

МИНОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Институт прикладной математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ  
Директор института прикладной  
математики и компьютерных наук  
А.В. Замятин  
« 02 » \_\_\_\_\_ 2021 г.



**Фонд оценочных средств по дисциплине**

**Математический анализ**

по направлению подготовки

**02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем**

Направленность (профиль) подготовки:

**DevOps-инженерия в администрировании инфраструктуры ИТ-разработки**

ФОС составил(и):

канд. физ.-мат. наук, доцент

ассистент кафедры теории вероятностей и математической статистики М.А. Шкленник



Рецензент:

д-р физ.-мат. наук, профессор,

профессор кафедры теории вероятностей и математической статистики А.А. Назаров



Оценочные средства одобрены на заседании учебно-методической комиссии института прикладной математики и компьютерных наук (УМК ИПМКН).

Протокол от от 17 июня 2021 г. № 05

Председатель УМК ИПМКН,

д-р техн. наук, профессор



С.П. Сущенко

**Оценочные средства (ОС)** являются элементом системы оценивания сформированности компетенций у обучающихся в целом или на определенном этапе ее формирования.

ОС разрабатывается в соответствии с рабочей программой (РП) дисциплины.

### 1. Компетенции и результаты обучения, формируемые в результате освоения дисциплины

Компетенция	Индикатор компетенции	Код и наименование результатов обучения (планируемые результаты обучения, характеризующие этапы формирования компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения			
			Отлично	Хорошо	Удовлетворительно	Неудовлетворительно
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ИОПК-1.1. Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук	ОР-1.1. <b>Знать:</b> основы математического анализа	Демонстрация высокого уровня знаний основ математического анализа	Сформированные знания в области основ математического анализа содержат отдельные пробелы	Фрагментарное знание основ математического анализа	Отсутствие знаний основ математического анализа
		<b>Уметь:</b> использовать базовые математические знания, связанные с информатикой, применять важнейшие математические понятия и методы к решению естественнонаучных задач	Демонстрация высокого уровня умения использовать базовые математические знания, связанные с информатикой, применять важнейшие математические понятия и методы к решению естественнонаучных задач	Сформированные умения использовать базовые математические знания, связанные с информатикой, применять важнейшие математические понятия и методы к решению естественнонаучных задач содержат отдельные пробелы	Фрагментарное умение использовать базовые математические знания, связанные с информатикой, применять важнейшие математические понятия и методы к решению естественнонаучных задач	Отсутствие умений использовать базовые математические знания, связанные с информатикой, применять важнейшие математические понятия и методы к решению естественнонаучных задач

		<b>Владеть:</b> навыками современных видов математического мышления, использования математических методов и основ математического моделирования в практической деятельности.	Демонстрация высокого уровня владения навыками современных видов математического мышления, использования математических методов и основ математического моделирования в практической деятельности	Сформированные навыки владения современными видами математического мышления, использования математических методов и основ математического моделирования в практической деятельности содержат отдельные пробелы	Фрагментарное владение навыками современных видов математического мышления, использования математических методов и основ математического моделирования в практической деятельности	Отсутствие навыков владения современными видами математического мышления, использования математических методов и основ математического моделирования в практической деятельности
	ИОПК-1.2. Использует фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности	ОР-1.2. <b>Знать:</b> необходимые методы математического анализа для успешного изучения других дисциплин профилизации	Демонстрация высокого уровня знаний необходимых методов математического анализа для успешного изучения других дисциплин профилизации	Сформированные знания в области методов математического анализа для успешного изучения других дисциплин профилизации содержат отдельные пробелы	Фрагментарное знание необходимых методов математического анализа для успешного изучения других дисциплин профилизации	Отсутствие знаний необходимых методов математического анализа для успешного изучения других дисциплин профилизации
		<b>Уметь:</b> применять основные математические методы при решении типовых профессиональных задач, самостоятельно изучать научную литературу по математике и её приложениям	Демонстрация высокого уровня умения применять основные математические методы при решении типовых профессиональных задач, самостоятельно изучать научную литературу по математике и её приложениям	Сформированные умения применения основных математических методов при решении типовых профессиональных задач, самостоятельно изучать научную литературу по математике и её приложениям содержат отдельные пробелы	Фрагментарное умение применять основные математические методы при решении типовых профессиональных задач, самостоятельно изучать научную литературу по математике и её приложениям	Отсутствие умений применения основных математических методов при решении типовых профессиональных задач, самостоятельно изучать научную литературу по математике и её приложениям

		<p><b>Владеть:</b> основными методами математического анализа для решения прикладных задач в области информационных технологий.</p>	<p>Демонстрация высокого уровня владения основными методами математического анализа для решения прикладных задач в области информационных технологий</p>	<p>Сформированные владения основными методами математического анализа для решения прикладных задач в области информационных технологий содержат отдельные пробелы</p>	<p>Фрагментарное владение основными методами математического анализа для решения прикладных задач в области информационных технологий</p>	<p>Отсутствие навыков владения основными методами математического анализа для решения прикладных задач в области информационных технологий</p>
	<p>ИОПК-1.3. Обладает необходимыми знаниями для исследования информационных систем и их компонент</p>	<p>ОР-1.3. Студент способен <b>применять знания</b> и умения, полученные в результате освоения дисциплины, для исследования информационных систем</p>	<p>Демонстрация высокого уровня умения применять знания и умения, полученные в результате освоения дисциплины, для исследования информационных систем</p>	<p>Сформированные умения применять знания и умения, полученные в результате освоения дисциплины, для исследования информационных систем содержат отдельные пробелы</p>	<p>Фрагментарное умения применять знания и умения, полученные в результате освоения дисциплины, для исследования информационных систем</p>	<p>Отсутствие навыков умения применять знания и умения, полученные в результате освоения дисциплины, для исследования информационных систем</p>

## 2. Этапы формирования компетенций и виды оценочных средств

№	Этапы формирования компетенций (разделы дисциплины)	Код и наименование результатов обучения	Вид оценочного средства (тесты, задания, кейсы, вопросы и др.)
1.	Раздел 1. Теория пределов	ОР-1.1.1. Знать основы математического анализа. ОР-1.1.2. Уметь использовать базовые математические знания, связанные с информатикой, применять важнейшие математические понятия и методы к решению естественнонаучных задач.	тесты по материалам лекций. задания в форме практических задач, вопросы
2.	Раздел 2. Непрерывность функции	ОР-1.1.2. Уметь использовать базовые математические знания, связанные с информатикой, применять важнейшие математические понятия и методы к решению естественнонаучных задач.	тесты по материалам лекций. задания в форме практических задач, вопросы
3.	Раздел 3. Производная и ее применение	ОР-1.1.2. Уметь использовать базовые математические знания, связанные с информатикой, применять важнейшие математические понятия и методы к решению естественнонаучных задач.	тесты по материалам лекций. задания в форме практических задач, вопросы
4.	Раздел 4 Интегралы неопределенные, определенные, несобственные. Применение.	ОР-1.1.3. Владеть навыками современных видов математического мышления, использования математических методов и основ математического моделирования в практической деятельности.	тесты по материалам лекций. задания в форме практических задач, вопросы
5.	Раздел 5 Числовые ряды	ОР-1.1.3. Владеть навыками современных видов математического мышления, использования математических методов и основ математического моделирования в практической деятельности.	тесты по материалам лекций. задания в форме практических задач, вопросы
6.	Раздел 6 Функции многих переменных	ОР-1.2.1. Знать необходимые методы математического анализа для успешного изучения других дисциплин профилизации.	тесты по материалам лекций. задания в форме практических задач, вопросы
7.	Раздел 7 Криволинейные и кратные интегралы	ОР-1.2.1. Знать необходимые методы математического анализа для успешного изучения других дисциплин профилизации.	тесты по материалам лекций. задания в форме практических задач, вопросы
8.	Раздел 8. Теория функции комплексного переменного.	ОР-1.2.2. Уметь применять основные математические методы при решении типовых профессиональных задач, самостоятельно изучать научную литературу по математике и её приложениям. ОР-1.2.3. Владеть основными методами математического анализа для решения прикладных задач в области информационных технологий. ОР-1.3.1. Студент способен применять знания и умения, полученные в результате освоения дисциплины, для исследования информационных систем.	тесты по материалам лекций. задания в форме практических задач, вопросы

### 3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки образовательных результатов обучения

3.1. Типовые задания для проведения текущего контроля успеваемости по дисциплине

Текущий контроль реализуется в форме решения промежуточного теста в системе LMS Moodle (Раздел 1), а также выполнения практических задач (Разделы 1, 2, 3, 6, 7).

Примерный перечень вопросов для тестирования по разделу 1.

1. Выберите выражения, которые являются неопределенностями:

a)  $1^\infty, \infty^\infty, 0^0, 0^\infty$

b)  $1^\infty, 0^0, 0^\infty$

c)  $1^\infty, \infty^0, 0^0$

d)  $1^\infty, \infty^0, 0^\infty$

2. Укажите область определения функции  $y = \arcsin x$

a)  $(0, \infty)$

b)  $(-1, 1)$

c)  $(-\infty, +\infty)$

d)  $[-1, 1]$

3. Выберите из предложенных вариантов тот, который является геометрической интерпретацией формулы Лагранжа:

a) не существует точки, принадлежащей отрезку  $(a, b)$ , в которой касательная параллельна секущей, соединяющей точки  $(a, f(a)), (b, f(b))$ ;

b) существует точка, принадлежащая отрезку  $(a, b)$ , в которой касательная перпендикулярна секущей, соединяющей точки  $(a, f(a)), (b, f(b))$ ;

c) существует точка, принадлежащая отрезку  $(a, b)$ , в которой касательная параллельна секущей, соединяющей точки  $(a, f(a)), (b, f(b))$ ;

d) существует точка, принадлежащая отрезку  $(a, b)$ , в которой касательная параллельна любой секущей;

e) верного ответа нет.

4. Чем можно объяснить наличие остаточного члена формулы Тейлора?

a) тем, что остаточный член стремится к нулю;

b) тем, что остаточный член стремится к бесконечности;

c) тем, что остаточный член – это бесконечно малая величина;

d) тем, что произвольная функция не всегда полином.

5. Выберите из предложенных вариантов тот, который отражает условие существования производной функции в точке  $x_0$ :

a)  $f'(x_0) \neq 0$ ;

b)  $f'(x_0 - 0) > f'(x_0 + 0)$ ;

c)  $f'(x_0 - 0) \neq f'(x_0 + 0)$ ;

d)  $f'(x_0 - 0) = f'(x_0 + 0)$ ;

e) производная в точке  $x_0$  существует всегда.

6. Найдите  $\frac{\partial z}{\partial x}$  для функции  $z = ye^{\frac{x}{y}}$ .

a)  $xye^{\frac{x}{y}}$

b)  $xe^{\frac{x}{y}-1}$

c)  $e^{\frac{x}{y}}$

d)  $ye^{\frac{x}{y}}$

e) верного ответа нет.

7. Введите пропущенные слова/выражения, чтобы приведенное ниже утверждение стало верным.

«Теорема: интегралы по любым \_\_\_\_\_, окружающим особую точку, \_\_\_\_\_.»

8. Для вычисления тройного интеграла от данной функции  $u = f(x, y, z)$  по указанной области  $(V)$  рекомендуется действовать по следующей схеме (установите последовательность действий по порядку):

	Выбираем порядок интегрирования, который диктуется видом области интегрирования. Область $(V)$ проецируется на одну из трех координатных плоскостей. В результате мы определяем проекцию области $(V)$ – плоскую область $(D)$ , и уравнения поверхностей, которые ограничивают область $(V)$ .
	Строим в системе координат $OXYZ$ область интегрирования.
	Выносим для удобства проекцию – область $(D)$ на отдельный рисунок и дальнейшую расстановку пределов осуществляем как в двойном интеграле.
	Последовательно интегрируя, вычисляем ответ.
	Определяем пределы изменения для каждой из трех переменных $x, y, z$ , определяя область интегрирования системой неравенств.
	Записываем тройной интеграл в виде повторного.

9. Криволинейный интеграл  $\int_l P(x, y, z)dx + Q(x, y, z)dy + R(x, y, z)dz$  - это...

a) масса материальной кривой;

b) работа, совершаемая при перемещении материальной точки вдоль линии в силовом поле;

c) длина кривой;

d) центр масс кривой

10. Для знакоположительного ряда имеет место равенство  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = l$ . Составьте верные утверждения

1.  $l = 0$

2.  $l = e^{-1}$

3.  $l = 0$

4.  $l = e$

A. Ряд сходится

B. Ряд расходится

C. Ряд может сходиться, а может и расходиться. Требуются дополнительные исследования.



Ответ:

1	2	3	4

Примеры заданий в форме практических задач (Раздел 1 и 2):

1. Вычислить предел последовательности:

$$1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2+1} - \sqrt[3]{3n^3+n-8}}{n-6}, 2) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-2+3-\dots+(2n-1)-2n}{\sqrt{n^2+1}}, 3) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2-n}{n+1} + \frac{n \cdot 2^{-n}}{n+2},$$

2. Вычислить предел функции

$$1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-3x+2}{x^4-5x^2+3x+1}, 2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3}{2x^2+1} - \frac{x^2}{2x-6}, 3) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{1+x^3}-3}{x^2-3x+2},$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt[3]{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}, 5) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^x}{5+3^{x+1}}, 6) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt[4]{x}-1}, 17) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3}{1-\sqrt{x}} - \frac{2}{1-\sqrt[3]{x}},$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \operatorname{ctg} 5x, 9) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{5} - \sqrt{4+\cos x}}{e^{x^2}-1}, 10) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x \sin x} - \sqrt{\cos 2x}}{\operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}},$$

$$11) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos 5x}{\ln \cos 4x}, 12) \lim_{x \rightarrow 0} (1+6 \operatorname{tg} x)^{\frac{\sin 2x}{x^2+3x^3}},$$

3. Найти точки разрыва функции и определить тип  $y(x) = \ln \frac{x^2}{x+1}$ ,

4. Вычислить производные заданных функций

$$1) y = x(\arcsin x)^2 - 2x + 2\sqrt{1-x^2}, 2) y = (\arcsin \sin^2 x)^{\operatorname{arctg} x}, 3)$$

$$y = \left( \frac{\sin x}{x} \right)^x$$

5. Найти интеграл, применяя простейшие преобразования  $\int \frac{dx}{x\sqrt{4-5 \ln x}}$ ,

6. Найти интеграл, используя интегрирования по частям  $\int x^2 e^{3x} dx$ .

7. Найти интеграл, выделив полный квадрат  $\int \frac{(2x+3)dx}{x^2-5x+11}$ .

8. Найти интеграл от рациональных дробей  $\int \frac{(2x^2-x)dx}{(x+4)(x^2+5)}$ .

9. Найти интеграл от тригонометрических функций  $\int \frac{\sin^5 x dx}{\cos^3 x}$ .

10. Вычислить определенные интегралы

$$1) \int_1^{\sqrt{2}} \frac{xdx}{\sqrt{4-x^2}}, 2) \int_{-3}^0 (x-2)e^{-\frac{x}{3}} dx, 3) \int_1^9 \frac{\sqrt{x}dx}{\sqrt{x+1}}.$$

11. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2 - 2x$   $y = 3x - 1$ .

12. Найти объем тела, образованного вращением фигуры вокруг оси  $OX$ , ограниченной линиями  $y = \sin x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$ .

3.2. Типовые задания для проведения промежуточной аттестации по дисциплине. (вопросы к экзамену (зачету), экзаменационные материалы (билеты), содержащие комплект экзаменационных вопросов и заданий для экзамена и др.).

Примерный перечень теоретических вопросов на экзамен

1. Вопрос 1. Множества. Сравнение множеств по числу элементов. Супремум и инфимум, свойства.

2. Вопрос 2. Определение предела последовательности. Бесконечно малые последовательности, свойства бесконечно малых последовательностей. Теоремы о пределе монотонной последовательности.

3. Вопрос 3. Предел функции. Определение.

4. Вопрос 4. Признак Больцано-Коши для функции.

5. Вопрос 5. Сравнение бесконечно больших величин и бесконечно малых величин.

6. Вопрос 6. Связь понятий непрерывности и предела функции.

7. Вопрос 7. Типы разрывов.

8. Вопрос 8. Обратная функция, теорема о существовании и монотонности обратной функции.

9. Вопрос 9. Замечательные пределы (с доказательством).

10. Вопрос 10. Типы неопределенных выражений.

11. Вопрос 11. Особые случаи производных.

12. Вопрос 12. Формулы Коши и Лагранжа.

13. Вопрос 13. Дифференциал, теорема и дифференцируемости функции.

14. Вопрос 14. Разложение функций в ряд Тейлора.

15. Вопрос 15. Связь понятия выпуклости с касательной и производной.

16. Вопрос 16. Неопределенный интеграл, определение.

17. Вопрос 17. Приемы интегрирования: подведение под знак дифференциала, замена переменной, интегрирование по частям.

18. Вопрос 18. Метод неопределенных коэффициентов, интегрирование рациональных дробей.

19. Вопрос 19. Подстановки Эйлера.

20. Вопрос 20. Интегрирование тригонометрических функций.

21. Вопрос 21. Суммы Дарбу. Свойства сумм Дарбу.

22. Вопрос 22. Свойства определенных интегралов с доказательством.

23. Вопрос 23. Длина дуги плоской кривой, определение и вычисление.

24. Вопрос 24. Вычисление площадей.

25. Вопрос 25. Объем тела вращения.

26. Вопрос 26. Несобственные интегралы первого рода, практический признак сходимости несобственных интегралов первого рода.

27. Вопрос 27 Несобственные интегралы второго рода, практический признак сходимости несобственных интегралов второго рода.

28. Вопрос 28. Достаточные признаки сходимости знакоположительных числовых рядов.

29. Вопрос 29. Признак сходимости Больцано-Коши, признак Дирихле, признак Абеля для знакопеременных рядов.

30. Вопрос 30. Предел функции многих переменных. Повторные пределы, теорема об их равенстве.
31. Вопрос 31. Частные производные функции многих переменных, градиент.
32. Вопрос 32. Ряд Тейлора функции многих переменных.
33. Вопрос 33. Необходимое и достаточное условие экстремума функции многих переменных.
34. Вопрос 34. Криволинейные интегралы первого рода: определение, вычисление.
35. Вопрос 35. Криволинейные интегралы второго рода: определение, вычисление, векторная форма записи, физический смысл.
36. Вопрос 36. Вычисление двойных интегралов по прямоугольной области и по криволинейной трапеции.
37. Вопрос 37. Тройной интеграл - определение, вычисление.
38. Вопрос 38. Поверхностный интеграл первого рода – определение, вычисление.
39. Вопрос 39. Поверхностный интеграл второго рода – определение, вычисление.
40. Вопрос 40. Интеграл от функции комплексного переменного.

#### 4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания образовательных результатов обучения

4.1. Методические материалы для оценки текущего контроля успеваемости по дисциплине.

Критерии оценивания результатов промежуточного контроля:

<b>Критерий оценивания остаточных знаний</b>	<b>Оценка</b>
Студент решил все задания	отлично
Студент решил три задания	хорошо
Студент решил два задания	удовлетворительно
Студент решил не более одного задания	неудовлетворительно

4.2. Методические материалы для проведения промежуточной аттестации по дисциплине.

Оценивание обучающегося при проведении экзамена формируется в соответствии с нижеприведенной таблицей.

<b>Оценка</b>	<b>Критерии оценивания</b>
Отлично	Демонстрация высокого уровня знаний определений, формулировок теорем и их доказательств.
Хорошо	В целом успешное, но содержащее отдельные ошибки в определениях, формулировках теорем и их доказательствах.
Удовлетворительно	Частичное, фрагментарное владение определениями, формулировками теорем и их доказательствами.
Неудовлетворительно	Демонстрация низкого уровня знаний определений, формулировок теорем и их доказательств.