

МИНОБРНАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Институт прикладной математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ:
Директор института прикладной
математики и компьютерных наук
А. В. Замятин



« 18 » Май 20 22 г.

Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине
(Оценочные средства по дисциплине)

Введение в теорию вероятностей и математическую статистику

по направлению подготовки

01.04.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) подготовки:

Обработка данных, управление и исследование сложных систем

ОС составил(и):

канд. физ.-мат. наук, доцент

доцент кафедры теории вероятностей и математической статистики

И.А. Туренова

Рецензент:

д-р физ.-мат. наук, профессор,

зав. кафедрой теории вероятностей и математической статистики

С.П. Моисеева

Оценочные средства одобрены на заседании учебно-методической комиссии
института прикладной математики и компьютерных наук (УМК ИПМКН)

Протокол от 12.05. 2022г. № 4

Председатель УМК ИПМКН,

д-р техн. наук, профессор

С.П. Сущенко

Оценочные средства (ОС) являются элементом системы оценивания сформированности компетенций у обучающихся в целом или на определенном этапе ее формирования.

ОС разрабатывается в соответствии с рабочей программой (РП) дисциплины.

1. Компетенции и результаты обучения, формируемые в результате освоения дисциплины

Компетенция	Индикатор компетенции	Код и наименование результатов обучения (планируемые результаты обучения, характеризующие этапы формирования компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения	
			Зачтено	Не зачтено
ОПК-3. Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности.	ИОПК-3.2. Анализирует математические модели для решения прикладных задач профессиональной деятельности.	ОР-3.2.1: Знать основы теории вероятностей;	Демонстрация высокого, среднего или порогового уровня знаний основ теории вероятностей;	Отсутствие знаний основ теории вероятностей;
		ОР-3.2.2: Уметь применять вероятностные модели и методы для решения прикладных задач профессиональной и научно-исследовательской деятельности - рассчитывать числовые характеристики случайных величин, характеризующих состояние системы	Демонстрация высокого, среднего или порогового уровня умений применять вероятностные модели и методы для решения прикладных задач профессиональной и научно-исследовательской деятельности и рассчитывать числовые характеристики случайных величин, характеризующих состояние системы.	Отсутствие умений применять вероятностные модели и методы для решения прикладных задач профессиональной и научно-исследовательской деятельности и рассчитывать числовые характеристики случайных величин, характеризующих состояние системы.
		ОР-3.2.3: Владеть: навыками решения задач прикладного вероятностного анализа	Демонстрация высокого, среднего или порогового уровня навыков владения решением задач прикладного вероятностного анализа .	Отсутствие навыков владения решением задач прикладного вероятностного анализа .

2. Этапы формирования компетенций и виды оценочных средств

№	Этапы формирования компетенций (разделы дисциплины)	Код и наименование результатов обучения	Вид оценочного средства (тесты, задания, кейсы, вопросы и др.)
1.	Темы 1-5	ОР-3.2.1, ОР-3.2.2, ОР-3.2.3.	Задания рабочей тетради; индивидуальный набор заданий

3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки образовательных результатов обучения

3.1. Типовые задания для проведения текущего контроля успеваемости по дисциплине.

Типовые задания рабочей тетради:

Тема 1. Случайные события:

1. Две игральные кости бросаются одновременно. Найти вероятности следующих событий:

А – сумма выпавших очков равна 8;

В – произведение выпавших очков равно 8;

С – сумма выпавших очков больше, чем их произведение.

2. Имеется 55 шариков, которые случайным образом разбрасываются по 10 лункам. Найти вероятность того, что в первую лунку попадет только 1 шарик, во вторую – 2 шарика, в третью – 3, и так далее, и в десятую лунку попадет ровно 10 шариков.

Тема 2. Случайные величины:

1. Производится 10 независимых опытов, в каждом из которых с вероятностью 0,35 появляется событие А. Составить ряд распределения случайной величины X – числа появлений события, противоположного А в 10 опытах. Найти ее математическое ожидание и дисперсию.

2. Случайная величина X имеет распределение Пуассона с математическим ожиданием $m=3$. Построить функцию распределения случайной величины X и найти: а) вероятность того, что случайная величина X примет значение меньше, чем ее математическое ожидание; б) вероятность того, что величина X примет положительное значение.

Тема 3. Случайные векторы:

1. В группе из 20 студентов только двое пропустили более половины занятий, и именно они получили оценку «2» на экзамене. Из остальных студентов 5 человек получили оценку «5», 10 человек – оценку «3» и 3 студента получили «3». Составить таблицу совместного распределения оценки на экзамене (X) и индикатора пропуска более половины занятий (Y) для выбранного студента. Найти функцию совместного распределения вектора (X, Y). Найти маргинальные законы распределения с.в. X и Y . Зависимы ли с.в. X и Y . Найти математические ожидания E_X и E_Y . Найти дисперсии D_X и D_Y . Найти $Cov(X, Y)$. Найти коэффициент корреляции $\rho(X, Y)$. Найти условные законы распределения с.в. X . Найти $Cov(20X - 10Y, X - Y)$. Найти условное математическое ожидание $E_X|Y$ (регрессию X на Y).

2. Имеется урна с 3 белыми и 3 черными шарами. Производится последовательное извлечение шаров (без возвращения) до первого появления

белого шара; ξ – число извлеченных шаров. Далее извлечение шаров продолжается до первого появления черного шара; η – число шаров, извлеченных во второй серии. Требуется составить законы распределения (ξ, η) , ξ и η .

Тема 4. Характеристическая и производящая функция:

1. Найти характеристические функции для плотностей вероятностей:

А) $f(x) = \frac{a}{2} \exp\{-a|x|\}$;

Б) $f(x) = \frac{a}{\pi(a^2+x^2)}$;

В) $\frac{2 \sin^2 \frac{ax}{2}}{\pi ax^2}$.

2. Найти распределение вероятностей случайной величины, характеристическая функция которой равна:

А) $\cos t$;

Б) $\frac{\sin at}{at}$;

В) $\frac{a}{a+it}$.

Тема 5. Элементы статистики.

1. Через каждый час измерялось напряжение в электросети. При этом были получены следующие значения (в вольтах):

227, 219, 215, 230, 232, 223, 220, 222, 218, 219, 222, 221, 227, 226, 226, 209, 211, 215, 218, 220, 216, 220, 221, 225, 224, 212, 217, 219, 220

Построить гистограмму, полигон частот, эмпирическую функцию распределения; оценить вероятность того, что напряжение не превосходит 220 В.

2. Построить доверительные интервалы для вероятности успеха p в одном опыте:

а) $n = 60$; $m = 15$; $\gamma = 0,95$;

б) $n = 200$; $m = 70$; $\gamma = 0,9$;

2.2. Типовые задания для проведения промежуточной аттестации по дисциплине.

Примерный вариант индивидуального набора заданий:

1. В лифт семиэтажного дома на первом этаже вошли три человека. Каждый из них с одинаковой вероятностью выходит на любом из этажей, начиная со второго. Найти вероятности следующих событий:

А – все пассажиры выйдут на четвертом этаже;

В – все пассажиры выйдут одновременно (на одном и том же этаже);

С – все пассажиры выйдут на разных этажах.

2. Техническое устройство состоит из трех узлов. В первом узле n_1 элементов, во втором n_2 , в третьем n_3 элементов. Первый узел безусловно необходим для работы устройства, второй и третий – дублируют друг друга. Время исправной работы каждого элемента распределено по показательному закону, среднее время работы элементов первого узла t_1 , второго – t_2 , третьего – t_3 . Первый узел выходит из строя, если в нем отказало не менее двух элементов, второй узел, как и дублирующий его третий, выходит из строя при отказе хотя бы одного элемента. Для выхода из строя технического устройства достаточно, чтобы вышел из строя первый узел или второй и третий узлы вместе. Найти вероятность того, что за время T техническое устройство выйдет из строя.

3. При выяснении причин недостачи драгоценных металлов в ювелирном магазине установлено, что их взвешивание производится на весах, цена деления которых равна 0,1 г, а показания весов округляются при взвешивании до ближайшего деления их шкалы, причём округления на любые значения от $-0,05$ до $0,05$ равновероятны. Оценить возможность возникновения ошибки более, чем на 0,03 г, вычислить математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение потерь.
4. Найти распределение вероятностей случайной величины, характеристическая функция которой равна $\cos^2 t$.
5. Как изменятся выборочные среднее и дисперсия, если результаты наблюдения подвергнуть преобразованию масштаба, т.е. увеличить или уменьшить одновременно в k раз?

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания образовательных результатов обучения

4.1. Методические материалы для оценки текущего контроля успеваемости по дисциплине.

Задание из рабочей тетради считается выполненным «верно», если выполняются следующие требования:

- получен правильный ответ на каждый поставленный вопрос задачи;
- верно выполнены все требования условия задачи (построение графика, диаграммы и т.п.)
- представлен и аргументирован ход решения задачи (вычисления, используемые формулы).

В противном случае задание не может считаться выполненным «верно».

4.2. Методические материалы для проведения промежуточной аттестации по дисциплине.

Промежуточная аттестация проводится в виде зачета, оценка «зачет» или «незачет» выставляется согласно следующим критериям:

«зачет» выставляется на основе верного выполнения более 80% заданий рабочей тетради;

«незачет» выставляется на основе верного выполнения менее 30% заданий рабочей тетради.

При верном выполнении от 30% до 80% заданий рабочей тетради проводится дополнительное оценочное мероприятие – индивидуальный контрольный набор из 5 задач, по одной задаче по каждой теме курса. В этом случае оценка «зачет» выставляется при условии правильного решения всех задач индивидуального контрольного набора, в противном случае выставляется оценка «незачет».