

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДЕНО:
Декан ММФ ТГУ
Л.В.Гензе

Оценочные материалы по дисциплине

Дифференциальные уравнения

по направлению подготовки

01.03.01 Математика

02.03.01 Математика и компьютерные науки

01.03.03 Механика и математическое моделирование

Направленность (профиль) подготовки

Основы научно-исследовательской деятельности в области математики

**Основы научно-исследовательской деятельности в области математики
и компьютерных наук**

**Основы научно-исследовательской деятельности в области механики
и математического моделирования**

Форма обучения

Очная

Квалификация

Бакалавр

Год приема

2023

СОГЛАСОВАНО:
Руководитель ОП
Л.В.Гензе

Председатель УМК
Е.А.Тарасов

1. Компетенции и индикаторы их достижения, проверяемые данными оценочными материалами

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии,

дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной

математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и

случайных процессов, численных методов, теоретической механики как для использования в профессиональной деятельности, так и для консультирования.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК 1.1 Демонстрирует навыки работы с профессиональной литературой по основным естественнонаучным и математическим дисциплинам

ИОПК 1.2 Демонстрирует навыки выполнения стандартных действий, решения типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых математических и естественнонаучных дисциплин

ИОПК 1.3 Владеет фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.

2. Оценочные материалы текущего контроля и критерии оценивания

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, выполнения контрольных работ, тестов по лекционному материалу, коллоквиумов, своевременного выполнения индивидуальных домашних заданий (ИДЗ) и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр. Для активизации работы студентов в течение семестра и лучшего усвоения дисциплины предусмотрена балльно-рейтинговая система оценки успеваемости студентов.

Контрольная работа (третий семестр) по теме «Уравнения с разделяющимися переменными, Однородные уравнения» (ИОПК 1.2)

1. Решить уравнение

$$xy \cdot y' = 1 + y.$$

2. Решить задачу Коши

$$y' \cdot e^{-x} = x - 1, \quad y(1) = -e.$$

3. Решить уравнение

$$(x + 2y)dx - x \cdot dy = 0.$$

4. Решить уравнение

$$(x - y - 4)dx + (x + y - 2)dy = 0.$$

Ответы:

1. $y - \ln|y+1| = \ln|x| + C$; 2. $y = (x-2)e^x$; 3. $y = Cx^2 - x$; 4. $\left(\frac{y+1}{x-3}\right)^2 + 2\left(\frac{y+1}{x-3}\right) - 1 = \frac{C}{x^2}$.

Результаты контрольной работы определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка «отлично» выставляется, если все задачи решены без ошибок.

Оценка «хорошо» выставляется, если три задачи решены без ошибок.

Оценка «удовлетворительно» выставляется, если две задачи решены без ошибок.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если решено без ошибок менее двух задач.

Контрольная работа (четвертый семестр)

по теме «Линейные системы с постоянными коэффициентами, фазовая плоскость» »

(ИОПК 1.2)

Вариант 1

1. Решить уравнение $y''' - 2y'' = 3x^2 + x - 4$.

2. Найти общее решение системы
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 5x - 3y \\ \frac{dy}{dt} = 3x - 5y \end{cases}.$$

3. Найти общее решение системы
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 8x - y \\ \frac{dy}{dt} = 25x - 2y \end{cases}.$$

4. Определить характер точки покоя $O(0,0)$ и нарисовать расположение фазовых

траекторий в окрестности этой точки:
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - 2y \\ \frac{dy}{dt} = x - y \end{cases}.$$

Далее следует описать каждый элемент (формулировки задач, темы рефератов и др.) с указанием кодов проверяемых индикаторов достижения компетенций и критерии его оценивания, привести ключи правильных ответов или принцип построения правильного ответа (по возможности).

3. Оценочные материалы итогового контроля (промежуточной аттестации) и критерии оценивания

Зачет в третьем семестре проводится в письменной форме по билетам с учетом балльно-рейтинговой системы и текущего контроля по дисциплине. Билет содержит теоретический вопрос и две задачи.

Примерный перечень теоретических вопросов

1. Геометрическая интерпретация уравнения $y' = f(x, y)$. Поле направлений.

Изоклины. Интегральные линии.

2. Уравнения с разделяющимися переменными

3. Однородные уравнения. Уравнения, приводящиеся к однородным.

4. Линейные уравнения. Метод вариации произвольных постоянных.

5. Уравнение Бернулли, Риккати.

6. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.

7. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнения $y' = f(x, y)$. Метод последовательных приближений.
 8. Непрерывная зависимость решения от начальных данных, параметров.
 9. Уравнения, неразрешенные относительно производной. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
 10. Особые решения уравнения $F(x, y, y') = 0$.
 11. Интегрирование уравнения $F(x, y, y') = 0$. Общий метод введения параметра.
 12. Уравнение Лагранжа, Клеро.
 13. Уравнения высших порядков. Задача Коши. Методы понижения порядка уравнения. Уравнения, допускающие решение в квадратурах.
- Результаты зачета определяются оценками «зачтено», «незачтено».

Экзамен в четвертом семестре проводится в письменной форме по билетам. Экзаменационный билет состоит из двух теоретических вопросов и задачи. Теоретические вопросы проверяют ИОПК 1.1, ИОПК 1.3. Задача проверяет ИОПК 1.2.

Продолжительность экзамена 1,5 часа.

Основные вопросы для подготовки к экзамену по дисциплине "Дифференциальные уравнения"

1. Линейная зависимость функций. Определитель Вронского.
2. Фундаментальная система решений. Формула Остроградского-Лиувилля.
3. Теорема об общем решении однородного линейного уравнения.
4. Построение фундаментальной системы решений и общего решения однородного линейного уравнения с постоянными коэффициентами.
5. Теорема об общем решении неоднородного линейного уравнения. Метод Лагранжа нахождения частного решения.
6. Метод неопределенных коэффициентов нахождения частного решения неоднородного линейного уравнения со специальной правой частью.
7. Линейные системы. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского.
8. Теорема о структуре общего решения однородной линейной системы.
9. Теорема о структуре общего решения неоднородной линейной системы. Метод вариации произвольных постоянных. Метод неопределенных коэффициентов для нахождения частного решения.
10. Построение фундаментальной системы решений и общего решения однородной линейной системы с постоянными коэффициентами в случае различных и кратных корней характеристического уравнения.

11. Устойчивость, асимптотическая устойчивость решений систем ДУ.
12. Устойчивость положения равновесия линейной системы. Критерий асимптотической устойчивости линейной однородной системы. Условия Рауса-Гурвица.
13. Исследование устойчивости по первому приближению.
14. Метод функций Ляпунова. Теоремы Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости.
15. Фазовая плоскость однородной линейной системы. Простейшие типы точек покоя: узел, седло, фокус, центр.
16. Уравнения с частными производными первого порядка. Основные понятия. Задача Коши.
17. Общее решение и решение задачи Коши для линейного уравнения в частных производных первого порядка.
18. Общее решение и решение задачи Коши для квазилинейного уравнения в частных производных первого порядка.

Пример экзаменационного билета:

Национальный исследовательский
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
Механико-математический факультет
Дифференциальные уравнения
Билет № 13

1. Геометрическая интерпретация уравнения $y' = f(x, y)$. Поле направлений. Изоклины. Интегральные линии.
2. Теорема о структуре общего решения неоднородной линейной системы. Метод вариации произвольных постоянных.
3. Найти общее решение системы
$$\begin{cases} \dot{x} = 2x - 5y + \frac{1-t^2}{1+t^2} \\ \dot{y} = x - 4y \end{cases}$$

Зав. кафедрой математического анализа и теории функций

/С.П. Гулько/

Письменная часть экзамена максимально может быть оценена 5 баллами за каждый вопрос. Во время ответа обучающемуся могут быть заданы дополнительные вопросы для уточнения оценки сформированности компетенций. При ответе на вопрос оценивается полнота и точность ответа, логичность и аргументированность изложения материала, умения использовать в ответе фактический материал. Итоговая оценка суммируется из оценок за каждый вопрос, оценки за дополнительные вопросы и показателя балльно-рейтинговой оценки, на который приходится 40% вклада в итоговую оценку. Показатель рейтинга формируется в результате успешной сдачи двух коллоквиумов, успешного выполнения двух контрольных работ, положительного прохождения двух тестов и своевременного выполнения в полном объеме двенадцати ИДЗ.

| | |
|--------|-----------------------|
| Оценка | Критерии соответствия |
|--------|-----------------------|

| | |
|---|--|
| 5 | Дан правильный и развернутый ответ на вопрос. Студент четко и логично изложил свой ответ на поставленный в билете вопрос. |
| 4 | Дан правильный ответ на вопрос, но не все изложено развернуто и логически структурировано. |
| 3 | В целом дан правильный ответ на вопрос, но он изложен поверхностно и с нарушением логики изложения. |
| 2 | Ответ представлен очень поверхностно и с нарушением логики изложения. Студент очень плохо владеет основными моделями и концепциями механики. Допущены существенные терминологические и фактические ошибки. |
| 1 | Дан неправильный ответ, однозначно неправильная трактовка темы. |

Результаты экзамена определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценки «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» означают успешное прохождение промежуточной аттестации.

Оценка «отлично» соответствует продвинутому уровню сформированности компетенции.

Оценка «хорошо» соответствует базовому уровню сформированности компетенции.

Оценка «удовлетворительно» соответствует пороговому уровню сформированности компетенции.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если компетенция не сформирована.

4. Оценочные материалы для проверки остаточных знаний (сформированности компетенций)

Тест (ИОПК 1.1, ИОПК 1.2, ИОПК 1.3)

1. Указать тип дифференциального уравнения: $\sin y \cdot \cos x \cdot dy = \cos y \cdot \sin x \cdot dx$

- 1) с разделяющимися переменными; 2) однородное; 3) линейное для функции $y(x)$;
4) линейное для функции $x(y)$; 5) Бернулли для функции $y(x)$

2. Указать тип дифференциального уравнения: $3y^2 y' - 3y^3 - x - 1 = 0$

- 1) с разделяющимися переменными; 2) однородное; 3) линейное для функции $y(x)$;
4) линейное для функции $x(y)$; 5) Бернулли для функции $y(x)$

3. Указать какая функция является решением уравнения: $y' - y \cdot \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x}$

- 1) верный ответ не указан; 2) $y = -\sin x - c \cdot \cos x$;

3) $y = \frac{x}{\cos x} + \frac{c}{\cos x}$; 4) $y = \sin x + c \cdot \cos x$.

4. Найти общее решение дифференциального уравнения: $y'' + 3y' - 18y = 4 \cdot e^{2x}$

1) $y_{o.p.} = c_1 e^{-6x} + c_2 e^{3x} + 2e^{2x}$; 2) $y_{o.p.} = c_1 e^{-x} + c_2 e^{6x} + \frac{1}{2} e^{2x} \cdot x$

3) $y_{o.p.} = c_1 e^{-6x} + c_2 e^{3x} + \frac{1}{2} e^{2x} \cdot x^2$; 4) $y_{o.p.} = c_1 e^{-6x} + c_2 e^{3x} - \frac{1}{2} e^{2x}$.

Ключи: 1.1); 2.5); 3.3); 4.4).

Критерии оценивания: тест считается пройденным, если обучающий ответил правильно как минимум на один из вопросов 1, 2 и на один из вопросов 3, 4.

Информация о разработчиках

Соколов Б. В., к.ф.-м.н., ст.н.с., доцент кафедры математического анализа и теории функций ММФ ТГУ