

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДЕНО:
Декан ММФ ТГУ
Л.В. Гензе

Оценочные материалы по дисциплине

Математическая логика

по направлению подготовки

01.03.01 Математика

02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль) подготовки

Основы научно-исследовательской деятельности в области математики
Основы научно-исследовательской деятельности в области математики
и компьютерных наук

Форма обучения

Очная

Квалификация

Бакалавр

Год приема

2023

СОГЛАСОВАНО:
Руководитель ОП
Л.В. Гензе

Председатель УМК
Е.А. Тарасов

1. Компетенции и индикаторы их достижения, проверяемые данными оценочными материалами

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики как для использования в профессиональной деятельности, так и для консультирования.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК 1.1 Демонстрирует навыки работы с профессиональной литературой по основным естественнонаучным и математическим дисциплинам

ИОПК 1.2 Демонстрирует навыки выполнения стандартных действий, решения типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых математических и естественнонаучных дисциплин

ИОПК 1.3 Владеет фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук

2. Оценочные материалы текущего контроля и критерии оценивания

Элементы текущего контроля:

– индивидуальное задание.

Индивидуальное задание (ИОПК 1.1, ИОПК 1.2, ИОПК 1.3)

Пример задания:

1. Найдите совершенную конъюнктивную форму для формулы

$$X \vee (Y \rightarrow (Z \leftrightarrow (X \wedge Y))).$$

Ответ:

1. $X \vee \neg Y \vee \neg Z$

Результаты индивидуального задания определяются оценками «зачтено», «не зачтено». Оценка «зачтено» ставится, если студент получил правильный ответ, обосновав промежуточные шаги своих рассуждений.

3. Оценочные материалы итогового контроля (промежуточной аттестации) и критерии оценивания

Первая часть зачёта представляет собой тест, задания которого проверяют ИОПК 1.2 и ИОПК 1.3. Ответы на вопросы первой части даются путём выбора из списка предложенных.

Вторая часть зачёта проводится по билетам в письменной форме с устной защитой. Билет состоит из одного теоретического вопроса (ИОПК 1.1 и ИОПК 1.3) и одной задачи, в которой требуется привести формулу логики предикатов к пренексной (предварённой) нормальной форме (ИОПК 1.2 и ИОПК 1.3).

Перечень теоретических вопросов

1. Высказывания и операции над ними.
2. Формулы алгебры высказываний, их классификация.

3. Равносильность формул алгебры высказываний, основные равносильности.
4. Нормальные формы формул алгебры высказываний.
5. Совершенные нормальные формы.
6. Полные системы логических связей.
7. Логическое следование и его свойства.
8. Предикаты и их классификация.
9. Область истинности предиката.
10. Равносильность и логическое следование предикатов.
11. Операции над предикатами и их свойства.
12. Формулы логики предикатов и их классификация.
13. Равносильность формул логики предикатов.
14. Пренексная (предварённая) нормальная форма в логике предикатов.

Пример задачи

1. Привести к пренексной нормальной форме следующую формулу:
 $(\exists x)(\forall y)[P(x, y)] \rightarrow (\exists x)(\forall y)[Q(x, y)]$.

Примеры заданий теста

1. Найдите число элементов в множестве истинности следующего предиката, заданного над указанным множеством:

« x – чётное число тогда и только тогда, когда 8 не делится на x », $M = \{1, 2, \dots, 20\}$

- а) 7
- б) 5
- в) 6
- г) 8

2. Равносильны ли следующие два предиката над множеством вещественных чисел \mathbf{R} , над множеством рациональных чисел \mathbf{Q} , над множеством целых чисел \mathbf{Z} ?

$$5x^2 - 11x + 2 = 0; \quad (x^2 - 3)(3x^2 - 7x + 2) = 0$$

- а) Равносильны над каждым из этих множеств
- б) Равносильны над \mathbf{Z} и \mathbf{Q} , но не над \mathbf{R}
- в) Равносильны над \mathbf{Z} , но не над \mathbf{Q} и \mathbf{R}
- г) Не равносильны ни над одним из этих множеств

Ключи: 1г), 2в)

Результаты зачёта определяются оценками «зачтено», «не зачтено»:

Критерии оценивания результатов обучения	
Не зачтено	Зачтено
<p>Студент не может подбирать и обрабатывать литературу по математической логике ни самостоятельно, ни под руководством более опытного математика.</p> <p>Студент не умеет составлять таблицу истинности формулы и её подформул.</p> <p>Студент не умеет приводить формулу алгебры высказываний к СДНФ/СКНФ, а формулу логики предикатов – к ПНФ.</p> <p>Студент не способен записать и доказать математическую теорему на языке математической логики.</p>	<p>Студент может самостоятельно или под руководством более опытного математика подбирать и обрабатывать литературу по математической логике.</p> <p>Студент умеет составлять таблицу истинности формулы и её подформул.</p> <p>Студент умеет приводить формулы алгебры высказываний к СДНФ/СКНФ, а формулы логики предикатов – к ПНФ (объясняя все этапы преобразования формулы).</p> <p>Студент может записывать и строго доказывать математические теоремы на языке математической логики.</p>

Для получения оценки «зачтено» студент не должен иметь задолженности за индивидуальное задание.

4. Оценочные материалы для проверки остаточных знаний (сформированности компетенций)

Задачи (ИОПК 1.1, ИОПК 1.2, ИОПК 1.3):

1. Ответьте, является ли истинным следующее высказывание, считая, что все переменные пробегает множество вещественных чисел \mathbf{R} :

$$(\forall a)\{[(\exists x)(ax = 6)] \leftrightarrow (a \neq 0)\}$$

2. Найдите множество истинности следующего предиката, заданного над \mathbf{R} :

$$\langle\langle(x_1)^2 + (x_2)^2 = 0\rangle\rangle$$

3. Является ли какой-либо из следующих двух предикатов, заданных на множестве вещественных чисел \mathbf{R} , следствием другого?

$$|x| < 3; \quad x^2 - 3x + 2 = 0$$

а) Ни один из предикатов не является следствием другого

б) Второй предикат является следствием первого, но не наоборот

в) Первый предикат является следствием второго, но не наоборот

г) Два предиката равносильны, т.е. каждый из них является следствием другого

4. Ответьте, является ли следующее выражение формулой логики предикатов:

$$(\forall x)[P(x) \wedge Q(x)R(x)] \rightarrow (\exists y)[\neg S(x)]$$

Ответы:

1. Является

2. $\{(0, 0)\}$

3. в)

4. Не является

Информация о разработчиках

Тимошенко Егор Александрович, доктор физико-математических наук, доцент, кафедры алгебры, профессор