarrow z)$$

**Упр.2.** Проверить равносильности:

- 1)  $x \vee (y \sim z) = (x \vee y) \sim (x \vee z)$ ,
- 2)  $x \rightarrow (y \sim z) = (x \rightarrow y) \sim (x \rightarrow z)$ ,
- 3)  $x(y \sim z) = xy \sim xz$ ,
- 4)  $x \rightarrow (y \vee z) = (x \rightarrow y) \vee (x \rightarrow z)$ ,
- 5)  $x \oplus (y \rightarrow z) = (x \oplus y) \rightarrow (x \oplus z)$ ,
- 6)  $x \rightarrow (y \rightarrow z) = (x \rightarrow y) \rightarrow (x \rightarrow z)$ .

**Упр.3.** Доказать основные равносильности, пользуясь различными способами.

**Упр.4.** Проверить, являются ли формулы тождественно истинными либо тождественно ложными:

$$F_1 = x \rightarrow yz \vee \bar{y} \vee \bar{z},$$

$$F_2 = (x \oplus z)(xy \sim z) \rightarrow y ;$$

$$F_3 = (x \oplus y \downarrow (y \oplus z)) \bar{y}z,$$

$$F_4 = x \downarrow y \downarrow (y \downarrow z) \rightarrow xz.$$

## Тема 6. Двойственные функции и формулы

Определить двойственность функций

- |                                                                |                                                                |                                                            |
|----------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|
| 1) $x \rightarrow y \rightarrow (z \oplus \bar{x}y)$           | 6) $x\bar{z} \downarrow y/(y \oplus x)$                        | 11) $y \oplus \bar{z} \rightarrow \bar{y}(x \downarrow z)$ |
| 2) $x \leftarrow \bar{y} \leftarrow (z \oplus \bar{x}y)$       | 7) $z \oplus y \leftarrow (\bar{x} \sim \bar{y})$              | 12) $x \oplus \bar{z} \rightarrow \bar{x}(y/z)$            |
| 3) $x/y/(\bar{z} \sim \bar{x}y)$                               | 8) $x \vee \bar{z} \downarrow y/(y \sim x)$                    | 13) $xy \vee \bar{z}/(x \rightarrow z)$                    |
| 4) $z \rightarrow \bar{y} \rightarrow (x \oplus \bar{z}y)$     | 9) $x\bar{z} \rightarrow y \downarrow (y \oplus x)$            | 14) $y \sim \bar{z} \rightarrow \bar{y}(\bar{x}/\bar{z})$  |
| 5) $\bar{x} \rightarrow \bar{y} \rightarrow (z \sim \bar{x}y)$ | 10) $x\bar{z} \oplus y \rightarrow (x \sim y)$                 | 15) $x \rightarrow \bar{z}/\bar{x}(y \downarrow z)$        |
| 16) $x \rightarrow \bar{y} \rightarrow (y \oplus \bar{x}z)$    | 21) $\bar{z} \sim xy \rightarrow (\bar{x} \downarrow \bar{y})$ | 26) $y \oplus \bar{z}y/\bar{y}(x \downarrow \bar{z})$      |
| 17) $y \leftarrow \bar{y} \leftarrow (z \oplus \bar{x}y)$      | 22) $\bar{x}z \downarrow y/x(y \oplus z)$                      | 27) $x/\bar{z} \rightarrow \bar{y}(x \downarrow z)$        |
| 18) $\bar{x}/\bar{y} \rightarrow (z \sim \bar{x}y)$            | 23) $x \vee y\bar{z} \downarrow (y \sim x)$                    | 28) $\bar{x}/\bar{z} \rightarrow y(x \rightarrow z)$       |
| 19) $z \rightarrow x\bar{y} \rightarrow (x \oplus \bar{z})$    | 24) $z \downarrow xy \sim (\bar{x} \rightarrow \bar{z})$       | 29) $x \sim \bar{z} \rightarrow \bar{y}(x/\bar{z})$        |
| 20) $\bar{x} \rightarrow x\bar{y} \rightarrow (z \sim y)$      | 25) $x\bar{y} \downarrow x/(x \oplus y)$                       | 30) $x \rightarrow y/\bar{x}(y \downarrow z)$              |

## Тема 7. Двойственные функции и формулы

**Упр.1.** Выполнить разложения функций  $f_1 - f_4$  по указанным подмножествам переменных двумя способами (последовательным применением разложения Шеннона и непосредственно по формуле разложения функции  $k$  по переменным):

$$f_1(x, y, z, t) = (x \vee yz t)(\bar{y} \rightarrow x \bar{y} z \vee (x \vee z)) \text{ по } \{x, t\}, \{y, z\},$$

$$f_2(x, y, z, t) = (x \rightarrow yz)(yt \oplus z) \rightarrow x \bar{t} \vee \bar{x} \text{ по } \{x\}, \{y, z, t\},$$

$$f_3(x, y, z) = x \oplus yz \rightarrow (x \sim z \vee (x \sim y)) \text{ по } \{x\}, \{x, y, z\},$$

$$f_4(x, y, z, t) = yz \sim xt / (x \rightarrow zt) \oplus (x \vee y \vee z) \text{ по } \{x, y\}, \{z, t\}.$$

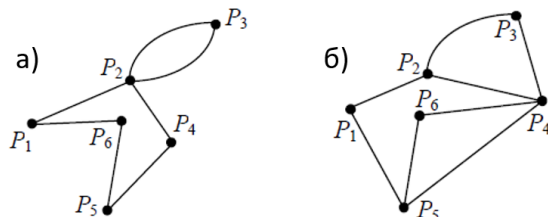
Показать равносильность формул, полученных двумя способами.

**Упр.2.** Построить совершенные ДНФ и совершенные КНФ булевых функций  $f_1 - f_8$ .

$x$	$y$	$z$	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$	$f_6$	$f_7$	$f_8$
0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1
0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0
0	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1
0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1
1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1
1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	0
1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1

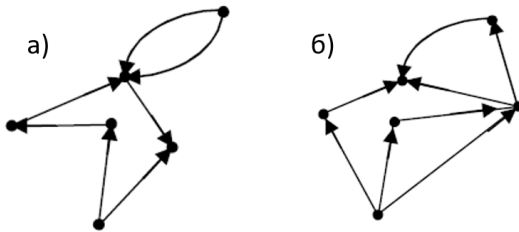
## Тема 8. Графы

1. Для неориентированного графа



- 1) построить матрицу инцидентности;
- 2) указать степени вершин графа;
- 3) найти длину маршрута из вершины  $p_2$  в вершину  $p_5$ , составить маршруты длины 5, указать все цепи и элементарные цепи, соединяющие вершину  $p_2$  и вершину  $p_5$ ;
- 4) построить простой цикл, содержащий вершину  $p_4$ ;
- 5) найти цикломатическое число графа  $\gamma = M - N + 1$ ,  $M$  - число рёбер,  $N$  - число вершин графа;
- 6) определить вид заданного графа;
- 7) является ли граф эйлеровым, т.е. содержит ли цикл, содержащий все рёбра графа, причём каждое ребро в точности по одному разу?;
- 8) существует ли эйлеров путь в графе, т.е. такой путь, когда все рёбра проходятся по одному разу, но без возвращения в исходную точку?

2. Для ориентированного графа



- 1) обозначить вершины и ориентированные рёбра;
- 2) построить матрицу инцидентности;
- 3) определить степень входа и степень выхода каждой вершины графа. Имеются ли здесь источники и стоки?

3. Для неориентированного графа, заданного матрицей инцидентности

а) 
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

б) 
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- 1) восстановить геометрическое представление;
- 2) указать степени вершин графа;
- 3) найти длину пути из вершины  $p_2$  в вершину  $p_5$ , составить маршруты длины 5, указать все цепи и элементарные цепи, соединяющие вершину  $p_2$  и вершину  $p_5$ ;
- 4) построить простой цикл, содержащий вершину  $p_4$ ;
- 5) найти цикломатическое число графа;
- 6) определить вид заданного графа.

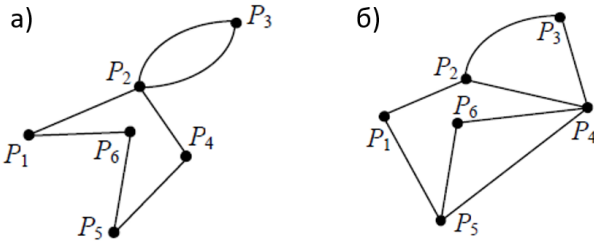
4. Для ориентированного графа, заданного матрицей инцидентности

а) 
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

б) 
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- 1) восстановить геометрическое представление;
- 2) определить степень входа и степень выхода каждой вершины графа. Имеются ли здесь источники и стоки?

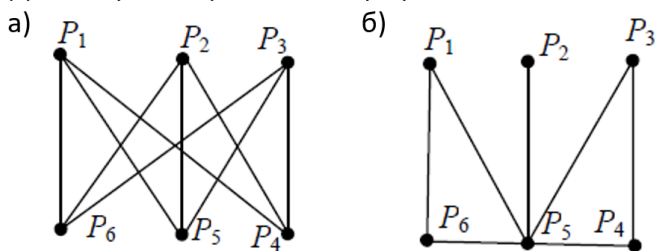
5. Для неориентированного графа



Что из приведённого ниже является путём в графе?  
Какие из них простые пути? Привести длину каждого из путей:

- 1)  $p_4p_1p_2p_3p_6p_2$ ;
- 2)  $p_1p_2p_3p_2p_4p_2$ ;
- 3)  $p_1p_2p_3p_4p_5p_6p_1$ ;
- 4)  $p_2p_4p_3p_2$ .

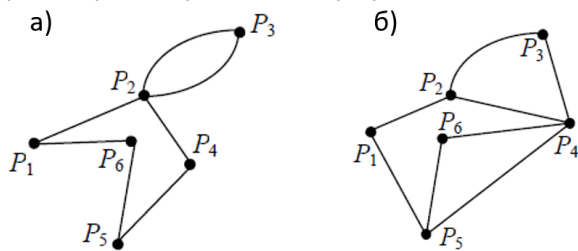
6. Для неориентированного графа



1) определить степени вершин и число рёбер графа;  
2) что из приведённого ниже является путём в графе?  
Какие из них являются простыми путями? Приведите длину каждого из путей.

- а)  $p_1p_5p_2p_4p_3p_6$ ;    б)  $p_1p_5p_2p_5p_3p_4p_2p_6$ ;  
в)  $p_1p_6p_5p_1p_6p_5p_3$ ;    г)  $p_6p_5p_3p_4p_5p_1$ .

7. Для неориентированного графа



Что из приведённого ниже является циклом в графе?  
Какой из них является простым циклом?

- 1)  $p_4p_1p_2p_3p_6p_2p_5p_4$ ;
- 2)  $p_4p_5p_6p_1p_2p_3p_4$ ;
- 3)  $p_1p_2p_3p_6p_5p_2p_6p_3p_1$ ;
- 4)  $p_2p_6p_3p_5p_4p_2p_6$ .