

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ:  
Декан ММФ ТГУ  
Л. В. Гензе

Оценочные материалы по дисциплине

**Решение нестандартных математических задач**

по направлению подготовки

**01.04.01 Математика**

Направленность (профиль) подготовки :  
**Фундаментальная математика**

Форма обучения  
**Очная**

Квалификация  
**Магистр**

Год приема  
**2023**

СОГЛАСОВАНО:  
Руководитель ОП  
П.А. Крылов

Председатель УМК  
Е.А. Тарасов

Томск – 2023

## **1. Компетенции и индикаторы их достижения, проверяемые данными оценочными материалами**

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики.

ОПК-3 Способен использовать знания в сфере математики при осуществлении педагогической деятельности.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК 1.1 Формулирует поставленную задачу, пользуется языком предметной области, обоснованно выбирает метод решения задачи.

ИОПК 3.1 Популярно и доступно излагает современные научные достижения в сфере математики для аудитории различного уровня

## **2. Оценочные материалы текущего контроля и критерии оценивания**

Элементы текущего контроля:

– проверка выполнения домашних заданий (ИОПК 1.1);

– выступления у доски с объяснением домашних заданий (ИОПК 3.1);

Примеры задач для выполнения домашних заданий.

Какой знак надо поставить между написанными рядом цифрами 2 и 3, чтобы получилось число, большее двух, но меньшее трёх?

У одного человека не было карманных часов, а были только стенные, которые однажды остановились. Он отправился к своему знакомому, часы которого шли безукоризненно, узнал время и, не задерживаясь долго, вернулся домой. Дома он быстро произвёл несложные вычисления и поставил стрелки стенных часов в положение, соответствующее точному времени. Как он действовал и рассуждал, если предварительно ему не было известно, сколько времени занимает дорога?

Пять землекопов за 5 часов выкапывают 5 м канавы. Сколько потребуется землекопов, для того чтобы выкопать 100 м канавы за 100 часов?

На острове живут два племени: рыцарей, которые всегда говорят правду, и лжецов, которые всегда обманывают. Как-то раз встретились два островитянина и один сказал другому: «По крайней мере один из нас – лжец». История умалчивает, ответил ли ему на это что-либо собеседник. Тем не менее определите, кем являются оба.

Петя и Коля купили по коробке конфет. В каждой коробке находится 12 конфет. Петя из своей коробки съел несколько конфет, а Коля из своей коробки съел столько конфет, сколько осталось в коробке у Пети. Сколько конфет осталось на двоих у Пети и Коли?

У стола отпилили один угол. Сколько углов у него теперь? А сколько углов будет, если отпилить два, три, четыре угла?

Отец с двумя сыновьями отправился в поход. На их пути встретилась река, у берега которой находился плот. Он выдерживает на воде или отца, или двух сыновей. Как переправиться на другой берег отцу и сыновьям?

К реке одновременно подошли три купца и три разбойника. Всем необходимо было переправиться на другой, противоположный берег. У берега стояла лодка, которая могла вместить только двух человек. Если во время переправы на том или ином берегу число купцов и разбойников будет одинаковым, то разбойники не тронут купцов; если же число разбойников превысит число купцов, то разбойники убьют купцов. Перед купцами стояла сложная задача, но она легко была ими решена — все перебрались на тот берег и жертв не было. Как сумели переправиться на тот берег купцы и разбойники, если при этом не было жертв?

Коле, Толе и их отцу нужно успеть добраться из деревни, где они живут, до железнодорожной станции за 3 часа, чтобы не опоздать на поезд. Расстояние до станции 33

км. У отца есть скутер, скорость которого без пассажира 25 км/ч, а с пассажиром – 20 км/ч (двух пассажиров на скутере перевозить нельзя). Каждый из мальчиков идет по дороге со скоростью 5 км/ч. Докажите, что все трое смогут добраться до станции за 3 часа.

Среди 101 одинаковых по виду монет одна фальшивая, отличающаяся по весу. Как с помощью чашечных весов без гирь за два взвешивания определить, легче или тяжелее фальшивая монета? Находить фальшивую монету не требуется.

Имеется 5 монет, среди которых есть по крайней мере одна настоящая и по крайней мере одна фальшивая. Каждая настоящая монета весит 2 грамма, каждая фальшивая – 1 грамм. Как за три взвешивания на чашечных весах без гирь определить, сколько среди данных пяти монет имеется настоящих (1, 2, 3 или 4)?

Разрежьте клетчатый прямоугольник размером  $2 \times 5$  на 4 неравных друг другу прямоугольников.

Разрежьте клетчатый прямоугольник размером  $4 \times 9$  на две части так, чтобы из них можно было сложить квадрат.

В примере на сложение после замены одинаковых цифр одинаковыми буквами, а разных – разными, получилось РЕШИ + РЕБУС = СКОРЕЙ. Восстановите исходные цифры.

Найдите наибольшее натуральное число, вычёркиванием цифр которого нельзя получить число, кратное трём.

На доске написано 12. В течение каждой минуты число либо умножают, либо делят либо на 2, либо на 3, и результат записывают на доску вместо исходного числа. Покажите, как таким образом можно через час получить число 72. Докажите, что число, которое будет написано на доске ровно через час, не будет равно 54.

Незнайка очень внимательно умножил 111122223333 на 123 и получил 13666033469959. Найдите причину, по которой Знайка может, не пересчитывая сказать, что Незнайка умножать большие числа не умеет.

На тридцати карточках, лежащих на столе, написаны числа 1, 2, ..., 30 (на каждой карточке по одному числу, каждое число встречается ровно один раз). Петя и Вася по очереди берут по одной карточке со стола. Выигрывает тот, у кого первым найдётся несколько карточек (не обязательно использовать все имеющиеся), сумма чисел на которых равна 31. Первый ход делает Петя. Кто из игроков сможет обеспечить себе выигрыш независимо от ходов противника и как он должен для этого играть?

Перед Петей и Васей лежат две кучи конфет и коробка. Они играют в следующую игру. Каждый из них по очереди одну кучу конфет перекладывает в коробку, а другую делит на две меньшие кучки (в каждой из которых есть хотя бы одна конфета). Проигрывает тот, в свою очередь не сможет сделать ход по правилам. Первым ходит Петя. Кто из мальчиков выиграет при правильной игре, если в начале игры в одной из кучек было 2015 конфет, а в другой 2016?

Каждое домашнее задание состоит из 8-10 задач (в зависимости от их сложности).

Критерии оценивания:

Результаты выполнения домашнего задания определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка «отлично» выставляется, если верно решены все домашние задачи (допускается одна арифметическая ошибка и не более двух недочетов по точности и полноте обоснования всех шагов решения).

Оценка «хорошо» выставляется, если верно решены все задачи, кроме, возможно, одной или двух задач (допускается не более трех арифметических ошибок и не более пяти недочетов по точности и полноте обоснования всех шагов решения).

Оценка «удовлетворительно» выставляется, если верно решено более половины задач (допускаются арифметические ошибки и недочеты по точности и полноте обоснования всех шагов решения).

Результаты выступления у доски с объяснением домашних заданий определяются оценками «зачтено», «не зачтено».

Оценка «зачтено» выставляется, если представлено полное решение, изложенное грамотным языком и доступным для понимания образом, при этом преподаватель и слушатели могут помогать выступающему наводящими вопросами.

### **3. Оценочные материалы итогового контроля (промежуточной аттестации) и критерии оценивания**

Зачет с оценкой в первом семестре проводится в письменной форме по билетам. Билет содержит два теоретических вопроса. Все ответы на теоретические вопросы должны сопровождаться приведением примеров соответствующих нестандартных задач и рассмотрением методических приемов по обучению решению этих задач. Продолжительность зачета 1 часа.

Если студент не выполнил в течение семестра домашнее задание по какой-либо из тем, то он получает на зачете дополнительное задание в виде задачи на данную тему. При этом время зачета увеличивается на 30 минут для каждой дополнительной задачи.

Перечень теоретических вопросов

1. Задачи на сообразительность. Головоломки. Задачи-шутки.
2. Логические задачи.
3. Задачи на переправы и разъезды.
4. Задачи на взвешивания и переливания.
5. Математические игры. Симметричные стратегии и задачи, решаемые с конца.
6. Задачи на вычеркивание и приписывание цифр, числовые ребусы.
7. Числовые фокусы и числовые закономерности.
8. Задачи на разрезания и перекладывание фигур.
9. Задачи на развертки и построения. Флексагоны.
10. Эффект «плюс-минус один» при решении задач.
11. Подсчет двумя способами при решении задач.
12. Задачи, решаемые методом «оценка + пример».
13. Применение инвариантов при решении задач.
14. Применение принципа Дирихле при решении задач.
15. Применение дискретной непрерывности при решении задач.

Результаты зачета с оценкой определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка «отлично» ставится за исчерпывающий, точный ответ, демонстрирующий хорошее знание и понимание теоретического материала, свободное владение математическим аппаратом и методическими приемами, умение излагать материал последовательно, делать необходимые обобщения и выводы.

Оценка «хорошо» ставится за ответ, обнаруживающий достаточное знание и понимание теоретического материала, владение методическими приемами, умение излагать материал последовательно и грамотно. В ответе может быть недостаточно полно развернута аргументация, возможны отдельные недостатки в формулировке выводов или в методической обоснованности выбора формы подачи материала.

Оценка «удовлетворительно» ставится за ответ, в котором материал раскрыт в основном правильно, но недостаточно полно, с отклонениями от последовательности изложения или методически непродуманно. Математически строгие доказательства

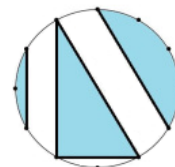
подменяются правдоподобными рассуждениями, нет полноценных обобщений и выводов, форма подачи материала не выверена.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если ответ обнаруживает незнание теоретического материала и неумение его анализировать, в ответе отсутствуют необходимые математические примеры; нарушены логика и методическая обоснованность в изложении материала, нет необходимых обобщений и выводов.

#### 4. Оценочные материалы для проверки остаточных знаний (сформированности компетенций)

##### Тест

1. Таня загадала натуральное число  $n$  и записала про него утверждения: « $2n$  больше 70»; « $n$  меньше 100»; « $3n$  больше 25»; « $n$  не меньше 10»; « $n$  больше 5». Оказалось, что только три из утверждений верны. Какое число загадала Таня?  
а) 6; б) 7; в) 8; г) 9; д) 10; е) 11; ж) 12.
2. У плотника имеется квадратная деревянная пластина с стороной 14 см. Он вырезает из этой пластины прямоугольные заготовки со сторонами 1 см и 4 см. Какое наибольшее число заготовок сможет получить плотник?  
а) 42; б) 43; в) 44; г) 45; д) 46; е) 47; ж) 48.
3. Ручки в магазине продавали по 40 рублей. Затем их цену снизили до целого числа рублей, большего 20. Весь запас ручек был продан за 561 рубль. На сколько рублей была снижена цена?  
а) 5; б) 6; в) 7; г) 8; д) 9; е) 10; ж) 11.
4. Окружность точками разбита на 12 равных дуг. Найдите площадь всего круга, если площадь закрашенной части равна 12.  
а) 15; б) 16; в) 18; г) 20; д) 24; е) 27; ж) 30.
5. Кот сбежал из дома. Через 30 минут хозяин поехал за ним на велосипеде. Догнав кота, хозяин тут же вернулся с ним домой. Сколько минут кота не было дома, если скорость кота 12 км/ч, а велосипеда – 18 км/ч?  
а) 120; б) 150; в) 180; г) 210; д) 240; е) 270; ж) 300.
6. Палиндром – это слово, одинаково читающееся слева направо и справа налево (например, «МАДАМ»). Сколько различных пятибуквенных палиндромов (не обязательно имеющих смысл) можно составить, используя какие-то 5 из 8 карточек, на каждой из которых написано по одной букве слова «ДЕЛИТЕЛЬ»?  
а) 1; б) 2; в) 4; г) 6; д) 8; е) 12; ж) 16.
7. Выполнив сложение в столбик, Анжела зашифровала каждую цифру примера некоторой буквой. Какое наибольшее значение могло быть у суммы КУРС?  
а) 9876; б) 9875; в) 9874; г) 9873; д) 9872; е) 9786; ж) 9785.
8. Насте 7 лет, её младшей сестрёнке Вике 4 годика, а старшему брату Андрею 17 лет. Через сколько лет возраст Андрея станет равным сумме возрастов его сестёр?  
а) 6; б) 7; в) 8; г) 9; д) 10; е) 11; ж) 12.



+ **МИР  
КРАЙ  
КУРС**

Ключи: 1 г), 2 ж), 3 в), 4 д), 5 б), 6 д), 7 г), 8 а).

#### Информация о разработчиках

Гриншпон Яков Самуилович, кандидат физико-математических наук, доцент, Томский государственный университет, доцент кафедры общей математики