

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Институт прикладной математики и компьютерных наук



УТВЕРЖДАЮ
Директор института прикладной
математики и компьютерных наук

А. В. Замятин

«16» июня 2023 г.

Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине
(Оценочные средства по дисциплине)

Теория вероятностей

по направлению подготовки / специальности

10.05.01 Компьютерная безопасность

Направленность (профиль) подготовки / специализация:
Анализ безопасности компьютерных систем

ОС составил:

д-р физ.-мат. наук, профессор,
профессор кафедры системного анализа
и математического моделирования



Г.М. Кошкин

Рецензент:

д-р техн. наук, профессор,
профессор кафедры прикладной математики



В.И. Смагин

Оценочные средства одобрены на заседании учебно-методической комиссии
института прикладной математики и компьютерных наук (УМК ИПМКН).

Протокол от 08 июня 2023 г. № 02

Председатель УМК ИПМКН,
д-р техн. наук, профессор



С.П. Сущенко

Фонд оценочных средств (ФОС) является элементом системы оценивания сформированности компетенций у обучающихся в целом или на определенном этапе ее формирования.

ФОС разрабатывается в соответствии с рабочей программой (РП) дисциплины и включает в себя набор оценочных материалов для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине.

1. Компетенции и результаты обучения, формируемые в результате освоения дисциплины

Компетенция	Индикатор компетенции	Код и наименование результатов обучения (планируемые результаты обучения, характеризующие этапы формирования компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения			
			Отлично	Хорошо	Удовлетворительно	Неудовлетворительно
ОПК-3. Способен на основании совокупности математических методов разрабатывать, обосновывать и реализовывать процедуры решения задач профессиональной деятельности	ИОПК-3.1 Демонстрирует навыки выполнения стандартных действий, решения типовых задач, формулируемых в рамках базовых математических дисциплин.	ОР-3.1.1. Обучающийся может выполнять стандартные действия для решения типовых задач в рамках базовых математических дисциплин.	Сформированные систематические умения выполнять стандартные действия для решения типовых задач в рамках базовых математических дисциплин.	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы умения выполнять стандартные действия для решения типовых задач в рамках базовых математических дисциплин.	Фрагментарные умения выполнять стандартные действия для решения типовых задач в рамках базовых математических дисциплин.	Отсутствие умений выполнять стандартные действия для решения типовых задач в рамках базовых математических дисциплин.
	ИОПК-3.2 Осуществляет применение основных понятий, фактов, концепций, принципов математики и информатики для решения	ОР-3.2.1. Обучающийся может использовать основные понятия, факты и концепции математики и информатики для решения задач	Сформированные систематические умения использовать основные понятия, факты и	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы умения использовать основные	Фрагментарные умения использовать основные понятия, факты и концепции математики и	Отсутствие умений использовать основные понятия, факты и концепции математики и информатики для

	задач профессиональной деятельности.	профессиональной деятельности.	концепции математики и информатики для решения задач профессиональной деятельности.	понятия, факты и концепции математики и информатики для решения задач профессиональной деятельности.	информатики для решения задач профессиональной деятельности.	решения задач профессиональной деятельности.
	ИОПК-3.3 Выявляет научную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, и применяет соответствующий математический аппарат для их формализации, анализа и выработки решения.	ОР-3.3.1. Умеет выявлять научную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности.	Сформированные систематические умения выявлять научную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности.	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы умения выявлять научную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности.	Фрагментарные умения выявлять научную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности.	Отсутствие умений выявлять научную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности.
		ОР-3.3.2. Может применять соответствующий математический аппарат для их формализации, анализа и выработки решения.	Сформированные систематические умения применять соответствующий математический аппарат для их формализации, анализа и выработки решения.	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы умения применять соответствующий математический аппарат для их формализации, анализа и выработки решения.	Фрагментарные умения применять соответствующий математический аппарат для их формализации, анализа и выработки решения.	Отсутствие умений применять соответствующий математический аппарат для их формализации, анализа и выработки решения.

2. Этапы формирования компетенций и виды оценочных средств

№	Этапы формирования компетенций (разделы дисциплины)	Код и наименование результатов обучения	Вид оценочного средства (тесты, задания, кейсы, вопросы и др.)
1.	Основные понятия и формулы теории вероятностей	ОР-3.1.1. Обучающийся может выполнять стандартные действия для решения типовых задач в рамках базовых математических дисциплин. ОР-3.2.1. Обучающийся может использовать основные понятия, факты и концепции математики и информатики для решения задач профессиональной деятельности.	Задания, вопросы
2.	Простейший закон больших чисел и простейшие предельные теоремы	ОР-3.1.1. Обучающийся может выполнять стандартные действия для решения типовых задач в рамках базовых математических дисциплин. ОР-3.2.1. Обучающийся может использовать основные понятия, факты и концепции математики и информатики для решения задач профессиональной деятельности.	Задания, вопросы
3.	Случайные величины, их распределение и числовые характеристики	ОР-3.3.1. Умеет выявлять научную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности. ОР-3.3.2. Может применять соответствующий математический аппарат для их формализации, анализа и выработки решения.	Задания, вопросы
4.	Характеристическая функция	ОР-3.3.2. Может применять соответствующий математический аппарат для их формализации, анализа и выработки решения.	Задания, вопросы

5.	Многомерные случайные величины	ОР-3.3.1. Умеет выявлять научную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности.	Задания, вопросы
6.	Законы больших чисел и предельные теоремы	ОР-3.3.1. Умеет выявлять научную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности. ОР-3.3.2. Может применять соответствующий математический аппарат для их формализации, анализа и выработки решения.	Задания, вопросы
7.	Случайные процессы	ОР-3.3.1. Умеет выявлять научную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности. ОР-3.3.2. Может применять соответствующий математический аппарат для их формализации, анализа и выработки решения.	Задания, вопросы

3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки образовательных результатов обучения

3.1. Типовые задания для проведения текущего контроля успеваемости по дисциплине

Примеры задач для аудиторных занятий по теме «Случайные события. Теоремы суммы и произведения»

- 1 В урне три белых и пять черных шаров. Наудачу вынимают два шара. Какова вероятность того, что эти шары разных цветов?
- 2 При одном цикле обзора радиолокационной станции, следящей за космическим объектом, объект обнаруживается с вероятностью p . Обнаружение объекта в каждом цикле происходит независимо от других. Найти вероятность того, что при n циклах объект а) будет обнаружен; б) не будет обнаружен; с) хотя бы один раз обнаружен.
- 3 В ящике лежат 20 теннисных мячей, в том числе 15 новых и 5 игранных. Для игры выбираются 2 мяча и после игры возвращаются обратно. Затем для второй игры также наудачу извлекаются ещё два мяча. Найти вероятность того, что вторая игра будет проводиться новыми мячами.
- 4 В партии из десяти изделий два бракованных. Наудачу выбирают пять изделий. Какова

- вероятность того, что среди них одно бракованное?
- 5 Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0.9. Найти вероятность того, что в результате двух выстрелов будет хотя бы одно попадание.
 - 6 Имеется 2 партии изделий. Первая содержит 20 изделий первого сорта и 5 изделий второго сорта, вторая содержит 15 изделий первого сорта и 10 изделий второго сорта. Из каждой партии берут по изделию. Найти вероятность того, что взяты изделия одного сорта.

Примеры задач для аудиторных занятий по теме «Дискретные и непрерывные случайные величины»

- 7 Два стрелка делают по одному выстрелу в одну мишень. Вероятность для первого стрелка равна 0.5, для второго – 0.6. X – число попаданий в мишень. Требуется для дискретной случайной величины X : а) найти распределение и функцию распределения; построить графики; б) вычислить $M(X)$, $D(X)$ и $\sigma(X)$, моду M_0 , медиану M_e ; в) найти вероятность $P(X < M(X))$; г) найти вероятности $P(X \in [0.9, 2))$, $P(X \in [0.4, 1))$.

- 8 Дана плотность распределения случайной величины X :

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ b, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & x > 1 \end{cases}$$

Найти: а) константу b ; функцию распределения $F(x)$, в ответ ввести $F(1/3)$; $F(1/2)$; в) MX ; г) DX ; д) $P(1/3 < X < 1/2)$. Начертить графики $f(x)$, $F(x)$. Найти моду и медиану распределения.

- 9 Весы для тяжелых предметов считаются годными, если отклонение X от контрольного веса на более чувствительных весах не превышает 18 г. Величина X – нормально распределенная и $M(X)=0$, $D(X)=10$ г. Сколько процентов пригодных весов изготавливает завод? Ответ округлить до целых.
- 10 Из коробки, содержащей 3 синих и 4 красных карандаша, наудачу вынимают 3 карандаша. X - число красных карандашей среди вынутых. Требуется для дискретной случайной величины X : а) найти распределение и функцию распределения; построить графики; б) вычислить $M(X)$, $D(X)$ и $\sigma(X)$, моду M_0 , медиану M_e ; в) найти вероятность $P(X > M(X))$; г) найти вероятности $P(X \in [1, 3))$, $P(X \in [0.1, 2.5))$.
- 11 Задана плотность распределения вероятностей

$$f(x) = \begin{cases} a(x-2), & 2 \leq x \leq 3 \\ 0, & x < 2, x > 3. \end{cases}$$

Найти: а) константу a ; б) функцию распределения $F(x)$, в ответ ввести значения $F(-1/2)$, $F(1/2)$; в) $M(X)$; г) $D(X)$; д) $P(-1/2 < X < 2)$. Начертить графики $f(x)$, $F(x)$. Найти моду и медиану распределения.

- 12 Компоненты изготавливаемого лекарства отвешиваются на весах, ошибка X которых распределена нормально, причём $M(X)=0$, $\sigma(X)=0.0003$ г. Норма веса лекарства 0.02 г. Определить вероятность отбракования лекарства, если максимально допустимый вес принятого к использованию лекарства 0.021 г.

Примеры задач для аудиторных занятий по теме «Функции от СВ. Системы СВ»

- 13 Найти распределение величины $Y = aX + b$, если плотность вероятности СВ X имеет

$$\text{вид: } f(x) = \frac{1}{\delta\sqrt{2\pi}} \cdot e^{\frac{-x^2}{2\delta^2}}.$$

- 14 Случайная величина ξ равномерно распределена в интервале (a,b) . Найти плотность вероятности и функцию распределения случайной величины $\eta=\xi^2$.
- 15 Случайные величины ξ и η принимают значения из множеств $\{0,2,-2\}$ и $\{0,1,4\}$ соответственно. Вероятности различных сочетаний даются табл.

ξ	-2	-2	-2	0	0	0	2	2	2
η	0	1	4	0	1	4	0	1	4
p	1/16	1/16	1/4	1/8	1/16	1/16	1/16	1/16	1/4

Определить: а) являются ли ξ и η независимыми? коэффициент корреляции $r(\xi, \eta)$?

б) Найти законы распределения ξ и η .

- 16 Найти распределение величины $Y = e^X$, плотность вероятности случайной величины X

$$\text{имеет вид: } f(x) = \begin{cases} 1, & x \in (0,1); \\ 0, & x \notin (0,1). \end{cases}$$

- 17 Найти плотность вероятности и функцию распределения случайной величины $\eta=\xi^2+1$, если ξ - гауссовская случайная величина с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ^2 .

- 18 Даны значения независимых случайных величин x и y и их вероятности:

x	0	3	4
p	0,3	0,5	0,2

y	1	2
p	0,2	0,8

Найти распределения (значения и вероятности) случайной величины $z = x-y$. Вычислить среднее значение и дисперсию.

3.2. Типовые задания для проведения промежуточной аттестации по дисциплине

Типовые экзаменационные билеты имеют следующий вид:

Экзаменационный билет № 1

1. Локальная теорема Муавра--Лапласа.
2. Вероятность получения прибыли при заключении сделки равна $1/2$. В каком случае вероятнее получить прибыль, заключив n из $2n$ сделок или более n из $2n$ сделок?
3. Функция распределения непрерывной случайной величины X задана формулой $F(x) = 1 - Ce^{-x^2}$, $x \geq 0$. Найти:
 - 1) постоянную C ;
 - 2) плотность распределения $p(x)$ случайной величины X ;
 - 3) построить графики $p(x)$ и $F(x)$;
 - 4) вероятности $P(X > 0,5)$ и $P(0,3 < X < 1)$.

Экзаменационный билет № 2

1. Центральная предельная теорема для независимых одинаково распределенных случайных величин (с помощью характеристических функций).
2. Доказать, что если случайные величины $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7$ независимы, положительны и одинаково распределены, то математическое ожидание

$$M \left\{ \frac{X_1 + X_2 - X_3}{X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7} \right\} = \frac{1}{7}.$$

3. Независимые случайные величины X и Y распределены по законам

$f_1(x) = \frac{1}{3}e^{-x/3}$, $x \geq 0$, $f_2(y) = \frac{1}{5}e^{-y/5}$, $y \geq 0$. Найти распределения случайных величин $Z=X+Y$ и $W=X-Y$.

Примерный перечень теоретических вопросов

1. Описание и аксиоматическое определение случайного события.
2. Операции над событиями.
3. Классическое определение вероятности.
4. Аксиоматическое определение вероятности.
5. Формула полной вероятности.
6. Формула Байеса.
7. Схема Бернулли. Биномиальное распределение.
8. Теоремы Муавра-Лапласа.
9. Теорема Пуассона.
10. Аксиоматическое определение случайных величин и их свойства.
11. Функция распределения вероятностей значений случайной величины и её свойства.
12. Плотность распределения вероятностей значений непрерывной случайной величины и её свойства.

13. Примеры функций распределения случайных величин, их характеристики и параметры.
14. Многомерные случайные величины, их функции распределения, условия согласованности.
15. Условные законы распределения.
16. Преобразование одномерных случайных величин.
17. Преобразование многомерных случайных величин.
18. Математическое ожидание, его свойства.
19. Дисперсия, её свойства.
20. Кривые регрессии. Коэффициент корреляции.
21. Экспоненциальные и гауссовские случайные величины, их свойства.
22. Условное математическое ожидание.
23. Типы сходимостей последовательностей случайных величин.
24. Центральная предельная теорема в простейшей форме. Интегральная теорема Муавра-Лапласа.
25. Центральная предельная теорема в форме Линдберга.
26. Центральная предельная теорема в форме Ляпунова
27. Закон больших чисел в форме Чебышева и Бернулли.
28. Лемма Бореля-Кантелли – закон нуля и единицы.
29. Теорема сходимости почти наверное, если сходится ряд из абсолютных моментов.
30. Усиленный закон больших чисел в форме Колмогорова.
31. Пуассоновский случайный процесс. Его свойства.
32. Винеровский процесс и его свойства.
33. Марковские процессы. Марковские цепи. Классификация состояний.

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания образовательных результатов обучения

4.1. Методические материалы для оценки текущего контроля успеваемости по дисциплине.

Для закрепления теоретического материала предполагается самостоятельное выполнение заданий по каждой пройденной теме, что позволяет обратить внимание на наиболее сложные и ключевые аспекты изучаемой темы, помочь студентам систематизировать и лучше усвоить пройденный материал. При выполнении заданий студент должен не просто воспроизводить полученные знания по заданной теме, но и творчески переосмыслить существующие подходы к изучаемым проблемам,

В ходе выполнения заданий студентам необходимо ознакомиться с вопросами, вынесенными на обсуждение, изучить соответствующий материал, дополнительную литературу. В разделе «Учебно-методическое обеспечение» приведен список учебников, монографий, периодических изданий, источников информации в сети Internet, которые потребуются для выполнения заданий.

4.2. Методические материалы для проведения промежуточной аттестации по дисциплине.

Экзамен во втором и третьем семестрах проводится в письменной форме по билетам. Продолжительность экзамена 1,5 часа.

Результаты экзамена определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Не ответил на основной вопрос. Не решил задачи.	Ответил неполно на основной вопрос и на один - два из трех дополнительных вопросов. Решил одну из двух задач.	Ответил на основной вопрос и на дополнительные вопросы, но с замечаниями. Решил обе задачи.	Уверенно и правильно ответил на все основные и дополнительные вопросы. Решил обе задачи.