

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Институт прикладной математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДЕНО:
Директор
А. В. Замятин

Оценочные материалы по дисциплине

Математический анализ

по направлению подготовки / специальности

10.05.01 Компьютерная безопасность

Направленность (профиль) подготовки/ специализация:
Анализ безопасности компьютерных систем

Форма обучения
Очная

Квалификация
Специалист по защите информации

Год приема
2024

СОГЛАСОВАНО:
Руководитель ОП
В.Н. Тренькаев

Председатель УМК
С.П. Сущенко

Томск – 2024

1. Компетенции и индикаторы их достижения, проверяемые данными оценочными материалами

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-3 Способен на основании совокупности математических методов разрабатывать, обосновывать и реализовывать процедуры решения задач профессиональной деятельности.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК-3.1 Демонстрирует навыки выполнения стандартных действий, решения типовых задач, формулируемых в рамках базовых математических дисциплин

ИОПК-3.2 Осуществляет применение основных понятий, фактов, концепций, принципов математики и информатики для решения задач профессиональной деятельности

ИОПК-3.3 Выявляет научную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, и применяет соответствующий математический аппарат для их формализации, анализа и выработки решения

2. Оценочные материалы текущего контроля и критерии оценивания

Элементы текущего контроля:

- коллоквиум;
- контрольная работа;

Коллоквиум (ИОПК-3.2, ИОПК-3.3)

Критерии оценивания:

Результаты коллоквиума определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка «отлично» выставляется, если даны правильные ответы на все вопросы билета.

Оценка «хорошо» выставляется, если студент ответил на вопросы, содержащиеся в билете, но с замечаниями.

Оценка «удовлетворительно» выставляется, если студент ответил на один из основных вопросов и на один частично.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если студент не ответил ни на один из вопросов.

Примеры

1. Доказать теорему о двух полицейских.
2. Теорема о непрерывности сложной функции.

1. Формула замены переменной в неопределенном интеграле.
2. Формула Ньютона-Лейбница

1. Непрерывность, интегрирование и дифференцирование по параметру несобственных интегралов.
2. Гамма-функция и ее свойства.

1. Теорема Коши.
2. Изолированные особые точки и их классификация.

Контрольная работа (ИУК 1.1, ИПК-3.3)

Контрольная работа состоит из нескольких задач. Примеры:

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)}{6x} \quad 2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x + 4}{\sqrt[4]{2x^8 + x^3} - 1} \quad 3. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 + 1} - 2x)$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x^2}\right)^{3x^2} \quad 5. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}}{\sqrt{x+1}} \quad 6. \lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x - \sin a}{x - a}$$

$$1. \int \left(\frac{1-x}{x}\right)^2 dx \quad 2. \int \frac{x^4}{1+x^2} dx \quad 3. \int \frac{1}{(x^2-4)(x^2+3)} dx$$

$$4. \int \frac{1}{1+\sqrt{x+1}} dx \quad 5. \int x \cdot \arctg(x) dx$$

1. Исследовать на экстремум функцию $u(x, y, z)$

$$u = (x + 7z) e^{-(x^2 + y^2 + z^2)}$$

$$2. \iint_G (x+y) dx dy, \quad G = \{x^2 + y^2 \leq R^2, \quad y - kx > 0\}$$

1. Найти особые точки функции и определить их характер

$$\frac{1}{1 - e^{z^3}}$$

$$2. \int_{|z|=1} z \cdot \operatorname{tg}(\pi z) dz$$

3. Разложить в ряд Лорана в кольце $1 < |z| < 5$ функцию

$$f(z) = \frac{z-1}{z^2 - 2z - 3}$$

Критерии оценивания.

Результаты контрольной работы определяются оценками «зачтено», «не зачтено».

Оценка «зачтено» ставится, если решены все задания правильно или с незначительными замечаниями.

3. Оценочные материалы итогового контроля (промежуточной аттестации) и критерии оценивания

Промежуточная аттестация включает зачет и экзамен.

Зачет в каждом семестре ставится по результатам выполнения домашних заданий и решения контрольных работ. Во время зачета проверяется достижение ИОПК-3.1, ИОПК-3.2. При успешном прохождении текущего контроля зачет ставится автоматически. Иначе выдаются задания из незачтенных контрольных работ и домашних заданий.

Экзамен в каждом семестре проводится в письменной форме по билетам. Экзаменационный билет состоит из трех вопросов и содержит вопросы по теории.

Продолжительность экзамена 1,5 часа. Во время экзамена проверяется достижение ИОПК-3.2, ИОПК-3.3. Если студент успешно прошел текущий контроль (сдал коллоквиум на оценку «удовлетворительно» и выше), то он может не отвечать на первый вопрос билета.

Примеры экзаменационных билетов.

1. Теоремы о свойствах предела последовательности, связанные с арифметическими операциями
2. Теорема Ролля.
3. Теорема о дифференцировании произведения функций.

1. Доказать формулу Ньютона-Лейбница.
2. Теорема Абеля для степенного ряда.
3. Скалярные функции векторного аргумента. Производная по направлению, свойства. Частные производные.

1. Интегралы, зависящие от параметра.

$$J(y) = \int_a^\infty f(x, y) dx, \quad D = [a, \infty) \times [c, d].$$

Теорема. Пусть $f \in C(D)$, $\int_0^\infty f(x, y) dx$ сходится равномерно на $[c, d]$.

Тогда $J(y) \in C([c, d])$.

2. Формула Грина.

Теорема. Пусть G – плоская область, а γ – ее кусочно-гладкая граница.

Пусть функции $P(x, y)$, $Q(x, y)$, $\frac{\partial P}{\partial y}$, $\frac{\partial Q}{\partial x}$ непрерывны в $\bar{G}$. Тогда

$$\iint_G \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) = \int_{\gamma^+} P dx + Q dy.$$

3. Свойства монотонных функций. Теорема о представлении монотонной функции в виде суммы функции скачков и непрерывной функции.

1. Суммы Дарбу-Стилтьеса. Свойства. Интеграл Стильеса.
2. Вычисление определенного интеграла на конечном промежутке с помощью вычетов.
3. Интегрирующий множитель и его нахождение.

Критерии оценивания:

Результаты экзамена определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка «отлично» выставляется, если даны правильные ответы на все вопросы билета.

Оценка «хорошо» выставляется, если студент ответил на вопросы, содержащиеся в экзаменационном билете, но с замечаниями.

Оценка «удовлетворительно» выставляется, если студент ответил на один из основных вопросов и на один – два частично.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если студент не ответил ни на один из вопросов.

4.Оценочные материалы для проверки остаточных знаний (сформированности компетенций)

1. Производная функции, заданной параметрически.
2. Дифференциал функции.
3. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница.
4. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши.
5. Правило Лопиталя.
6. Определение точки экстремума.
7. Необходимое условие экстремума. Достаточные условия экстремума.
8. Свойства интеграла Римана как функции верхнего предела интегрирования.
9. Существование первообразной у интегрируемой, непрерывной функций. Формула Ньютона-Лейбница.
10. Замена переменной, интегрирование по частям в определенном интеграле.
11. Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме.
12. Геометрические приложения определённого интеграла. Вычисление площади плоских фигур, объема, тела вращения. Спрямолинейные кривые; длина кривой.
13. Теорема о приведении кратного интеграла к последовательным однократным.
14. Формула замены переменной в кратном интеграле.
15. Несобственные кратные интегралы.
16. Вычисление интеграла Пуассона.
17. Криволинейные интегралы первого рода. Определение, свойства. Способ вычисления.
18. Криволинейные интегралы второго рода. Определение, свойства. Способ вычисления.
19. Формула Грина. Вычисление площадей с помощью криволинейных интегралов.
20. Теорема о представлении аналитической в круге функции в виде степенного ряда.
21. Разложение аналитической функции в ряд Лорана. Нахождение коэффициентов.
22. Изолированные особые точки и их классификация.
23. Вычет функции в изолированной особой точке
24. Основная теорема теории вычетов.
25. Вычисление определенного интеграла на бесконечном промежутке с помощью вычетов.
26. Вычисление определенного интеграла на конечном промежутке с помощью вычетов.
27. Преобразование Лапласа. Свойства.

Примеры задач:

Вариант 1	Вариант 2
1. Вычислить интеграл $\iint_D \frac{\ln(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2} dx dy$, где область D задана неравенствами $1 \leq x^2 + y^2 \leq e^2$, $y - x \geq 0$. 2. Вычислить тройной интеграл: $\iiint_G \frac{dG}{(1 + x + y + z)^3}$, если область интегрирования задана уравнениями: $G: x + y = 3, x = 0, y = 2, z = 0$. 3. Найти объем тела, ограниченного поверхностью $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, $x^2 + y^2 + z^2 = 16$, $z^2 = x^2 + y^2$, $y = 0, z = 0, y = x$, $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$.	1. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z = \ln(1 + x^2 + y^2)$, $x^2 + y^2 = 2$, $z = 0$ 2. Найти объем тела, ограниченного поверхностью $\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} = 2z$, $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $z = 0, b > a > 0$ 3. Вычислить тройной интеграл $I = \iiint_T ((x + y)^2 - z) dx dy dz$, где T - область, ограниченная поверхностями: $z = 0, (z - 1)^2 = x^2 + y^2$.

Вариант 1 1. Разложить функцию $f(x)$ в ряд Фурье на отрезке $[-\pi, \pi]$ в тригонометрической форме. 2. Найти разложение функции $f(x)=a, x \in [-\pi, 0), f(x)=-a, x \in (0, \pi], a > 0$ комплексный ряд Фурье. 3. Доказать равенство Парсеваля, привести его тригонометрическую и комплексную формы.	Вариант 2 1. Разложить функцию $f(x)=(x/3)$ в тригонометрический ряд Фурье на отрезке $[-3, 3]$. 2. Разложить функцию $f(x)= x$ в ряд Фурье на отрезке $[-1, 1]$ в комплексной форме. 3. Доказать, что в пространстве $L_2[-a, a]$ система функций $(1, \cos kt, \sin kt)_{k \in \mathbb{N}}$ ортогональная.
---	---

Информация о разработчиках

Воробейчиков Сергей Эрикович, д.ф.-м.н., доцент, профессор каф. системного анализа и математического моделирования.