

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Институт прикладной математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ:

Директор



А.В. Замятин

2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Вычислительная математика

по направлению подготовки

02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии

Направленность (профиль) подготовки:

Искусственный интеллект и разработка программных продуктов

Форма обучения

Очная

Квалификация

Бакалавр

Год приема

2024

Код дисциплины в учебном плане: Б1.О.02.09

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ОП

А.В. Замятин

Председатель УМК

С.П. Сущенко

Томск - 2024

1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

– ОПК-1 – способность применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности;

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК-1.3. Знать подходы для исследования информационных систем и их компонент.

ИОПК-1.2. Уметь использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности.

ИОПК-1.1. Уметь применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук.

2. Задачи освоения дисциплины

– Освоить аппарат основ вычислительной математики.

– Научиться применять понятийный аппарат вычислительной математики для решения практических задач профессиональной деятельности.

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к обязательной части образовательной программы. Дисциплина входит в модуль Математика.

4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине

Третий семестр, экзамен

5. Входные требования для освоения дисциплины

Для успешного освоения дисциплины требуются результаты обучения по следующим дисциплинам: Математический анализ, Алгебра и геометрия, Основы программирования.

6. Язык реализации

Русский

7. Объем дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 часов, из которых:

-лекции: 32 ч.

-лабораторные: 32 ч.

в том числе практическая подготовка: 0 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

8. Содержание дисциплины, структурированное по темам

Тема 1. Приближенные числа. Теория погрешностей.

Краткое содержание темы. Понятие приближенного числа, абсолютная и относительная погрешности, предельные абсолютная и относительная погрешности. Основные источники погрешностей. Десятичная запись приближенного числа. Значащие цифры. Число верных знаков приближенного числа. Правила округления. Неустранимые погрешности, погрешность суммы, разности, произведения, частного. Потеря точности

при вычитании. Погрешность общей функциональной зависимости – прямая задача теории погрешностей. Обратная задача теории погрешностей

Тема 2. Вычисление значений функций

Краткое содержание темы. Вычисление значения полинома (схема Горнера). Приближенное нахождение суммы числовых рядов. Вычисление значений аналитических функций: экспоненты, показательной функции, логарифмической, тригонометрических функций, гиперболических функций. Интерактивные методы вычисления значений функций. Процесс Герона.

Тема 3. Приближенное решение алгебраических и трансцендентных уравнений

Краткое содержание темы. Понятие отделенного корня. Процесс отделения корней. Точность решения, общая формула для погрешности корня. Графический метод решения уравнения. Метод половинного деления (дихотомия). Характеристики точности. Метод пропорциональных частей (метод хорд), характеристики точности. Метод Ньютона (касательных), характеристики точности. Комбинированные методы.

Тема 4. Приближенное решение систем нелинейных уравнений

Краткое содержание темы. Общая постановка и запись задачи. Метод простых итераций. Метод Ньютона, существование решения и сходимости.

Тема 5. Собственные числа и собственные вектора

Краткое содержание темы. Развертывание характеристического (векового) определителя. Понятие подобия матриц. Метод Данилевского. Метод вращений.

Тема 6. Решение систем линейных уравнений

Краткое содержание темы. Некоторые вопросы матричной алгебры: абсолютная величина и норма матриц, предел матрицы, матричные ряды, блочные матрицы, треугольные матрицы, представление неособенной матрицы через треугольные матрицы. Вычисление определителя матрицы. Метод Гаусса. Метод квадратных корней. Схема Холецкого. Метод итерации. Условие сходимости. Приведение системы к виду, допускающему использования метода итераций. Метод Зейделя. Метод релаксации. Сходимость итерационных методов решения систем линейных уравнений. Оценка погрешности приближений итерационного процесса.

Тема 7. Методы интерполирования функций

Краткое содержание темы. Постановка задачи интерполирования. Интерполяционная формула Лагранжа. Оценка погрешности. Определение сплайн функции одной переменной. Квадратичные сплайны одной переменной, применение к задаче интерполирования, локальные свойства, алгоритм построения.

Тема 8. Приближенное интегрирование

Краткое содержание темы. Понятие квадратурной формулы. Формула, на основе интерполяционного полинома Лагранжа. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса. Формула Симпсона, ее точность. Квадратурная формула Чебышева. Квадратурная формула Гаусса. Приближенное вычисление несобственных интегралов. Вычисление двойных интегралов, понятие кубатурной формулы. Кубатурная формула Симпсона.

9. Текущий контроль по дисциплине

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проведения контрольных работ, тестов по лекционному материалу, выполнения лабораторных работ и фиксируется в форме контрольной точки не менее трех раз в семестр.

Лабораторные работы первой части оцениваются по пятибалльной шкале. Лабораторные работы второй части оцениваются по 20-и балльной шкале. Контрольные работы и тест оцениваются суммарно по 30-и балльной шкале. Всего предусмотрено восемь лабораторных первой части, три лабораторных работы второй части и три контрольных работы с тестом.

10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

Экзамен в третьем семестре проводится в письменной форме по билетам для студентов, получивших неудовлетворительную оценку по результатам текущего контроля успеваемости. Студент допускается к экзамену в случае, если он сдал все лабораторные работы. Экзаменационный билет состоит из двух частей. Продолжительность экзамена 1,5 часа.

Первая часть представляет собой вопрос по лекционному курсу разделов 1-8, проверяющих ИОПК-1.3. Ответ на вопрос первой части дается в виде письменного ответа с развернутым изложением материала.

Вторая часть содержит одну задачу, проверяющую ИОПК-1.2 и ИОПК-1.3. Ответ на вопрос второй части дается в развернутой форме и предполагает программную реализацию предлагаемой задачи с теоретическим обоснованием решения и интерпретацией полученных результатов.

Примерный перечень теоретических вопросов

1. Приближенные числа, абсолютная и относительная погрешности, соотношения между ними, источники погрешности.
2. Верные значащие цифры, связь количества верных значащих цифр и относительной погрешности.
3. Погрешность алгебраической суммы и произведения приближенных чисел.
4. Прямая и обратная задачи теории погрешностей. Их суть и решение.
5. Вычисление с заданной точностью суммы сходящегося числового ряда.
6. Вычисление значения полинома по схеме Горнера.
7. Итеративный метод вычисления значения функции, вычисление квадратного корня по методу Герона.
8. Вычисление с заданной точностью значения экспоненты.
9. Вычисление с заданной точностью значения натурального логарифма.
10. Задача поиска корня функции, Общая теорема о погрешности приближенного значения корня. Метод дихотомии для поиска корня функции.
12. Метод хорд для поиска корня функции, условие сходимости, оценка погрешности.
13. Поиск корня функции методом Ньютона, оценка точности, условие сходимости.
14. Геометрическая интерпретация метода хорд и метода Ньютона.
15. Модификации метода Ньютона.
16. Метод простых итераций для поиска корня функции. Условие сходимости метода. Оценка точности метода. Геометрическая интерпретация.
17. Вычисление определителя квадратной матрицы произвольного размера.
18. Решение систем линейных уравнений методом квадратного корня.
19. Решение систем линейных уравнений методом Халецкого.
20. Метод итераций для решения систем линейных уравнений, условие сходимости.
21. Решение систем линейных уравнений методом Зейделя.
22. Решение систем линейных уравнений методом релаксации.
23. Оценка погрешности решения систем линейных уравнение методом итерации.

24. Решение систем нелинейных уравнений методом Ньютона.
25. Получение характеристического полинома квадратной матрицы методом Данилевского.
26. Нахождение собственных векторов матрицы методом Данилевского.
27. Нахождение собственных чисел и векторов методом вращений.
28. Задача интерполирования. Интерполяционная формула Лагранжа.
29. Оценка погрешности интерполяционной формулы Лагранжа.
30. Интерполяционный параболический сплайн.
31. Приближенное вычисление однократных определенных интегралов. Квадратурная формула трапеций, Симпсона.
33. Квадратурная формула Чебышева.
34. Квадратурная формула Гаусса.

Примеры задач:

1. Решение уравнений (нахождение корней функций) с заданной точностью методом итераций.

Цель работы: изучение метода итераций для нахождения корней функции с заданной точностью.

Описание: При выполнении работы необходимо изучить математические основы метода итераций, получить расчетные формулы для итеративного процесса, связанного с заданной точностью поиска корня. Составить, отладить и продемонстрировать компьютерную программу, реализующую данный метод.

2. Решение систем линейных уравнений методом квадратных корней

Цель работы: Изучение метода квадратных корней для решения систем линейных уравнений.

Описание: При выполнении работы необходимо изучить математические основы метода квадратных корней, получить расчетные формулы поиска решений. Составить, отладить и продемонстрировать компьютерную программу, реализующую данный метод.

3. Решение систем нелинейных уравнений методом Ньютона.

Цель работы: Изучение метода Ньютона для решения систем нелинейных уравнений.

Описание: При выполнении работы необходимо изучить математические основы метода Ньютона, получить расчетные формулы для поиска решений. Составить, отладить и продемонстрировать компьютерную программу, реализующую данный метод.

4. Нахождение характеристического многочлена, собственных чисел и собственных векторов методом Данилевского.

Цель работы: Изучение метода Данилевского для решения проблемы собственных чисел и собственных векторов квадратной матрицы.

Описание: При выполнении работы необходимо изучить математические основы метода Данилевского, получить расчетные формулы для определения коэффициентов характеристического полинома матрицы и компонентов собственных векторов. Составить, отладить и продемонстрировать компьютерную программу, реализующую данный метод.

5. Построение параболического интерполяционного сплайна для таблично заданной функции.

Цель работы: Изучение параболического интерполяционного сплайна функции одной переменной.

Описание: При выполнении работы необходимо изучить математические основы метода построения по данным таблично заданной функции кубического

интерполяционного сплайна, получить расчетные формулы для поиска решений. Составить, отладить и продемонстрировать компьютерную программу, реализующую данный метод.

6. Вычисление значений определенных интегралов по квадратурной формуле Чебышева.

Цель работы: Изучение метода численного интегрирования функций методом Чебышева.

Описание: При выполнении работы необходимо изучить математические основы квадратурной формулы Чебышева, получить расчетные формулы для построения такой формулы. Составить, отладить и продемонстрировать компьютерную программу, реализующую данный метод.

Видом промежуточной аттестации является экзамен. Оценка за экзамен выставляется на основе выполненных лабораторных и контрольных работ и тестов. Применяется рейтинговая система для оценки текущей успеваемости обучающихся.

Результаты экзамена определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Пересчет баллов в оценки промежуточной успеваемости

Баллы на дату контрольной точки	Оценка
$\geq 90\%$ от максимальной суммы баллов	5 (зачтено)
От 70% до 89% от максимальной суммы баллов	4 (зачтено)
От 60% до 69% от максимальной суммы баллов	3 (зачтено)
$< 60\%$ от максимальной суммы баллов	2 (незачтено)

11. Учебно-методическое обеспечение

а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «Moodle» - <https://moodle.tsu.ru/course/view.php?id=6342>

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.

в) Методические указания по проведению лабораторных работ.

12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

а) основная литература:

– Демидович Б. Основы вычислительной математики / Б.Демидович, И. Марон :- Учебник для вузов: 3-е изд. . испр.:- М. Наука. 1966. - 664 с.

б) дополнительная литература:

– Основные методы вычислительной математики :учебное пособие / М.А.Фадеева, К.А. Марков. Санкт-Петербург: Лань, 2008. 154 с.

– Методы вычислений Т.1. [Учебное пособие для университетов] / И.С. Березин, Н.П. Жидков; Ред. Б.М. Будак. - М. : Наука, Физматлит, 1960. – 632 с.

– Методы вычислений Т.2. [Учебное пособие для университетов] / И.С. Березин, Н.П. Жидков; Ред. Б.М. Будак, А.Д. Горбунов - М. : Физматлит, 1966. – 620 с.

– Марчук Г.И. Методы вычислительной математики / Г.И. Марчук:- Главная редакция физ-мат литературы:- М. Наука. 1977 - 456 с.

13. Перечень информационных технологий

а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

- Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint;
- Microsoft Visual Studio;
- MathCAD;

б) информационные справочные системы:

- Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ –
<http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>
- Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ –
<http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>
- ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>

14. Материально-техническое обеспечение

Аудитории для проведения занятий лекционного типа и аудитории для проведения лабораторных занятий.

Аудитория для проведения лекционных занятий должна быть оснащена мультимедийным оборудованием с доступом в интернет (проектор, экран, монитор, системный блок). Для проведения лабораторных занятий требуется наличие компьютерной техники с установленным соответствующим программным обеспечением. При освоении дисциплины используются компьютерные классы ИПМКН ТГУ с доступом к ресурсам Научной библиотеки ТГУ, в том числе отечественным и зарубежным периодическим изданиям и Интернета.

Виртуальные аудитории для проведения занятий лекционного и лабораторного типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации в смешенном формате («Moodle»).

15. Информация о разработчиках

Романович Ольга Владимировна, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры теоретических основ информатики ТГУ;

Лапатин Иван Леонидович, канд. техн. наук, доцент кафедры прикладной информатики ТГУ.