Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Физико-технический факультет

УТВЕРЖДЕНО:
Декан
Ю.Н. Рыжих

Оценочные материалы по дисциплине

Устойчивость движения и теория колебаний

по направлению подготовки

24.03.03 Баллистика и гидроаэродинамика

Направленность (профиль) подготовки:
Баллистика и гидроаэродинамика
Форма обучения
Очная

Квалификация
Инженер, инженер-разработчик

Год приема
2024

СОГЛАСОВАНО:
Руководитель ОПОП
Е.И. Борзенко
К.С. Рогаев

Председатель УМК
В.А. Скрипняк

Томск – 2024

1. Компетенции и индикаторы их достижения, проверяемые данными оценочными материалами

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-6 Способен самостоятельно проводить экспериментальные исследования и использовать основные приемы обработки и представления полученных данных, аргументировано защищать результаты выполненной работы

ПК-1 Способен проводить сбор, обработку, анализ и обобщение результатов экспериментов и исследований в соответствующей области знаний

ПК-2 Способен проводить наблюдения и измерения, составлять их описания и формулировать выводы

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

РООПК-6.1 Знает основные методы и средства проведения экспериментальных исследований, способы обработки и представления данных, системы стандартизации и сертификации

РООПК-6.2 Умеет выбирать способы и средства измерений и проводить экспериментальные исследования

РОПК-1.1 Знает методы проведения экспериментов и наблюдений, обобщения и обработки информации.

РОПК-1.2 Умеет применять методы анализа научно технической информации.

РОПК-2.1 Знает цели и задачи проводимых исследований и разработок

РОПК-2.2 Умеет применять методы проведения экспериментов

2. Оценочные материалы текущего контроля и критерии оценивания

Элементы текущего контроля:

– задачи;

– устный опрос.

Перечень задач (выполняются в аудитории на практическом занятии, проверяются РООПК-6.1, РООПК-6.2, РОПК-1.1, РОПК-1.2, РОПК-2.1, РОПК-2.2):

Задача 1. Определить тип функции Ляпунова

а) $V(x,y) = (\cos x - \cos y)^2$ **;**

б) $V(x,y) = \sin^2 x + \sin^2 y$ **.**

Задача 2. Исследовать устойчивость нулевого решения системы

$$\dot{x} = y - 3x - x^3 \qquad V(x,y) = \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{12}$$
$$\dot{y} = 6x - 2y$$

Задача 3. Даны функции, производные которых по времени в силу уравнений возмущенного движения соответственно равны:

1. $V = x_1^6 + x_2^3, \quad \dot{V} = -x_1^6 - x_2^4$

2. $V = 5x_1^4 - 4x_1^2 x_2 + x_2^2, \quad \dot{V} = -4x_1^4 + 2x_1^2 x_2 - x_2^2$

Можно ли воспользоваться этими функциями для определения характера устойчивости движения?

Задача 4. Являются ли приведенные ниже функции знакоопределенными? Знакопостоянными? Если Да, то в какой области?

а) $V(x,y)=\sin^2 x+tg^2 y+1$

б) $V(x,y)=\sin^2 x+\sin^2 y-2\sin x\sin y$

Задача 5. Исследуйте асимптотическую устойчивость нулевого состояния равновесия.

$\dot{x}=-x+y+xy$

$\dot{y}=x-y-x^2-2y^5$ $\qquad V(x,y)=\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{y^2}{2}$

Задача 6. Корни характеристических уравнений таковы:

а) $\lambda_{1,2}=\pm ja, \lambda_3=-c,\quad \lambda_4=d(c>0, d>0)$;

б) $\lambda_{1,2}=0,\quad \lambda_{2,3}=-2\pm\sqrt{3}j, \lambda_4=-0{,}5$;

в) $\lambda_{1,2}=-3\pm 5j,\quad \lambda_{3,4}=\pm\sqrt{5}j,\quad \lambda_{5,6}=2\pm j$.

Какие заключения можно сделать об устойчивости по первому приближению соответствующих состояний равновесия?

Задача 7. С помощью теорем Ляпунова об устойчивости по первому приближению исследовать на устойчивость нулевое состояние равновесия.

$\dot{x}=3xy-x+2y+\sin^2 x,\ \dot{y}=5x^4-3y^3+y^2+2x-3y$.

Задача 8. Найти значения параметров *a* и *b*, при которых асимптотически устойчиво нулевое решение следующих систем.

$\dot{x}=ax-2y+x^2e^{y^2}\ ,\quad \dot{y}=x+y+\sin bxy$.

Задача 9. По характеристическому уравнению D(λ) = 0 определить устойчивость состояния равновесия.

$D(\lambda)=\lambda^5+\lambda^4+2\lambda^3+6$.

Задача 10. Определить в соответствии с предложенной классификацией силы, действующие на механическую систему уравнения возмущенного движения которой представлены в виде:

$$3\ddot{x}_1+\ddot{x}_2+5\dot{x}_1-x_1+2x_2=X_1;$$

$$\ddot{x}_1+\ddot{x}_2-2\dot{x}_1-\dot{x}_2+6x_1+5x_2=X_2.$$

Ответ: Кинетическая энергия этой системы:

$$T=\frac{1}{2}A\dot{\bar{x}}\dot{\bar{x}}=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}3 & 1\\ 1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=\frac{1}{2}(3\dot{x}_1^2+2\dot{x}_1\dot{x}_2+\dot{x}_2^2)$$

Функция Рэлея F и потенциальная энергия Π системы:

$$F=\frac{1}{2}B\dot{\bar{x}}\dot{\bar{x}}=\frac{1}{2}(5\dot{x}_1^2-2\dot{x}_1\dot{x}_2-\dot{x}_2^2)$$

$$\Pi=\frac{1}{2}C\bar{x}\bar{x}=\frac{1}{2}(-x_1^2+8x_1x_2+5x_2^2)$$

Матрицы диссипативных, гироскопических, потенциальных и неконсервативных сил соответственно равны:

$$B\dot{\overline{x}} = \begin{bmatrix} 5\dot{x}_1 & -\dot{x}_2 \\ -\dot{x}_1 & -\dot{x}_2 \end{bmatrix} \quad G\dot{\overline{x}} = \begin{bmatrix} \dot{x}_2 \\ -\dot{x}_1 \end{bmatrix} \quad C\overline{x} = \begin{bmatrix} -x_1 & 4x_2 \\ 4x_1 & 5x_2 \end{bmatrix} \quad P\overline{x} = \begin{bmatrix} -2x_2 \\ 2x_1 \end{bmatrix}$$

Задача 11. Исследовать на устойчивость следующие уравнения возмущенного движения:

$$\dot{x}_1 = \frac{\cos^2 t}{\sqrt{1+\sin^2 t}} x_1^2 - \frac{x_1 x_2^2}{\sqrt{1+\cos^2 t}},$$

$$\dot{x}_2 = \frac{x_1^2 x_2}{\sqrt{1+\cos^2 t}} - x_2^2 .$$

Задача 12. Уравнение возмущенного движения имеет вид:

$$\ddot{x} + (k - 2\cos^2 0.05t)x = 0 \text{ .}$$

Определить, при каких значениях k имеет место параметрических резонанс.

Критерии оценивания:

Результаты решения задач определяются критерием «зачтено» или «не зачтено». Для получения отметки «зачтено» необходимо решить все задачи правильно.

Устный опрос (выполняются в аудитории после изучения теоретического материала и закрепления его на практике, проверяются РООПК-6.1, РООПК-6.2, РОПК-1.1, РОПК-1.2, РОПК-2.1, РОПК-2.2):

Студентам необходимо ответить на следующие вопросы:

1. Понятие устойчивости движения.
2. Понятие асимптотически устойчивого движения.
3. Функции Ляпунова для установившихся движений, их свойства.
4. Критерий Сильвестра.
5. Следствие из теоремы Виета
6. Функции Ляпунова для неустановившихся движений, их свойства.
7. Модель возмущенного движения.
8. Теоремы Ляпунова об устойчивости для установившихся движений.
9. Теоремы Ляпунова о неустойчивости для установившихся движений.
10. Критерии устойчивости и неустойчивости по первому приближению.
11. Условия устойчивости системы, возмущенное движение которой описывается линейными дифференциальными уравнениями с периодическими коэффициентами.
12. Критерий Гурвица.
13. Классификация сил, действующих на движущееся тело, по их математической структуре.
14. Гироскопические силы, их влияние на устойчивость движения.
15. Первая и вторая теорема Томсона и Тета.
16. Третья и четвертая теорема Томсона и Тета.
17. Неконсервативные силы, их влияние на устойчивость движения (3 случая).
18. Классификация колебательных систем.
19. Классификация колебаний.
20. Параметрический резонанс.

Критерии оценивания:

Результаты устного опроса оцениваются на «зачтено», если студент дал правильный ответ, в обратном случае «незачтено».

3. Оценочные материалы итогового контроля (промежуточной аттестации) и критерии оценивания

Промежуточная аттестация проводится в форме зачета с оценкой в устной форме по билету. Билет состоит из двух теоретических вопросов, проверяющих РООПК-6.1, РООПК-6.2, РОПК-1.1, РОПК-1.2, РОПК-2.1, РОПК-2.2.

Перечень первых теоретических вопросов:
1. Понятие устойчивости движения.
2. Составление уравнений возмущенного движения.
3. Функции Ляпунова, их свойства.
4. Критерий Сильвестра.
5. Первая теорема Ляпунова об устойчивости.
6. Вторая теорема Ляпунова об устойчивости.
7.Первая теорема Ляпунова о неустойчивости.
8. Вторая теорема Ляпунова о неустойчивости
9. Условия устойчивости движения линейной автономной системы с постоянными коэффициентами (имеющей простые и кратные корни характеристического уравнения).
10. Теорема Ляпунова о неустойчивости по первому приближению.
11. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению.
12. Критерий Гурвица.
13. Построение функций Ляпунова с помощью связки интегралов.
14. Классификация сил, действующих на движущееся тело, по их математической структуре.
15. Понятие степени неустойчивости. Правило о степени неустойчивости
16. Первая теорема Томсона и Тета.
17. Вторая и третья теорема Томсона и Тета.
18. Четвертая теорема Томсона и Тета.

Перечень вторых теоретических вопросов:
1. Устойчивость движения под действием одних гироскопических сил (теорема 1).
2. Устойчивость движения под действием одних гироскопических сил (теорема 2).
3. Устойчивость движения под действием гироскопических и диссипативных сил (теорема3).
4. Устойчивость движения под действием одних неконсервативных сил.
5. Устойчивость движения под действием неконсервативных и потенциальных сил.
6. Влияние диссипативных сил на устойчивость движения системы, на которую действуют потенциальные и неконсервативные силы (3 частных случая).
7. Функции Ляпунова для неустановившихся движений.
8. Условия устойчивости системы, возмущенное движение которой описывается линейными дифференциальными уравнениями с периодическими коэффициентами.
9. Уравнения Хилла и Матье (общий вид уравнений, общий вид решений уравнения Матье). Понятие определителя Хилла
10. Понятия обычного и параметрического резонанса. Что означает «наступает параметрический резонанс»?
11. Классификация колебательных систем и колебаний.
12. Уравнения собственных колебаний системы с одной степенью свободы в декартовых координатах. Характеристики системы.
13. Уравнения собственных колебаний консервативной системы с двумя степенями свободы. Свойства главных колебаний системы.

14. Суть метода разложения по малому параметру. Преимущества, недостатки метода.
15. Метод Ван-дер-Поля. Уравнения Ван-дер-Поля.
16. Метод построения асимптотических приближений для описания колебаний, определяемых дифференциальным уравнением вида $\frac{d^2x}{dt^2}+\omega^2 x=\varepsilon f(x,\frac{dx}{dt})$: суть метода, практическая применимость.
17. Периодическая возмущающая сила $S(t)$. n-ая гармоника периодической функции $S(t)$. Амплитуда и начальная фаза n-ой гармоники функции S(t). Резонансные колебания.

Критерии оценивания:

Результаты зачета с оценкой определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка «отлично» выставляется, если даны правильные, развернутые ответы на все вопросы в билете.

Оценка «хорошо» выставляется, если студент владеет знаниями дисциплины почти в полном объеме программы; при наводящих вопроса дает самостоятельные ответы.

Оценка «удовлетворительно» выставляется, если студент владеет основным объемом знаний по дисциплине; проявляет затруднения в самостоятельных ответах, оперирует неточными формулировками; в процессе ответов допускаются ошибки по существу вопросов.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если студент не освоил обязательного минимума знаний предмета, не способен ответить на вопросы билета даже при дополнительных наводящих вопросах экзаменатора.

4. Оценочные материалы для проверки остаточных знаний (сформированности компетенций)

Тестирование проверяет РООПК-6.1, РООПК-6.2, РОПК-1.1, РОПК-1.2, РОПК-2.1, РОПК-2.2.

1. Какая из представленных матриц называется матрицей Гурвица?
Выберите один ответ:

$$a.\begin{pmatrix} a_1 & a_3 & a_5\ldots 0 \\ a_0 & a_2 & a_4\ldots 0 \\ 0 & a_1 & a_3\ldots 0 \\ 0 & a_0 & a_2\ldots 0 \\ \ldots\ldots & & \\ 0 & 0 & 0\ \ldots 0 \end{pmatrix} \quad b.\begin{pmatrix} a_1 & a_3 & a_5\ldots 0 \\ a_0 & a_2 & a_4\ldots 0 \\ 0 & a_1 & a_3\ldots 0 \\ 0 & a_0 & a_2\ldots 0 \\ \ldots\ldots & & \\ 0 & 0 & 0\ \ldots a_n \end{pmatrix} \quad c.\begin{pmatrix} a_0 & a_2 & a_4\ldots 0 \\ a_1 & a_3 & a_5\ldots 0 \\ 0 & a_0 & a_2\ldots 0 \\ 0 & a_1 & a_3\ldots 0 \\ \ldots\ldots & & \\ 0 & 0 & 0\ \ldots a_n \end{pmatrix}$$

2. Если невозмущенное движение не только устойчиво, но и все возмущенные движения, для которых начальные возмущения достаточно малы, при неограниченно возрастающем времени стремятся асимптотически к невозмущенному, то:
А. движение неустойчиво
Б. движение устойчиво асимптотически
В. необходимо воспользоваться дополнительными критериями для определения устойчивости (неустойчивости) движения

3. Если функция Ляпунова для некоторого возмущенного движения знакоопределенная положительная, а ее производная знакоопределенная отрицательная, то движение:
А. устойчиво
Б. неустойчиво
В. устойчиво асимптотически

4. Если функция Ляпунова для некоторого возмущенного движения знакопеременная, а ее производная знакоопределенная, то движение:
А. устойчиво
Б. неустойчиво
В. устойчиво асимптотически

5. Является ли нижеприведенная функция функцией Ляпунова?

$$V(x, y) = x^4 + y^2 - y^3$$

А) да
Б) нет

6. Продолжите критерий устойчивости по первому приближению.
Если среди корней характеристического уравнения есть хотя бы один вещественная часть которого положительна, то ……
А) невозмущенное движение неустойчиво
Б) невозмущенное движение устойчиво
В) невозмущенное движение асимптотически устойчиво

7. Продолжите критерий устойчивости по первому приближению.
Если вещественные части некоторых корней характеристического уравнения равны нулю, вещественные части других – отрицательны и нулевые корни соответствуют простым элементарным делителям, то ……
А) невозмущенное движение неустойчиво
Б) невозмущенное движение устойчиво
В) невозмущенное движение асимптотически устойчиво

8. Продолжите критерий устойчивости по первому приближению.
Если вещественные части некоторых корней характеристического уравнения равны нулю, вещественные части других – отрицательны и нулевые корни соответствуют кратным элементарным делителям, то ……
А) невозмущенное движение неустойчиво
Б) невозмущенное движение устойчиво
В) невозмущенное движение асимптотически устойчиво

9. Ниже приведена неполная формулировка теоремы Гурвица. Каких условий не хватает в формулировке теоремы? Выберите правильные ответы.
Для того чтобы корни алгебраического уравнения $a_0\lambda^n + a_1\lambda^{n-1} + ... + a_{n-1}\lambda + a_n = 0$ *имели отрицательные вещественные корни, необходимо и достаточно, чтобы все главные диагональные миноры матрицы Гурвица были положительны.*
А. коэффициенты должны быть вещественными
Б. коэффициенты должны быть четными
В. коэффициенты должны быть положительными
Г. старший член в уравнении должен быть
положительным

10. Если все коэффициенты характеристического уравнения положительные, то можно сделать вывод о том, что:
А. движение устойчиво
Б. движение неустойчиво
В. движение асимптотически устойчиво
Г. необходимо проверять достаточность этого условия

Критерии оценивания: тест считается пройденным, если обучающий ответил правильно на 7 вопросов.

Информация о разработчиках

Усанина Анна Сергеевна, к.ф.-м.н., доцент, ТГУ, доцент кафедры баллситики и гидроаэродинамики