

МИНОБРНАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Институт прикладной математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ  
Директор института прикладной  
математики и компьютерных наук  
А.В. Замятин  
« 17 » \_\_\_\_\_ 2022 г.



Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине  
(Оценочные средства по дисциплине)

**Введение в теорию вероятностей и математическую статистику**

по направлению подготовки

**09.04.03 Прикладная информатика**

Направленность (профиль) подготовки :

**Цифровизация государственного и муниципального управления**

ОС составил(и):

канд. физ.-мат. наук, доцент  
доцент кафедры теории вероятностей и  
математической статистики

  
И.А. Туренова

Рецензент:

д-р физ.-мат. наук, профессор,  
зав. кафедрой теории вероятностей и  
математической статистики

  
С.П. Моисеева

Оценочные средства одобрены на заседании учебно-методической комиссии  
института прикладной математики и компьютерных наук (УМК ИПМКН).

Протокол от 10.05 2022 г. № 4

Председатель УМК ИПМКН,  
д-р техн. наук, профессор

  
С.П. Сущенко

**Оценочные средства (ОС)** являются элементом системы оценивания сформированности компетенций у обучающихся в целом или на определенном этапе ее формирования.

ОС разрабатывается в соответствии с рабочей программой (РП) дисциплины.

**1. Компетенции и результаты обучения, формируемые в результате освоения дисциплины**

Минимальное требование для выставления «зачета» – достижение сформированности результатов обучения на уровне «отлично», «хорошо», «удовлетворительно»

Компетенция	Индикатор компетенции	Код и наименование результатов обучения (планируемые результаты обучения, характеризующие этапы формирования компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения			
			Отлично (зачтено)	Хорошо (зачтено)	Удовлетворительно (зачтено)	Неудовлетворительно (не зачтено)

<p>ОПК-1. Способен находить, формулировать и решать актуальные проблемы прикладной математики, фундаментальной информатики и информационных технологий</p>	<p>ИОПК-1.1. Анализирует проблемы в области прикладной математики, фундаментальной информатики и информационных технологий.</p>	<p>ОП-1.1. Обучающийся будет:  <b>Знать:</b>  -основы теории вероятностей  - элементы математической статистики  <b>Уметь:</b>  - находить статистические оценки характеристик состояний системы  - проводить сравнение аналитических и эмпирических оценок  - выдвигать и проверять статистические гипотезы.  <b>Владеть:</b>  - навыками применения аппарата прикладного вероятностного анализа для исследования математических моделей и систем  - навыками получения статистических оценок характеристик моделей и систем</p>	<p>Анализирует проблемы в области прикладной математики, фундаментальной информатики и информационных технологий  Демонстрация высокого уровня знаний:  основ теории вероятностей, элементов математической статистики  умений:  находить статистические оценки характеристик состояний системы, проводить сравнение аналитических и эмпирических оценок, выдвигать и проверять статистические гипотезы  навыков:  применения аппарата прикладного вероятностного анализа для исследования математических моделей и систем, получения статистических оценок характеристик моделей и систем</p>	<p>Анализирует проблемы в области прикладной математики, фундаментальной информатики и информационных технологий, но допускает неточности  Сформированные знания:  основ теории вероятностей, элементов математической статистики  умения:  находить статистические оценки характеристик состояний системы, проводить сравнение аналитических и эмпирических оценок, выдвигать и проверять статистические гипотезы  навыки:  применения аппарата прикладного вероятностного анализа для исследования математических моделей и систем, получения статистических оценок характеристик моделей и систем  содержат отдельные пробелы</p>	<p>Анализирует проблемы в области прикладной математики, фундаментальной информатики и информационных технологий, но допускает ошибки  Фрагментарные знания:  основ теории вероятностей, элементов математической статистики  умения:  находить статистические оценки характеристик состояний системы, проводить сравнение аналитических и эмпирических оценок, выдвигать и проверять статистические гипотезы  навыки:  применения аппарата прикладного вероятностного анализа для исследования математических моделей и систем, получения статистических оценок характеристик моделей и систем  содержат отдельные пробелы</p>	<p>Не анализирует проблемы в области прикладной математики, фундаментальной информатики и информационных технологий  Отсутствие: знаний:  основ теории вероятностей, элементов математической статистики  умений:  находить статистические оценки характеристик состояний системы, проводить сравнение аналитических и эмпирических оценок, выдвигать и проверять статистические гипотезы  навыков:  применения аппарата прикладного вероятностного анализа для исследования математических моделей и систем, получения статистических оценок характеристик моделей и систем  содержат отдельные пробелы</p>
--	---	---	--	--	---	--

## 2. Этапы формирования компетенций и виды оценочных средств

№	Этапы формирования компетенций (разделы дисциплины)	Код и наименование результатов обучения	Вид оценочного средства (тесты, задания, кейсы, вопросы и др.)
1.	Тема 1. Случайные события.	ОР-1.1.	Задания рабочей тетради
2.	Тема 2. Случайные величины.	ОР-1.1.	Задания рабочей тетради
3	Тема 3. Случайные векторы.	ОР-1.1.	Задания рабочей тетради
4	Тема 4. Характеристическая и производящая функция.	ОР-1.1.	Задания рабочей тетради
5	Тема 5. Элементы статистики.	ОР-1.1.	Задания рабочей тетради

## 3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки образовательных результатов обучения

3.1. Типовые задания для проведения текущего контроля успеваемости по дисциплине.

Типовые задания рабочей тетради:

Тема 1. Случайные события:

1. Две игральные кости бросаются одновременно. Найти вероятности следующих событий:

А – сумма выпавших очков равна 8;

В – произведение выпавших очков равно 8;

С – сумма выпавших очков больше, чем их произведение.

2. Имеется 55 шариков, которые случайным образом разбрасываются по 10 лункам. Найти вероятность того, что в первую лунку попадет только 1 шарик, во вторую – 2 шарика, в третью – 3, и так далее, и в десятую лунку попадет ровно 10 шариков.

Тема 2. Случайные величины:

1. Производится 10 независимых опытов, в каждом из которых с вероятностью 0,35 появляется событие А. Составить ряд распределения случайной величины X – числа появлений события, противоположного А в 10 опытах. Найти ее математическое ожидание и дисперсию.

2. Случайная величина X имеет распределение Пуассона с математическим ожиданием  $m=3$ . Построить функцию распределения случайной величины X и найти: а) вероятность того, что случайная величина X примет значение меньше, чем ее математическое ожидание; б) вероятность того, что величина X примет положительное значение.

Тема 3. Случайные векторы:

1. В группе из 20 студентов только двое пропустили более половины занятий, и именно они получили оценку «2» на экзамене. Из остальных студентов 5 человек получили оценку «5», 10 человек – оценку «3» и 3 студента получили «3».

Составить таблицу совместного распределения оценки на экзамене ( $X$ ) и индикатора пропуска более половины занятий ( $Y$ ) для выбранного студента. Найти функцию совместного распределения вектора ( $X, Y$ ). Найти маргинальные законы распределения с.в.  $X$  и  $Y$ . Зависимы ли с.в.  $X$  и  $Y$ . Найти математические ожидания  $EX$  и  $EY$ . Найти дисперсии  $DX$  и  $DY$ . Найти  $Cov(X, Y)$ . Найти коэффициент корреляции  $\rho(X, Y)$ . Найти условные законы распределения с.в.  $X$ . Найти  $Cov(20X - 10Y, X - Y)$ . Найти условное математическое ожидание  $EX|Y$  (регрессию  $X$  на  $Y$ ).

2. Имеется урна с 3 белыми и 3 черными шарами. Производится последовательное извлечение шаров (без возвращения) до первого появления белого шара;  $\xi$  – число извлеченных шаров. Далее извлечение шаров продолжается до первого появления черного шара;  $\eta$  – число шаров, извлеченных во второй серии. Требуется составить законы распределения  $(\xi, \eta)$ ,  $\xi$  и  $\eta$ .

Тема 4. Характеристическая и производящая функция:

1. Найти характеристические функции для плотностей вероятностей:

А)  $f(x) = \frac{a}{2} \exp\{-a|x|\}$ ;

Б)  $f(x) = \frac{a}{\pi(a^2 + x^2)}$ ;

В)  $\frac{2 \sin^2 \frac{ax}{2}}{\pi ax^2}$ .

2. Найти распределение вероятностей случайной величины, характеристическая функция которой равна:

А)  $\cos t$ ;

Б)  $\frac{\sin at}{at}$ ;

В)  $\frac{a}{a+it}$ .

Тема 5. Элементы статистики.

1. Через каждый час измерялось напряжение в электросети. При этом были получены следующие значения (в вольтах):

227, 219, 215, 230, 232, 223, 220, 222, 218, 219, 222, 221, 227, 226, 226, 209, 211, 215, 218, 220, 216, 220, 221, 225, 224, 212, 217, 219, 220

Построить гистограмму, полигон частот, эмпирическую функцию распределения; оценить вероятность того, что напряжение не превосходит 220 В.

2. Построить доверительные интервалы для вероятности успеха  $p$  в одном опыте:

а)  $n = 60$ ;  $m = 15$ ;  $\gamma = 0,95$ ;

б)  $n = 200$ ;  $m = 70$ ;  $\gamma = 0,9$ ;

2.2. Типовые задания для проведения промежуточной аттестации по дисциплине.

Примерный вариант индивидуального набора заданий:

1. В лифт семиэтажного дома на первом этаже вошли три человека. Каждый из них с одинаковой вероятностью выходит на любом из этажей, начиная со второго. Найти вероятности следующих событий:

А – все пассажиры выйдут на четвертом этаже;

В – все пассажиры выйдут одновременно ( на одном и том же этаже);

С – все пассажиры выйдут на разных этажах.

2. Техническое устройство состоит из трех узлов. В первом узле  $n_1$  элементов, во втором  $n_2$ , в третьем  $n_3$  элементов. Первый узел безусловно необходим для работы устройства, второй и третий – дублируют друг друга. Время исправной работы каждого элемента распределено по показательному закону, среднее время работы элементов первого узла  $t_1$ , второго –  $t_2$ , третьего –  $t_3$ . Первый узел выходит из строя, если в нем отказало не менее двух элементов, второй узел, как и дублирующий его третий, выходит из строя при отказе хотя бы одного элемента. Для выхода из строя технического устройства достаточно, чтобы вышел из строя первый узел или второй и третий узлы вместе. Найти вероятность того, что за время  $T$  техническое устройство выйдет из строя.
3. При выяснении причин недостачи драгоценных металлов в ювелирном магазине установлено, что их взвешивание производится на весах, цена деления которых равна 0,1 г, а показания весов округляются при взвешивании до ближайшего деления их шкалы, причём округления на любые значения от  $-0,05$  до  $0,05$  равновероятны. Оценить возможность возникновения ошибки более, чем на 0,03 г, вычислить математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение потерь.
4. Найти распределение вероятностей случайной величины, характеристическая функция которой равна  $\cos^2 t$ .
5. Как изменятся выборочные среднее и дисперсия, если результаты наблюдения подвергнуть преобразованию масштаба, т.е. увеличить или уменьшить одновременно в  $k$  раз?

#### **4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания образовательных результатов обучения**

4.1. Методические материалы для оценки текущего контроля успеваемости по дисциплине.

Задание из рабочей тетради считается выполненным «верно», если выполняются следующие требования:

- получен правильный ответ на каждый поставленный вопрос задачи;
- верно выполнены все требования условия задачи (построение графика, диаграммы и т.п.)
- представлен и аргументирован ход решения задачи (вычисления, используемые формулы).

В противном случае задание не может считаться выполненным «верно».

4.2. Методические материалы для проведения промежуточной аттестации по дисциплине.

Промежуточная аттестация проводится в виде зачета, оценка «зачет» или «незачет» выставляется согласно следующим критериям:

«зачет» выставляется на основе верного выполнения более 80% заданий рабочей тетради;

«незачет» выставляется на основе верного выполнения менее 30% заданий рабочей тетради.

При верном выполнении от 30% до 80% заданий рабочей тетради проводится дополнительное оценочное мероприятие – индивидуальный контрольный набор из 5 задач, по одной задаче по каждой теме курса. В этом случае оценка «зачет» выставляется



при условии правильного решения всех задач индивидуального контрольного набора, в противном случае выставляется оценка «**незачет**».