

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ:

Декан



Л. В. Гензе

« 31 » 06 20 22 г.

Рабочая программа дисциплины

Теория вероятностей

по направлениям подготовки

01.03.01 Математика

01.03.03 Механика и математическое моделирование

02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленности (профили) подготовки :

Основы научно-исследовательской деятельности в области математики

**Основы научно-исследовательской деятельности в области механики и
математического моделирования**

**Основы научно-исследовательской деятельности в области математики и
компьютерных наук**

Форма обучения

Очная

Квалификация

Бакалавр

Год приема

2022

Код дисциплины в учебном плане: Б1.О.2.11

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ОН



Л. В. Гензе

Председатель УМК



Е. А. Тарасов

Томск – 2022

1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики как для использования в профессиональной деятельности, так и для консультирования.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК 1.1 Демонстрирует навыки работы с профессиональной литературой по основным естественнонаучным и математическим дисциплинам

ИОПК 1.2 Демонстрирует навыки выполнения стандартных действий, решения типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых математических и естественнонаучных дисциплин

ИОПК 1.3 Владеет фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук

2. Задачи освоения дисциплины

– Научиться выбирать учебные и научные источники информации по разделам дисциплины (ИОПК 1.1)

- Освоить основные понятия, представления, теоремы и методы по разделам теории вероятностей (ИОПК 1.2, 1.3)

- Научиться решать задачи вычислительного и теоретического характера в области теории вероятностей, устанавливать взаимосвязи между вводимыми понятиями, доказывать как известные утверждения, так и родственные им новые (ИОПК 1.2, 1.3).

- Научиться подбирать сочетания различных вероятностных методов для описания и анализа стохастических моделей (ИОПК 1.2, 1.3).

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к Блоку 1 «Дисциплина (модули)».

Дисциплина относится к обязательной части образовательной программы.

4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине

Пятый семестр, зачет с оценкой

5. Входные требования для освоения дисциплины

Для успешного освоения дисциплины требуются результаты обучения по следующим дисциплинам: математический анализ, линейная алгебра, функциональный анализ.

6. Язык реализации

Русский

7. Объем дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 часов, из которых:

-лекции: 32 ч.

-практические занятия: 32 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

8. Содержание дисциплины, структурированное по темам

Тема 1. Вероятность событий (ИОПК 1.1-1.3)

Вероятностные пространства. Основные формулы вычисления вероятностей. Независимые события. Условные вероятности. Схема Бернулли

Тема 2. Случайные величины и распределения (ИОПК 1.1-1.3)

Случайные величины и функции распределения. Типы и примеры распределений. Независимость случайных величин. Многомерные распределения и плотности. Преобразования случайных величин. Числовые характеристики распределений.

Тема 3. Последовательности случайных величин (ИОПК 1.1-1.3)

Сходимости последовательностей случайных величин и распределений. Характеристические функции. Законы больших чисел. Центральная предельная теорема. Цепи Маркова. Ветвящиеся процессы.

9. Текущий контроль по дисциплине

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проведения контрольных работ, коллоквиумов по лекционному материалу, выполнения домашних заданий и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

Зачет с оценкой в пятом семестре проводится в письменной форме по билетам. Билет содержит теоретический вопрос и задачу. Продолжительность зачета 1 час.

Примерный перечень теоретических вопросов

1. Вероятностная модель эксперимента с конечным и счетным числом исходов. Примеры.
2. Классическое определение вероятности события. Примеры.
3. Методы комбинаторики. Примеры.
4. Вероятностное пространство общего вида. Колмогоровское определение вероятностного пространства.
5. Свойства вероятностей событий.
6. Континуальные пространства. Геометрические вероятности. Примеры.
7. Формула для вероятности объединения событий. Условная вероятность. Свойства условных вероятностей.
8. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
9. Независимость событий. Лемма Бореля – Кантелли.
10. Схема Бернулли.
11. Теорема Пуассона и распределение Пуассона.
12. Локальная теорема Муавра – Лапласа.
13. Биномиальная и полиномиальная модели эксперимента.
14. Интегральная теорема Муавра – Лапласа.
15. Случайная величина. Функция распределения случайной величины.
16. Закон распределения дискретной случайной величины.
17. Примеры дискретных распределений.
18. Абсолютно непрерывные распределения.
19. Примеры абсолютно непрерывных распределений.
20. Сингулярные и смешанные распределения.
21. Независимость случайных величин и классов событий.

22. Многомерные распределения и плотности.
23. Преобразования случайных величин.
24. Примеры распределений сумм независимых случайных величин.
25. Математическое ожидание случайной величины. Свойства. Примеры.
26. Моменты случайной величины.
27. Дисперсия случайной величины. Свойства. Примеры.
28. Ковариация и корреляция случайных величин. Свойства коэффициента корреляции случайных величин. Связь с независимостью случайных величин.
29. Нормальное распределение (одномерное и многомерное). Свойства нормального распределения.
30. Условные распределения. Условное математическое ожидание относительно случайной величины.
31. Условное математическое ожидание относительно сигма-алгебры и как проекция. Задача о наилучшем приближении.
32. Распределения хи-квадрат, Стьюдента и Фишера.
33. Характеристическая функция. Свойства.
34. Примеры характеристических функций распределений. Формула обращения и следствия из нее.
35. Сходимости по вероятности и в среднем квадратическом последовательностей случайных величин и связь между ними.
36. Сходимость почти наверное последовательностей случайных величин.
37. Слабая сходимость распределений.
38. Закон больших чисел (Теорема Хинчина). Усиленный закон больших чисел.
39. Связь между функциями распределения и характеристическими функциями.
40. Центральная предельная теорема.
41. Скорость сходимости в ЦПТ и ее применения.
42. Оценка погрешности в теореме Пуассона.
43. Теорема Колмогорова-Прохорова. Тождество Вальда и его применение к решению задачи о разорении.
44. Цепи Маркова: основные определения и примеры.
45. Критерий возвратности состояния цепи Маркова.
46. Теорема солидарности и эргодическая теорема.
47. Ветвящиеся процессы. Вид производящей функции потомства.
48. Вероятность вырождения процесса Гальтона-Ватсона.

Примеры задач:

1. 10 вариантов контрольной работы, написанные на отдельных карточках, перемешиваются и выдаются случайным образом восьми студентам, сидящим в одном ряду, причем каждый получает по одному варианту. Найти вероятности следующих событий:
 - А – варианты с номерами 1 и 2 останутся неиспользованными;
 - В – варианты 1 и 2 достанутся рядом сидящим студентам;
 - С – будут выданы последовательные номера вариантов.
2. Мишень состоит из круга и двух колец. Попадание в круг дает 10 очков, в первое кольцо – 5 очков, во второе – штраф 1 очко. Вероятности попадания в круг, первое и второе кольца соответственно равны 0,5, 0,3 и 0,2. Построить функцию распределения числа очков, если производится 2 выстрела и результаты независимы; вычислить математическое ожидание, дисперсию и вероятность того, что число очков будет не меньше 6 и не больше 30.
3. Вакцина против инфекционных заболеваний вызывает нежелательную реакцию в 0,1% случаев и не формирует иммунитет в 0,2% случаев. Положим эти эффекты независимыми. Вакцина назначена 5000 человек. Найти вероятность того, что
 - а) ни у кого нет нежелательной реакции и у всех выработался иммунитет;

б) у одного человека появилась нежелательная реакция и у двух не выработался иммунитет.

Результаты зачета с оценкой определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Каждый коллоквиум (два в семестре) и зачет максимально может быть оценен 5 баллами. Итоговая оценка – среднее арифметическое из оценок за контрольные работы, коллоквиумы и зачет. При ответе на теоретический вопрос оценивается полнота и точность ответа, логичность и аргументированность изложения материала, умения использовать в ответе фактический материал, знания основной и дополнительной литературы.

Критерии оценивания Домашних заданий и Контрольных работ

Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Работа не сдана или решено верно менее 25% заданий	Решено верно от 25% до 50% заданий	Решено верно от 21% до 80% заданий	Решено верно более 80% заданий

Критерии оценивания коллоквиумов и зачета

Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Дан неправильный ответ, однозначно неправильная трактовка темы.	В целом дан правильный ответ на вопрос, но он изложен поверхностно и с нарушением логики изложения. Знание минимума литературы.	Дан правильный ответ на вопрос, но не все изложено развернуто и логически структурировано. Знание основной литературы.	Дан правильный и развернутый ответ на вопрос. Студент четко и логично изложил свой ответ на поставленный в билете вопрос. Знание основной и дополнительной литературы.

11. Учебно-методическое обеспечение

а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «Moodle» - <https://moodle.tsu.ru/course/view.php?id=12695>

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.

12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

а) основная литература:

1. Биллингсли П. Сходимость вероятностных мер. М., Наука, 1977, 352 с..
2. Боровков А.А. Теория вероятностей. М.: ЛИБРОКОМ, 2014, 652 с.
3. Ватутин В.А., Ивченко Г.И., Медведев Ю.И., Чистяков В.П. Теория вероятностей и математическая статистика в задачах, М.: Ленанд, 2015, 369 с.
4. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Задачи и упражнения по теории вероятностей, М.: Кнорус, 2014, 492 с.
5. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. М.: Эдиториал УРСС, 2001, 318 с.

6. Зубков А.М., Севастьянов Б.А., Чистяков В.П. Сборник задач по теории вероятностей. Санкт-Петербург: Лань, 2016, 317 с.
7. Климов Г.П. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: изд-во МГУ, 2011, с. 365.
8. Прохоров А.В., Ушаков В.Г., Ушаков Н.Г. Задачи по теории вероятностей: основные понятия, предельные теоремы, случайные процессы. М.: КДУ, 2009, 326 с.
9. Севастьянов Б.А. Курс теории вероятностей и математической статистики. М.: Ин-т компьютерных исследований, 2004, 271 с.
10. Ширяев А.Н. Вероятность - 1. Элементарная теория вероятностей. Математические основания. Предельные теоремы. М.: Изд-во МЦНМО, 2011, 551 с.
11. Ширяев А.Н. Вероятность - 2. Суммы и последовательности случайных величин - стационарные, мартингалы, марковские цепи. М.: Изд-во МЦНМО, 2011, 553-967 с.

б) дополнительная литература:

1. Бернштейн С.Н. Теория вероятностей. М-Л., 1946.
2. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения, М.: Кнорус, 2013, 478 с.
3. Козлов М.В. Элементы теории вероятностей в задачах и примерах. М., изд-во МГУ, 1991.
4. Колмогоров А.Н. Основные понятия теории вероятностей. М., 1998.
5. Партасарати К. Введение в теорию вероятностей и теорию меры. М., 1983.
6. Прохоров Ю.В., Пономаренко Л.С. Лекции по теории вероятностей и математической статистике, Московский гос. ун-т им. М. В. Ломоносова, 2012, 252 с.
7. Прохоров А.В., Ушаков А.Ф., Ушаков В.А. Задачи по теории вероятностей. М., Наука, 1989.
8. Емельянова Т.В., Исаева Н.А. Классическое вероятностное пространство. Методические указания. Часть 1. Томск, ТГУ, 2002.
9. Емельянова Т.В., Исаева Н.А. Геометрические вероятности. Условные вероятности. Схема Бернулли. Методические указания. Часть 2. Томск, ТГУ, 2002.
10. Емельянова Т.В., Исаева Н.А., Кривякова Э.Н. Случайные величины. Методические указания. Часть 3. Томск, ТГУ, 2005.
11. Исаева Н.А., Кривякова Э.Н. Случайные величины. Последовательности случайных величин. Методические указания. Часть 2. Томск, ТГУ, 1989.
12. Коршунов Д.А., Фосс С.Г. Сборник задач и упражнений по теории вероятностей, СПб, Лань, 2004.

в) ресурсы сети Интернет:

- 1) <http://digest.ws/matlab.html>
- 2) Exponenta.ru: Образовательный математический сайт
- 3) http://www-sbras.nsc.ru/win/mathpub/math_www.html

13. Перечень информационных технологий

а) информационные справочные системы:

– Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ – <http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>

– Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ –

<http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>

– ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>

– ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>

– Образовательная платформа Юрайт – <https://urait.ru/>

– ЭБС ZNANIUM.com – <https://znanium.com/>

– ЭБС IPRbooks – <http://www.iprbookshop.ru/>

14. Материально-техническое обеспечение

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения занятий семинарского типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

Аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации в смешанном формате («Актру»).

15. Информация о разработчиках

Пчелинцев Евгений Анатольевич, кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры математического анализа и теории функций ММФ ТГУ