

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Филологический факультет

УТВЕРЖДЕНО:

Декан

И. В.Тубалова

Оценочные материалы по дисциплине

Вероятностные модели

по направлению подготовки

45.03.03 Фундаментальная и прикладная лингвистика

Направленность (профиль) подготовки:

Фундаментальная и прикладная лингвистика

Форма обучения

Очная

Квалификация

Бакалавр

Год приема

2025

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ОП

А.В. Васильева

Председатель УМК

Ю.А. Тихомирова

Томск – 2025

1. Компетенции и индикаторы их достижения, проверяемые данными оценочными материалами

Теория вероятностей – это фундаментальная математическая дисциплина, знание которой необходимо при современном подходе к формализации лингвистических знаний, поскольку все современные методы автоматической обработки текстов основаны на статистических алгоритмах, для понимания которых необходимо знание основных методов теории вероятностей и понимание вероятностной терминологии. Теория вероятностей дает базу для понимания сути методов автоматической обработки текстов, которые будут рассматриваться в дальнейших курсах. В данном курсе рассматриваются классические (базовые) вероятностные модели без привязки к лингвистической терминологии. Конкретным лингвистическим содержанием эти модели могут быть наполнены лишь в специализированных курсах, следующих за курсом математической статистики.

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-2 Способен к ведению профессиональной деятельности с опорой на основы математических дисциплин, необходимых для формализации лингвистических знаний и процедур анализа и синтеза лингвистических структур.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК-2.1 Демонстрирует знание основ математических дисциплин, необходимых для формализации лингвистических знаний

ИОПК-2.2 Соотносит задачи формализации лингвистических знаний с основами математических знаний

ИОПК-2.3 Применяет математические методы в процедурах анализа и синтеза лингвистических структур

2. Оценочные материалы текущего контроля и критерии оценивания

Элементы текущего контроля:

- посещение занятий, работа на занятиях, выполнение домашних заданий;
- тесты по каждой теме;
- контрольная работа.

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проведения устных опросов по лекционному материалу, выполнения домашних заданий, и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр. По каждому разделу, кроме последнего, проводится тестирование (решение задач и знание основных определений и результатов).

Тест (ИОПК-2.3, ИОПК-2.2, ИОПК-2.1) засчитывается как сданный, если удовлетворительно выполнено не менее 60% заданий. Внимание уделяется логическому, последовательному изложению, обоснованности процесса решения, владению принятыми в теории вероятностей обозначениями.

Задания контрольной работы состоят из задач и вопросов из тестов по темам, пройденным к этому времени.

Типовые задания для проведения текущего контроля успеваемости по дисциплине.

Примеры задач и вопросов в тестах:

1. Школа вручает пять наград по пяти предметам в классе из 30 учеников, причем каждый ученик может получить только одну награду. Сколькими способами можно вручить награды ученикам?

2. Сколькими способами из класса, в котором учатся 30 школьников, можно выбрать капитана команды для математических боев и его заместителя?
3. Сколькими способами из класса, в котором учатся 30 школьников, можно выбрать двоих для участия в математической олимпиаде?
4. Сколькими способами можно построить пятерых человек в шеренгу?
5. Сколькими способами 5 человек могут встать в круг, чтобы водить хоровод (важно только их взаимное расположение)?
6. Сколькими способами 6 различных шаров можно случайно раскидать по трем различным ящикам?
7. Выборочное пространство $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$, $P(\omega_2) = 1/3$, $P(\omega_3) = 1/2$. Чему равняется вероятность элементарного события ω_1 ?
8. Определите, всегда ли верно равенство $P(\overline{A \cap B \cap C}) = P(\overline{C}) + P(\overline{A} \cap C) + P(A \cap \overline{B} \cap C)$?
9. Что такое дискретное пространство элементарных исходов?
10. Аксиоматическое определение вероятности.
11. Классическое определение вероятности. Когда применяется?
12. Геометрическое определение вероятности. Когда применяется?
13. Формулы двойственности.
14. Что такое противоположное, невозможное, достоверное событие? Их вероятности.
15. Формула для вероятности объединения двух событий.
16. Пусть $P(A) = 0,4$ и $P(B) = 0,7$. Какое минимальное значение может принимать вероятность $P(A \cap B)$?
17. Пусть A и B несовместны, $P(A) = 0,3$ и $P(B) = 0,5$. Найдите $P(A \cap B)$.
18. Для каких случайных экспериментов естественно считать исходы равновероятными? а) бросаем игральную кость (кубик); б) случайно вытаскиваем три карты из колоды; в) идем сдавать зачет, не подготовившись; г) стреляем в мишень. Отметьте все подходящие.
19. Одновременно бросаем монету и игральную кость (кубик). Сколько элементарных исходов будет содержать выборочное пространство Ω ?
20. Бросаем правильную кость два раза.
 - а) Известно, что сумма выпавших очков не больше пяти. Найдите условную вероятность того, что выпало одинаковое количество очков.
 - б) Известно, что выпало разное количество очков. Найдите условную вероятность того, что, по крайней мере, один раз выпала 1.
21. Студент сдает тест, в котором на каждый вопрос есть четыре варианта ответа. Он знает ответы на 50% вопросов, может сузить выбор до двух ответов в 30% вопросов, и ничего не знает в 20% вопросах. Какова вероятность того, что он сможет правильно ответить на вопрос, выбранный случайным образом из теста?
22. Цифры 0 и 1 отправляются многократно по зашумленному каналу связи. С вероятностью 0.9 и 0.7 1 и 0 соответственно приходят неискаженными, с вероятностью 0.1 вместо 1 приходит 0, с вероятностью 0.3 вместо 0 приходит 1. Предполагая, что 0 и 1 отправляются с одинаковой частотой, найти условную вероятность того, что была отправлена 1, при условии, что мы получили 1.
23. Рассмотрим события A и A^c , $P(A) \neq 0$, $P(A) \neq 1$. Будут ли эти события а) несовместны, б) независимы?

24. Если любые события A и B независимы, то события A и B^c тоже независимы. Всегда ли правильно это утверждение?
25. Пусть A – любое событие. Являются ли A и Ω независимыми?
26. Дискретная СВ X задана рядом распределения

x_i	-5	-1	0	10	20	25
p_i	0.3	0.2	0.1	0.1	0.1	0.2

Найти значения функции распределения $F(x) = P(X \leq x)$ при а) $x = -6$, б) $x = 0$, в) $x = 100$.

г) Функция распределения $F(x)$ в точке -1 имеет скачок величины s .

$s =$

д) Функция распределения $F(x)$ имеет N скачков

$N =$

Дать определение функции распределения вероятностей.

27. Дана функция плотности непрерывной случайной величины (НСВ) X :

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 1, \\ C(x^2 - x) & \text{при } 1 < x \leq 2, \\ 0 & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

Найти: а) постоянную C , б) вероятность p попадания СВ X в интервал $(1/2; 3/2)$, в) значение функции распределения $F(x)$ в точке $x = 0$, г) значение y_2 функции распределения $F(x)$ в точке $x = 5$.

28. Преподаватель проводит индивидуальные консультации. Время консультации в минутах имеет экспоненциальное распределение с параметром 0.25. Вы ждете своего товарища, который сидит на консультации уже 5 минут. Каково среднее значение M и дисперсия D оставшегося времени ожидания? Дать обоснованные ответы.

29. Дать определение экспоненциального распределения, среднего значения и дисперсии непрерывной СВ. Что значит отсутствие памяти у экспоненциального распределения?

30. а) Пусть $X \sim N(5, 4)$. Найти $M(X^2)$ б) Пусть $X \sim N(0, 1)$. Найти $M(X^{21})$ в) Пусть $Y \sim N(6, 4)$. Записать выражение для $P(2 < Y < 8)$, использовать функцию $\Phi()$ или $\text{erf}()$.

31. Предположим, мы берем два билета из шляпы, которая содержит билеты с номерами 1, 2, 3, 4. Пусть X будет первым числом, а Y – вторым. Найти совместное распределение X и Y .

Пример билета на контрольной работе (по первым трем темам):

1. Аксиоматическое определение вероятности.

2. Формулы двойственности.

3. Цифры 0 и 1 отправляются многократно по зашумленному каналу связи. С вероятностью 0.9 и 0.7 1 и 0 соответственно приходят неискаженными, с вероятностью 0.1 вместо 1 приходит 0, с вероятностью 0.3 вместо 0 приходит 1. Предполагая, что 0 и 1 отправляются с одинаковой частотой, найти условную вероятность того, что была отправлена 1, при условии, что мы получили 1.

4. Пусть $P(A) = 0,4$ и $P(B) = 0,7$. Какое минимальное значение может принимать вероятность $P(A \cap B)$?

5. Рассмотрим события A и A^c , $P(A) \neq 0$, $P(A) \neq 1$. Будут ли эти события

а) несовместны, б) независимы?

Критерии оценивания:

Результаты контрольной работы определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка «отлично» выставляется, если даны правильные ответы на все теоретические вопросы и все задачи решены без ошибок.

Оценка «хорошо» выставляется, если есть незначительные погрешности в ответах и решениях, например, касательно вышеприведенного примера, формулы двойственности даны без полного доказательства, или есть пробелы в обоснованиях решений задач при верном общем ходе решения задач.

Оценка «удовлетворительно» выставляется, если на какой-то из вопросов, не касающихся определений и основных формул, нет ответа или допущена грубая логическая ошибка в решении или доказательстве не более чем в двух вопросах.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если студент показал незнание определений и основных формул, например, аксиоматического определения вероятностей, формулы Байеса.

В полном объеме средства оценивания для текущей аттестации находятся на платформе Степик <https://stepik.org/course/2911/syllabus> и <https://stepik.org/course/3209/syllabus>.

На платформе Степик организуется класс, где видна динамика работы студента в течение семестра и все выполненные им задания. Обращается внимание на регулярность работы.

3. Оценочные материалы итогового контроля (промежуточной аттестации) и критерии оценивания

Оценивание			
Вид работы	Удельный вес	Период	Критерии оценки
<i>Вид оцениваемой работы:</i>	<i>Удельный вес указанного вида работы в итоговой оценке (в процентах)</i>	В течение семестра/в конце семестра	<i>Критерии оценивания указанного вида работы</i>
<i>Тесты</i>	40	В течение семестра	Обоснование методов решения задач, знание основных определений и результатов. Ставится оценка, пропорциональная количеству решенных задач
<i>зачет</i>	30 (возможны исключения, связанные с индивидуальными особенностями студентов)	В конце семестра	Студенты, посещающие занятия и набравшие более 60% баллов за каждый тест, получают зачет автоматически. Остальные сдают не сделанные тесты и проходят устное собеседование
<i>работа в аудитории, посещение занятий</i>	30	В течение семестра	Отсутствие на занятиях возможно только по уважительной причине. По всем пропущенным темам студент

			получает дополнительные вопросы на зачете
--	--	--	---

Студенты, написавшие все тесты и контрольную работу (оценка каждого теста не ниже 60% баллов, контрольной работы не ниже «хорошо»), не пропускавшие занятий без уважительных причин и активно работающие на занятиях, получают зачет автоматически. Остальные студенты сдают несделанные тесты и проходят устное собеседование по основным определениям и результатам (теоремам, формулам), знание и грамотное изложение которых говорит об овладении ими компетенциями ОПК-2 и ПК-4.

Задачи и вопросы на зачете полностью дублируют задачи и вопросы в тестах и рассмотренные на занятиях в аудитории.

В полном объеме средства оценивания для промежуточной аттестации находятся на платформе Степик <https://stepik.org/course/2911/syllabus> и <https://stepik.org/course/3209/syllabus>

4. Оценочные материалы для проверки остаточных знаний (сформированности компетенций)

Все нижеприведенные задания работают на индикаторы ИОПК-2.3, ИОПК-2.2, ИОПК-2.1, разделить задания по индикаторам нет возможности ввиду базового характера дисциплины.

1. Сколькими способами из класса, в котором учатся 30 школьников, можно выбрать капитана команды для математических боев и его заместителя?
2. Сколькими способами из класса, в котором учатся 30 школьников, можно выбрать двоих для участия в математической олимпиаде?
3. Сколькими способами можно построить пятерых человек в шеренгу?
4. Выборочное пространство $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$, $P(\omega_2) = 1/3$, $P(\omega_3) = 1/2$. Чему равняется вероятность элементарного события ω_1 ?
5. Классическое определение вероятности. Когда применяется?
6. Что такое противоположное, невозможное, достоверное событие? Их вероятности.
7. Формула для вероятности объединения двух событий.
8. Пусть А и В несовместны, $P(A) = 0,3$ и $P(B) = 0,5$. Найдите $P(A \setminus B)$.
9. Для каких случайных экспериментов естественно считать исходы равновероятными? а) бросаем игральную кость (кубик); б) случайно вытаскиваем три карты из колоды; в) идем сдавать зачет, не подготовившись; г) стреляем в мишень. Отметьте все подходящие.
10. Одновременно бросаем монету и игральную кость (кубик). Сколько элементарных исходов будет содержать выборочное пространство Ω ?
11. Бросаем правильную кость два раза.
а) Известно, что сумма выпавших очков не больше пяти. Найдите условную вероятность того, что выпало одинаковое количество очков.
б) Известно, что выпало разное количество очков. Найдите условную вероятность того, что, по крайней мере, один раз выпала 1.
12. Студент сдает тест, в котором на каждый вопрос есть четыре варианта ответа. Он знает ответы на 50% вопросов, может сузить выбор до двух ответов в 30% вопросов, и ничего не знает в 20% вопросах. Какова вероятность того, что он сможет правильно ответить на вопрос, выбранный случайным образом из теста?
13. Цифры 0 и 1 отправляются многократно по зашумленному каналу связи. С вероятностью 0.9 и 0.7 1 и 0 соответственно приходят неискаженными, с вероятностью 0.1 вместо 1

приходит 0, с вероятностью 0.3 вместо 0 приходит 1. Предполагая, что 0 и 1 отправляются с одинаковой частотой, найти условную вероятность того, что была отправлена 1, при условии, что мы получили 1.

Ответы:

1. $30 \cdot 29$, 2. $15 \cdot 29$, 3. $5!$, 4. $1/6$, 5. Отношение числа благоприятных исходов (входящих в событие) к общему числу исходов случайного эксперимента. В случае конечного пространства равновозможных элементарных исходов., 6. Событие, когда данное событие A не происходит. Пустое множество. Множество элементарных исходов. $1 - P(A)$, 0, 1,
7. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$, 8. 0,3, 9. а), б), 10. 12, 11. а) $1/5$, б) $1/3$, 12. 0,7, 13. $3/4$.

Информация о разработчиках

Анна Владимировна Китаева, д.ф.-м.н., профессор кафедры При ИПМКН ТГУ