

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДЕНО:
Декан ММФ ТГУ
Л.В.Гензе

Оценочные материалы по дисциплине

Дополнительные главы алгебры

по направлению подготовки

01.03.01 Математика

Направленность (профиль) подготовки

Основы научно-исследовательской деятельности в области математики

Форма обучения

Очная

Квалификация

Бакалавр

Год приема

2023

СОГЛАСОВАНО:
Руководитель ОП
Л.В.Гензе

Председатель УМК
Е.А.Тарасов

Томск – 2023

1. Компетенции и индикаторы их достижения, проверяемые данными оценочными материалами

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики как для использования в профессиональной деятельности, так и для консультирования.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК 1.1 Демонстрирует навыки работы с профессиональной литературой по основным естественнонаучным и математическим дисциплинам

ИОПК 1.2 Демонстрирует навыки выполнения стандартных действий, решения типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых математических и естественнонаучных дисциплин

ИОПК 1.3 Владеет фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук

2. Оценочные материалы текущего контроля и критерии оценивания

Элементы текущего контроля:

Предусмотрены 3 контрольных работ.

Пример 1 (ИОПК 1.2).

Следующую ортонормированную систему векторов дополнить до ортонормированного базиса: $a = (2/3, -1/3, 2/3)$, $b = (1/3, -2/3, -2/3)$.

Ответ. $c = (2/3, 2/3, -1/3)$.

Пример 2 (ИОПК 1.2).

Найти нормальный вид в области вещественных чисел следующих квадратичных форм:

а) $x_1^2 + x_2^2 + 3x_3^2 - x_4^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3 + 6x_2x_4$.

б) $x_1x_2 + x_1x_3 + 4x_1x_4 + x_2x_3 + x_2x_4 - 2x_3x_4$.

Ответ. а) $z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 - z_4^2$. б) $z_1^2 + z_2^2 - z_3^2 - z_4^2$.

Пример 3 (ИОПК 1.2).

Найти жорданову форму матриц:

$$\begin{pmatrix} 3 & -4 & 0 & 2 \\ 4 & -5 & -2 & 4 \\ 0 & 0 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 & -7 \\ 9 & -3 & -7 & -1 \\ 0 & 0 & 4 & -8 \\ 0 & 0 & 2 & -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & 0 \\ -4 & -1 & 0 & 0 \\ 7 & 1 & 2 & 1 \\ -17 & -6 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

За решение задач начисляются баллы от 0 до 100.

Оценка «отлично» выставляется за при 81-100 баллов, «хорошо» выставляется при получении 61-80 баллов, «удовлетворительно» выставляется за 45-60 баллов, «неудовлетворительно» выставляется при получении менее 44 баллов.

Темы реферативных работ (ИОПК 1.1): «Математический гений К.Ф. Гаусса», «Вклад российских математиков в развитие алгебры 20 столетия», «Ф.Э. Молин, ученый и педагог», «Теория групп в трудах российских математиков» и др. Рефераты выполняются по желанию студентов, за их выполнение начисляются дополнительные баллы.

3. Оценочные материалы итогового контроля (промежуточной аттестации) и критерии оценивания

Экзамен в пятом семестре проводится в письменной форме по билетам. Экзаменационный билет состоит из трех частей. Продолжительность экзамена 1,5 часа.

Примеры вопросов первой части:

А) (ИОПК 1.2) Пусть группа имеет счетное множество порождающих элементов.

Что можно сказать о мощности самой группы?

Выберите один ответ:

1. Группа имеет не более, чем счетную мощность.
2. Мощность самой группы может быть произвольной.
3. Группа имеет счетную мощность.
4. Группа имеет не более, чем континуальную мощность.
5. Если порядки порождающих элементов конечны, то группа конечна.

Б) Выберите один ответ:

1. Абелевой в честь норвежского математика Н. Абеля.
2. Перестановочной.
3. Симметрической.
4. Хорошей.
5. Суммируемой.

Примеры вопросов второй части (ИОПК 1.3):

1. Докажите теорему о коммутанте группы.
2. Докажите теорему о единственности канонического вида λ -матрицы.
3. Докажите теорему о методе Лагранжа приведения квадратичные формы к каноническому виду.

Примеры вопросов второй части.

А) теоретические вопросы.

1) Дайте определение ядра кольцевого гомоморфизма, будет ли это ядро идеалом кольца?

2) Является ли пересечение некоторого семейства подгрупп данной группы подгруппой исходной группы? И что можно сказать об объединении подгрупп этого семейства?

3) Что называется характеристикой поля, каковы свойства этой характеристики?

Б) Примеры задач (ИОПК 1.2).

1) Следующую ортонормированную систему векторов дополнить до ортонормированного базиса: $a = (2/3, -1/3, 2/3)$, $b = (1/3, -2/3, -2/3)$.

2) Найти нормальный вид в области вещественных чисел следующей квадратичной формы $x_1^2 + x_2^2 + 3x_3^2 - x_4^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3 + 6x_2x_4$.

3) При помощи элементарных преобразований привести к каноническому виду.

$$\begin{pmatrix} \lambda + 1 & \lambda^2 + 1 & \lambda^2 + 3\lambda \\ \lambda^3 + 1 & \lambda^2 - 2 & \lambda + 3 \\ 5\lambda & 3\lambda^2 + 1 & \lambda^2 \end{pmatrix}.$$

Инд. задание в системе Moodle.	20%	В течение семестра	По 100 бальной системе.
Тесты в системе Moodle.	20%	В течение семестра	Максимальное использование возможностей программы
Экзамен	60%	В конце семестра	Студент допускается до экзамена только при наличии выполненного индивидуального задания и теста. 1) Полный ответ, изложенный кратко и ясно – «отлично». 2) Ответ неполный (но > 70%), пояснения логически непротиворечивы – «хорошо».

			3) Ответ неполный (но >50%), отсутствие логики в пояснениях – «удовлетворительно». 4) Ответ неполный (<50%), отсутствие логики в пояснениях или по сути отсутствует – «неудовлетворительно».
--	--	--	---

Студенты, не выполнившие тесты или контрольные работы получают дополнительно идентичные задачи и вопросы, после их решения и положительного ответа получают билет для экзамена.

4. Оценочные материалы для проверки остаточных знаний (сформированности компетенций)

Задачи (ИОПК 1.2).

1) Докажите, что если целостное кольцо K является кольцо с разложением, то его факториальность имеет место тогда и только тогда, когда любой простой элемент p , делящий произведение ab , делит по крайней мере один из множителей a, b .

2) Линейное преобразование L евклидова пространства в базисе из векторов $f_1 = (1, 2, 1), f_2 = (1, 1, 2), f_3 = (1, 1, 0)$ задано матрицей $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 5 & -1 \\ 2 & -2 & 0 \end{bmatrix}$. Найти матрицу сопряженного преобразования L^* в том же базисе, считая, что координаты векторов базиса даны в некотором ортонормированном базисе.

Ответ. $\begin{bmatrix} -27 & -31 & -9 \\ 33/2 & 21 & 5 \\ 61/2 & 30 & 12 \end{bmatrix}$

3) Найти базис ортогонального дополнения подпространства, порожденного векторами:

$a_1 = (1, 0, 2, -1), a_2 = (2, 1, -2, 3), a_3 = (1, 1, 2, 1)$.

Ответ. $(0, -2, 1/2, 1)$.

Информация о разработчиках

Чехлов Андрей Ростиславович, д.ф.-м.н., профессор каф. алгебры ТГУ.