

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ:

Декан



Л. В. Гензе

« 30 » 06 20 22 г.

Рабочая программа дисциплины

Динамическое программирование

по направлению подготовки

01.04.01 Математика

Направленность (профиль) подготовки :

Математический анализ и моделирование (Mathematical Analysis and Modelling)

Форма обучения

Очная

Квалификация

Магистр

Год приема

2022

Код дисциплины в учебном плане: Б1.В.3.ДВ.03.01

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ОП



А.В. Старченко

Председатель УМК



Е.А. Тарасов

Томск – 2022

1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики.

ПК-1 Способен самостоятельно решать исследовательские задачи в рамках реализации научного (научно-технического, инновационного) проекта.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК 1.1 Формулирует поставленную задачу, пользуется языком предметной области, обоснованно выбирает метод решения задачи.

ИПК 1.1 Проводит исследования, направленные на решение отдельных исследовательских задач

2. Задачи освоения дисциплины

- Освоить аналитический аппарат рекуррентных оптимизационных методов динамического программирования: корректно пользоваться техникой функций полезности и определять целевые функционалы; корректно записать и анализировать уравнения Беллмана и уравнения Гамильтона - Якоби - Беллмана.

- Освоить современный аппарат и приобрести практические навыки принципа стохастического динамического программирования.

- Научиться применять понятийный аппарат и современные методы динамического программирования для решения практических синтеза и анализа оптимальных стратегий потребления и инвестирования на финансовых рынках.

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к Блоку 1 «Дисциплина (модули)».

Дисциплина относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений, предлагается обучающимся на выбор.

4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине

Второй семестр, экзамен

5. Входные требования для освоения дисциплины

Для успешного освоения дисциплины требуются результаты обучения по следующим дисциплинам: математический анализ, функциональный анализ, топология, дифференциальные уравнения, теория вероятностей и математическая статистика, уравнения в частных производных, теория случайных процессов.

6. Язык реализации

Русский

7. Объем дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 з.е., 216 часов, из которых:

- лекции: 32 ч.

- практические занятия: 32 ч.

- групповые консультации: 1,5 ч.

- промежуточная аттестация: 4 ч.

- самостоятельная работа обучающегося: 121,8 ч.

- экзамен: 24,7 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

8. Содержание дисциплины, структурированное по темам

Тема 1. Оптимальное потребление в дискретном времени.

Функции полезности и целевые функционалы. Принцип динамического программирования в дискретном времени. Уравнения Беллмана. Построение оптимальных стратегий.

Тема 2. Стохастическое оптимальное управление в дискретном времени.

Определение класса допустимых стратегий управления. Построение целевых функционалов. Принцип стохастического динамического программирования в дискретном времени. Синтез и анализ оптимальных стратегий потребления и инвестирования для финансовых рынков.

Тема 3. Оптимальное управление в непрерывном времени.

Постановка задачи оптимального управления в непрерывном времени. Множество допустимых стратегий управления. Целевые функции. Функция Гамильтона. Уравнение Гамильтона - Якоби - Беллмана. Принцип динамического программирования в непрерывном времени. Построение оптимальных стратегий управления для разных типов целевых функционалов.

9. Текущий контроль по дисциплине

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проведения двух контрольных работ, тестов по лекционному материалу и фиксируется в форме контрольной точки один раз в семестр.

10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

Экзамен в первом семестре проводится в письменной форме по билетам. Экзаменационный билет состоит из трех частей. Продолжительность экзамена 2 часа. Первая часть состоит из двух вопросов проверяющих ИОПК 1.1. Вторая часть содержит один вопрос, проверяющий ИПК 1.1. Ответ на вопрос второй части дается в развернутой форме. Ответы на вопросы третьей части предполагают решение задач.

Примерный перечень теоретических вопросов

1. Дать определение задачи оптимального управления в дискретном времени.
2. Дать определение класса допустимых стратегий для задачи оптимального управления в дискретном времени.
3. Дать определение целевой функции для задачи оптимального управления в дискретном времени.
4. Сформулировать принцип динамического программирования в дискретном времени.
5. Дать определение задачи оптимального стохастического управления в дискретном времени.
6. Дать определение класса допустимых стратегий для задачи стохастического оптимального управления в дискретном времени.
7. Дать определение целевой функции для задачи стохастического оптимального управления в дискретном времени.

8. Записать уравнения Беллмана для задачи оптимального стохастического управления в дискретном времени.
9. Сформулировать принцип стохастического динамического программирования в дискретном времени.
10. Дать определение задачи оптимального управления в непрерывном времени.
11. Дать определение целевой функции для задачи оптимального управления в непрерывном времени.
12. Дать определение функции Гамильтона.
13. Записать уравнение Гамильтона - Якоби - Беллмана для задачи оптимального потребления в непрерывном времени. Сформулировать принцип стохастического динамического программирования для этого случая.

Примеры задач:

1. Найти оптимальные потребления для $U(x) = 4x^{1/4}$, $h(x) = 2x^{1/2}$, $N = 1$ и начального капитала $x > 0$.
 2. Найти оптимальные потребления для $U(x) = 0$, $h(x) = x^{1/2}$, $N \geq 3$ и начального капитала $x > 0$.
 3. Найти оптимальные потребления для $U(x) = \ln x$, $h(x) = 0$, $N \geq 3$ и начального капитала $x > 0$.
4. Рассмотрим задачу оптимального потребления и инвестирования для
- $$N \geq 3, U(x) = 4x^{1/4}, h(x) = 8x^{1/4} \text{ и начального капитала } x > 0.$$
- (a) Построить оптимальные стратегии потребления и инвестирования в этом случае.
 - (b) Подсчитать среднее и дисперсию для терминального капитала оптимальной стратегии.
5. Рассмотрим задачу оптимального потребления и инвестирования для
- $$N = 1, U(x) = 4 \ln x^2, h(x) = 2x^{1/2} + 2 \text{ и начального капитала } x > 0.$$
1. (a) Построить оптимальные стратегии потребления и инвестирования в этом случае.

2. (b) Подсчитать среднее и дисперсию для терминального капитала оптимальной стратегии.

Результаты экзамена определяются по двадцатибалльной шкале. Перевод в пятибалльную по следующему правилу :

0 - 9,99 баллов - «неудовлетворительно»

10 – 12,99 баллов - «удовлетворительно»

13 – 16,99 баллов - «хорошо»

17 – 20 баллов - «отлично»

Критерии оценивания контрольных работ

Неудовлетворительно (0-9,99 баллов)	Удовлетворительно (10 — 12,99 баллов)	Хорошо (13 — 16,99 баллов)	Отлично (17 — 20 баллов)
Работа не сдана или решено верно менее 25% заданий	Решено верно от 25% до 50% заданий	Решено верно от 21% до 80% заданий	Решено верно более 80% заданий

Контрольная работа и экзамен максимально может быть оценен 20 баллами. Итоговая оценка – среднее арифметическое из оценок за контрольные работы и экзамен. При ответе на теоретический вопрос оценивается полнота и точность ответа, логичность и аргументированность изложения материала, умения использовать в ответе фактический материал, знания основной и дополнительной литературы.

Критерии оценивания теоретических вопросов экзамена

Неудовлетворительно (0-9,99 баллов)	Удовлетворительно (10 — 12,99 баллов)	Хорошо (13 — 16,99 баллов)	Отлично (17 — 20 баллов)
Дан неправильный ответ, однозначно неправильная трактовка темы.	В целом дан правильный ответ на вопрос, но он изложен поверхностно и с нарушением логики изложения. Знание минимума литературы.	Дан правильный ответ на вопрос, но не все изложено развернуто и логически структурировано. Знание основной литературы.	Дан правильный и развернутый ответ на вопрос. Студент четко и логично изложил свой ответ на поставленный в билете вопрос. Знание основной и дополнительной литературы.

11. Учебно-методическое обеспечение

а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «Moodle» - <https://moodle.tsu.ru/course/view.php?id=8255>

б) Емельянова Т.В., Исаева Н.А., Кривякова Э.Н. Случайные величины. Методические указания. Часть 3. Томск, ТГУ, 2005.

в) Исаева Н.А., Кривякова Э.Н. Случайные величины. Последовательности случайных величин. Методические указания. Часть 2. Томск, ТГУ, 1989.

г) Коршунов Д.А., Фосс С.Г. Сборник задач и упражнений по теории вероятностей, СПб, Лань, 2004.

д) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.

е) План семинарских / практических занятий по дисциплине.

12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

а) основная литература:

1. Pergamenschikov, S.M. and Pchelintsev, E.A. Stochastic modelling for the financial markets. Part 2. Dynamical Programming. Tomsk State University Publish Edition, 2019, <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02365167>
2. Ватутин В.А., Ивченко Г.И., Медведев Ю.И., Чистяков В.П. Теория вероятностей и математическая статистика в задачах, М.: Ленанд, 2015, 369 с.
3. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Задачи и упражнения по теории вероятностей, М.: Кнорус, 2014, 492 с.
4. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. М.: Эдиториал УРСС, 2001, 318 с.
5. Зубков А.М., Севастьянов Б.А., Чистяков В.П. Сборник задач по теории вероятностей. Санкт-Петербург: Лань, 2016, 317 с.
6. Жакод, Ж. И Ширяев, А.Н. Предельные теоремы для случайных процессов. Том 1, М.: Издательская фирма «Физико-математическая литература», 1994, 544 с.
7. Липцер, Р.Ш. и Ширяев, А.Н. *Статистика случайных процессов*. М.: Наука, 1974,
8. Липцер, Р.Ш. и Ширяев, А.Н. *Теория Мартингалов*. М.: ФИЗМАТЛИТ, 1986, 512 с.
9. Прохоров А.В., Ушаков В.Г., Ушаков Н.Г. Задачи по теории вероятностей: основные понятия, предельные теоремы, случайные процессы. М.: КДУ, 2009, 326 с.
10. Севастьянов Б.А. Курс теории вероятностей и математической статистики. М.: Ин-т компьютерных исследований, 2004, 271 с.
11. Ширяев А.Н. Вероятность - 1. Элементарная теория вероятностей. Математические основания. Предельные теоремы. М.: Изд-во МЦНМО, 2011, 551 с.
12. Ширяев А.Н. Вероятность - 2. Суммы и последовательности случайных величин - стационарные,

мартингалы, марковские цепи. М.: Изд-во МЦНМО, 2011, 553-967 с.

б) дополнительная литература:

1. Бернштейн С.Н. Теория вероятностей. М-Л., 1946.
3. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения, М.: Кнорус, 2013, 478 с.
4. Козлов М.В. Элементы теории вероятностей в задачах и примерах. М., изд-во МГУ, 1991.
5. Колмогоров А.Н. Основные понятия теории вероятностей. М., 1998.
6. Партасарати К. Введение в теорию вероятностей и теорию меры. М., 1983.
7. Прохоров Ю.В., Пономаренко Л.С. Лекции по теории вероятностей и математической статистике, Московский гос. ун-т им. М. В. Ломоносова, 2012, 252 с.
8. Прохоров А.В., Ушаков А.Ф., Ушаков В.А. Задачи по теории вероятностей. М., Наука, 1989.

в) ресурсы сети Интернет:

- https://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=tvp&option_lang=rus
- <http://journals.tsu.ru/mathematics/>
- <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02365156>

13. Перечень информационных технологий

а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

- Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office On-eNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);
- публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).

б) информационные справочные системы:

- Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ – <http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>
- Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ – <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>
- ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>
- ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>
- Образовательная платформа Юрайт – <https://urait.ru/>
- ЭБС ZNANIUM.com – <https://znanium.com/>
- ЭБС IPRbooks – <http://www.iprbookshop.ru/>

14. Материально-техническое обеспечение

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения занятий семинарского типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

15. Информация о разработчиках

Пергаменщиков Сергей Маркович, доктор физико-математических наук, профессор, кафедра математического анализа и теории функций, профессор

Пчелинцев Евгений Анатольевич, кандидат физико-математических наук, доцент, кафедра математического анализа и теории функций, доцент