

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ:
Декан ММФ ТГУ

Л. В.Гензе

Рабочая программа дисциплины

Римановы поверхности

по направлению подготовки

01.03.01 Математика, 02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль) подготовки :

**Основы научно-исследовательской деятельности в области математики
Основы научно-исследовательской деятельности в области математики и
компьютерных наук**

Форма обучения

Очная

Квалификация

Бакалавр

Год приема

2023

СОГЛАСОВАНО:
Руководитель ОП
Л. В.Гензе

Председатель УМК
Е.А.Тарасов

Томск – 2023

1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-4 Способен проводить под научным руководством исследование на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности.

ПК-1 Способен проводить научно-исследовательские разработки по отдельным разделам выбранной темы.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК 4.1 Проводит поиск и обработку научной и научно-технической информации, необходимой для решения исследовательских задач

ИОПК 4.2 Оценивает полученные результаты и формулирует выводы по итогам проведенных исследований

ИПК 1.1 Проводит работы по обработке и анализу научно-технической информации и результатов исследований

ИПК 1.2 Подготавливает планы и программы проведения отдельных этапов научно-исследовательской работы

ИПК 1.3 Проводит отдельные этапы научно-исследовательской работы

2. Задачи освоения дисциплины

Фундаментальная подготовка и формирование прочных теоретических знаний и практических навыков для возможности дальнейшего развития комплексного анализа и использование его в прикладных задачах.

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к Блоку 1 «Дисциплина (модули)».

Дисциплина относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений, предлагается обучающимся на выбор.

4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине

Восьмой семестр, зачет

5. Входные требования для освоения дисциплины

Для успешного освоения дисциплины требуются следующие пререквизиты: «Математический анализ», «Геометрия», «Алгебра», «Дифференциальные уравнения», «Комплексный анализ».

6. Язык реализации

Русский

7. Объем дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 з.е., 72 часов, из которых:
-лекции: 32 ч.

в том числе практическая подготовка: 32 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

8. Содержание дисциплины, структурированное по темам

Тема 1. Риманова поверхность как одномерные комплексные многообразия

Морфизмы римановых поверхностей. Мероморфные функции на римановой поверхности. Дивизоры. Риманова поверхность алгебраической функции. Топологические свойства отображений римановых поверхностей. Формула Гурвица. Анализ на римановых поверхностях: касательные вектора, дифференциальные формы, интегрирование внешних дифференциалов. Периоды. Изоморфизм де Рама. Голоморфные и мероморфные дифференциалы. Канонические дивизоры. Род. Билинейные соотношения Римана.

Тема 2. Римановы поверхности как алгебраические кривые

Дивизоры и линейные расслоения. Двойственность Серра. Теорема Римана-Роха. Линейные расслоения и якобианы. Линейные расслоения на якобианах и θ -функции. Теорема Абеля. Теорема обращения Якоби. Проективная двойственность. Формулы Плюккера для плоских кривых. Точки Вейерштрасса.

Тема 3. Униформизация и пространство модулей

Униформизация римановых поверхностей. Деформации комплексной структуры. Пространство Тейхмюллера римановых поверхностей рода g . Пространство Тейхмюллера и пространство модулей поверхностей рода 1. Теорема Римана об особенностях. Теорема Торелли. Схемы Гильберта. Геометрическая теория инвариантов. Каноническое вложение кривых. Пространство модулей кривых. Стабильные кривые.

9. Текущий контроль по дисциплине

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проведения контрольных работ, опроса по лекционному материалу, выполнения домашних заданий и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

Зачет в восьмом семестре проводится в письменной форме по билетам. Билет содержит теоретический вопрос. Продолжительность зачета 1,5 часа.

Примерный перечень теоретических вопросов

- 1) Определение римановой поверхности с помощью аналитических атласов.
- 2) Род римановой поверхности. Формула Римана-Гурвица.
- 3) Накрытия римановых поверхностей. Универсальная накрывающая.
- 4) Теорема об униформизации.
- 5) Универсальное накрытие над тором.
- 6) Голоморфные и мероморфные функции на римановой поверхности.
- 7) Теорема Лиувилля.
- 8) Теорема о сохранении области.
- 9) Принцип максимума модуля.
- 10) Теорема единственности для аналитических функций на римановой поверхности.
- 11) Фундаментальная группа поверхности.
- 12) Первая группа гомологий и ее связь с фундаментальной группой.
- 13) Пространство модулей поверхностей рода 1
- 14) Параболические, эллиптические и гиперболические римановы поверхности.
- 15) Пространство Тейхмюллера
- 16) Теоремы Римана-Роха

При ответе на вопросы теста оценивается полнота и точность ответа, логичность и аргументированность изложения материала, умения использовать в ответе фактический

материал. Для выставления текущей успеваемости при контроле СРС рекомендуется использовать следующую таблицу.

Оценка результатов контроля СРС	Критерии соответствия
(отлично)	Дан правильный и развернутый ответ на вопрос. Студент четко и логично изложил свой ответ на поставленный в тесте вопрос.
(хорошо)	Дан правильный ответ на вопрос, но не все изложено развернуто и логически структурировано.
(удовлетворительно)	В целом дан правильный ответ на вопрос, но он изложен поверхностно и с нарушением логики изложения.
(неудовлетворительно)	Ответ представлен очень поверхностно и с нарушением логики изложения. Студент очень плохо владеет основными моделями и концепциями. Допущены существенные терминологические и фактические ошибки.
	Дан неправильный ответ, однозначно неправильное понимание вопроса на зачете.

11. Учебно-методическое обеспечение

а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «Moodle» - <https://moodle.tsu.ru/course/view.php?id=11701>

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.

Типовые задания для проведения текущего контроля успеваемости по дисциплине:

- В шаре высверлены три сквозных цилиндрических отверстия, оси которых проходят через центр шара. Найти род получившейся поверхности.
- Показать, что n -листные римановы поверхности, для алгебраических функций заданных уравнениями $w^n - z = 0$, $w^n - z(z-1) = 0$ будут топологически эквивалентны сфере.
- Построить Риманову поверхность для функции, определяемой уравнением $w^3 - 3w + 2z = 0$.
- Вычислить первый класс Черна голоморфного линейного расслоения $O(-k)$ над сферой Римана.
- Доказать, что риманова поверхность для алгебраической функции будет топологически эквивалентна сфере с конечным числом ручек
- Построить поверхности Римана для функции, определяемой уравнением $w^3 - 3w^2 + z^6 = 0$,
- Найти группу автоморфизмов кривой $x^3 + y^3 + z^3 = 0$ в двумерном комплексном пространстве.
- Найти модуль эллиптической кривой $y^2 = x(x^2 - 1)$.
- Показать, что любая (однозначная) непостоянная мероморфная функция на римановой поверхности полностью определяет комплексно-аналитическую структуру на этой римановой поверхности.
- Существует ли на поверхности рода 2 абелев дифференциал, все периоды которого вещественны?

12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

а) основная литература:

1. Schlag W. A Course in Complex Analysis and Riemann Surfaces. University of Chicago, 2014.
2. Чушев В.В. Сборник задач по геометрической теории функций на компактных римановых поверхностях. Учебное пособие. Горно-Алтайск, РИО Горно-

Алтайского госуниверситета, 2010.

3. Форстер О. Римановы поверхности. – М.: Мир, 1980.
4. Спрингер Т. Римановы поверхности. – М.: ИЛ, 1959.
5. Шафаревич И.Р. Основы алгебраической геометрии. – М.: МЦНМО, 2007.
6. Клеменс Г. Мозаика теории комплексных кривых. – М.: Мир, 1984.
7. Харрис Дж., Моррисон Я. Модули кривых. Вводный курс. – М.: Мир, 2004.

б) дополнительная литература:

1. Харрис Дж. Алгебраическая геометрия. Вводный курс. – М.: МЦНМО, 2005.
2. Прасолов В.В., Шварцман О.В. Азбука римановых поверхностей. – М.: ФАЗИС, 1999.
3. Хованский А.Г. Теория Галуа, накрытия и римановы поверхности. – М.: МЦНМО, 2007.
4. Чирка Е.М. Римановы поверхности. Лекц. курсы НОЦ, М. МИАН, 2006
5. Маркушевич А.И. Теория аналитических функций. Т.1, 2, 3-е изд. М. Лань 1, 2012.
6. Чушев В.В. Геометрическая теория функций на компактной римановой поверхности. - Кемерово: КемГУ, 2005. – 401 с.

в) ресурсы сети Интернет:

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library.htm> Учебно-образовательная физико-математическая библиотека. Электронная библиотека содержит DjVu- и PDF-файлы учебников, учебных пособий, сборников задач и упражнений, конспектов лекций, монографий, справочников и диссертаций по математике, механике и физике.

13. Перечень информационных технологий

а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение: специальное программное обеспечение не требуется.

б) информационные справочные системы:

- Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ – <http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>
- Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ – <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>
- ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>
- ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>

14. Материально-техническое обеспечение

Для проведения лекционных занятий используются классические аудитории с доской и, возможно, проектором и компьютером.

15. Информация о разработчиках

Доцент ММФ ТГУ, к.ф.-м.н. Колесников Иван Александрович.

Доцент ММФ ТГУ, к.ф.-м.н. Садритдинова Гулнора Долимджановна.

Доцент ММФ ТГУ, к.ф.-м.н. Копанев Сергей Анатольевич