

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДЕНО:
Декан ММФ ТГУ
Л.В.Гензе

Оценочные материалы по дисциплине

Дополнительные главы теории вероятностей и математической статистики

по направлению подготовки

01.03.01 Математика

Направленность (профиль) подготовки

Основы научно-исследовательской деятельности в области математики

Форма обучения

Очная

Квалификация

Бакалавр

Год приема

2023

СОГЛАСОВАНО:
Руководитель ОП
Л.В.Гензе

Председатель УМК
Е.А.Тарасов

Томск – 2023

1. Компетенции и индикаторы их достижения, проверяемые данными оценочными материалами

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики как для использования в профессиональной деятельности, так и для консультирования.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК 1.1 Демонстрирует навыки работы с профессиональной литературой по основным естественнонаучным и математическим дисциплинам

ИОПК 1.2 Демонстрирует навыки выполнения стандартных действий, решения типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых математических и естественнонаучных дисциплин

ИОПК 1.3 Владеет фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук

2. Оценочные материалы текущего контроля и критерии оценивания

Элементы текущего контроля:

– контрольная работа.

Контрольная работа (ИОПК 1.1-1.3)

Контрольная работа состоит из 1 теоретического вопроса и 2 задач.

Перечень теоретических вопросов:

1. Свойства условных математических ожиданий.
2. Свойства марковских моментов.
3. Марковские процессы.
4. Свойства мартингалов.
5. Коэффициент корреляции Спирмена, его распределение.
6. Дисперсионный анализ.
7. Логлинейный анализ.

Примеры задач:

1. По заданному набору множеств построить наименьшую сигма алгебру.
2. Исследовать измеримость отображений.
3. Найти условные математические ожидания.
4. Проверить является ли процесс мартингалом.
5. Покажите, что при нулевой гипотезе $H_0: \theta = 0$ математическое ожидание и дисперсия знаковой статистики Вилкоксона равны $ET = \frac{n(n+1)}{4}$, $DT = \frac{n(n+1)(2n+1)}{24}$.
6. Покажите, что при $k = 2$ статистика Фридмана сводится к знаковой статистике.

Критерии оценивания:

Результаты контрольной работы определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка «отлично» выставляется, если дан правильный ответ на теоретический вопрос и все задачи решены без ошибок.

Оценка «хорошо» выставляется, если дан правильный ответ на теоретический вопрос и 1 задача из 2 решена без ошибок.

Оценка «удовлетворительно» выставляется, если дан правильный ответ на теоретический вопрос или 1 задача из 2 решена без ошибок. Иначе выставляется оценка «неудовлетворительно».

3. Оценочные материалы итогового контроля (промежуточной аттестации) и критерии оценивания

Зачет в седьмом семестре проводится в письменной форме по билетам. Билет содержит теоретический вопрос. Экзамен в восьмом семестре проводится в письменной форме по билетам. Экзаменационный билет содержит теоретический вопрос и задачу.

Перечень теоретических вопросов для зачета:

1. Алгебры и сигма-алгебры.
2. Измеримые пространства.
3. Пространства с мерой.
4. Условные распределения и условные математические ожидания.
5. Марковские моменты и их свойства.
6. Мартингалы и их свойства.

Перечень теоретических вопросов для экзамена:

1. Шкалирование данных. Виды шкал. Особенности обработки данных в номинальных шкалах
2. Особенности обработки данных в порядковых шкалах. Ранги. Порядковые статистики.
3. Проверка гипотезы о виде распределения. Критерий «хи-квадрат», его состоятельность.
4. Проверка гипотезы о независимости признаков
5. Коэффициент корреляции Спирмена, его распределение.
6. Критерий Спирмена, его обобщение в случае повторяющихся рангов.
7. Коэффициент корреляции Кэндалла, его распределение.
8. Обобщение коэффициента корреляции Кендалла для выборок с большим количеством совпадающих рангов.
9. Мощность критериев Спирмена и Кендалла, особенности применения этих критериев.
10. Критерий знаков: точное распределение и асимптотические формулы.
11. Критерий Вилкоксона-Манна-Уитни.
12. Однофакторный дисперсионный анализ.
13. Оценивание линейных контрастов.
14. Однофакторный анализ рангов. Процедура Крускаллы-Уоллиса.
15. Двухфакторный анализ дисперсии рангов Фридмана.
16. Парные сравнения: критерии различия.
17. Альтернативы упорядоченности. Критерий Пейджа.
18. Экспертные оценки. Оценка согласованности экспертных мнений.
19. Меры конкордации. Проблема согласованности мнений двух групп экспертов.
20. Обобщенный коэффициент конкордации.
21. Многомерная одновыборочная модель с параметром положения.
22. Оценивание параметра положения. Медиана Ходжеса-Лемана. Медиана средних Уолша.
23. Ранговые оценки в линейной модели.
24. Многомерная двухвыборочная модель с параметром положения.

Примеры задач:

1. Случайный вектор (X, Y) имеет равномерное распределение в единичном круге с центром в начале координат. Найти $E(XY/Y)$.

2.

Пусть ξ_1, ξ_2, \dots — независимые одинаково распределённые случайные величины с конечным математическим ожиданием, а $S_n = \xi_1 + \dots + \xi_n$. Доказать, что последовательность

$$\dots, \frac{S_n}{n}, \dots, \frac{S_3}{3}, \frac{S_2}{2}, S_1$$

образует мартингал.

3. Недавние исследования показали, что лекарства от гипертонии могут помочь справиться с волнением перед выходом на сцену. Сравнивалась частота сердечных сокращений во время двух сольных концертов у восьми исполнителей, которым давали лекарство и плацебо за 9 минут до выступления. Проверьте эту гипотезу (о том, что лекарство от гипертонии могут помочь справиться с волнением) при уровне значимости $\alpha=0,05$ по следующим данным

Исполнитель	1	2	3	4	5	6	7	8
Лекарство	85	107	69	122	106	121	137	87
Плацебо	126	140	95	148	142	172	133	143

Критерии оценивания зачета

Не зачтено	Зачтено
Дан неправильный ответ, однозначна неправильная трактовка темы.	Дан правильный и развернутый ответ на вопрос. Знание основной и дополнительной литературы.

Критерии оценивания экзамена

Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Дан неправильный ответ, однозначна неправильная трактовка темы, задача не решена.	В целом дан правильный ответ на вопрос, но он изложен поверхностно и с нарушением логики изложения. Задача решена с ошибками. Знание минимума литературы.	Дан правильный ответ на вопрос, но не все изложено развернуто и логически структурировано. Задача решена верно. Знание основной литературы.	Дан правильный и развернутый ответ на вопрос. Студент четко и логично изложил свой ответ на поставленный в билете вопрос. Задача решена верно. Знание основной и дополнительной литературы.

4. Оценочные материалы для проверки остаточных знаний (сформированности компетенций)

Задачи (ИОПК 1.1-1.3)

1. Пусть случайная величина ξ имеет стандартное нормальное распределение.

Найти $\mathbf{E}\{\xi|\xi^2\}$.

2. Постройте критерий знаков для проверки гипотезы $H_0: \theta = 0$ против альтернативы $H_0: \theta > 0$ для выборки объёмом $n = 10$. Найдите точное значение мощности построенного критерия, если известно, что выборка взята из двустороннего экспоненциального распределения параметром θ . Каким будет приближенное значение мощности, если использовать нормальное приближение?

Информация о разработчиках

1. Емельянова Татьяна Вениаминовна, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математического анализа и теории функций ММФ ТГУ

2. Пчелинцев Евгений Анатольевич, кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры математического анализа и теории функций ММФ ТГУ