

МИНОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Институт прикладной математики и компьютерных наук



Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине  
(Оценочные средства по дисциплине)

**Численные методы 2**

по направлению подготовки

**01.03.02 Прикладная математика и информатика**

Направленность (профиль) подготовки:

**Математическое моделирование и информационные системы**

ОС составил:

д-р техн. наук, профессор

Профессор кафедры прикладной математики



В.И. Смагин

Рецензент:

д-р физ.-мат. наук, профессор,

профессор кафедры прикладной математики



А.Г. Дмитренко

Оценочные средства одобрены на заседании учебно-методической комиссии института прикладной математики и компьютерных наук (УМК ИПМКН).

Протокол от 08.06.2023 г. № 02

Председатель УМК ИПМКН,

д-р техн. наук, профессор



С.П. Сущенко

**Оценочные средства (ОС)** являются элементом системы оценивания сформированности компетенций у обучающихся в целом или на определенном этапе ее формирования.

ОС разрабатывается в соответствии с рабочей программой (РП) дисциплины.

**1. Компетенции и результаты обучения, формируемые в результате освоения дисциплины**

Компетенция	Индикатор компетенции	Код и наименование результатов обучения (планируемые результаты обучения, характеризующие этапы формирования компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения			
			Отлично	Хорошо	Удовлетворительно	Неудовлетворительно

<p>ОПК-3. Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности.</p>	<p>ИОПК-3.1. Демонстрирует навыки применения современного математического аппарата для построения адекватных математических моделей реальных процессов, объектов и систем в своей предметной области.</p>	<p>ОР-3.1.1. Обучающийся должен: Уметь: - применять навыки применения современного математического аппарата численного решения дифференциальных и интегральных уравнений для построения адекватных математических моделей реальных процессов, объектов и систем в своей предметной области.</p>	<p>На высоком уровне умеет применять навыки применения современного математического аппарата численного решения дифференциальных и интегральных уравнений для построения адекватных математических моделей реальных процессов, объектов и систем в своей предметной области.</p>	<p>В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы по владению навыками применения современного математического аппарата численного решения дифференциальных и интегральных уравнений для построения адекватных математических моделей реальных процессов, объектов и систем в своей предметной области.</p>	<p>Частичное, фрагментарное владение применением современного математического аппарата численного решения дифференциальных и интегральных уравнений для построения адекватных математических моделей реальных процессов, объектов и систем в своей предметной области.</p>	<p>Демонстрирует низкий уровень владения навыками применения современного математического аппарата численного решения дифференциальных и интегральных уравнений для построения адекватных математических моделей реальных процессов, объектов и систем в своей предметной области.</p>
--	---	---	--	--	--	--

	<p>ИОПК-3.2. Демонстрирует умение собирать и обрабатывать статистические, экспериментальные, теоретические и т.п. данные для построения математических моделей, расчетов и конкретных практических выводов.</p>	<p>ОР-3.2.1. Обучающийся должен: Уметь: - собирать и обрабатывать статистические, экспериментальные, теоретические и т.п. данные для построения математических моделей, численных расчетов и конкретных практических выводов.</p>	<p>На высоком уровне знает и владеет методами сбора и обработки статистических, экспериментальных, теоретических и т.п. данных для построения математических моделей, численных расчетов и конкретных практических выводов.</p>	<p>В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы по владению и знанию методов сбора и обработки статистических, экспериментальных, теоретических и т.п. данных для построения математических моделей, численных расчетов и конкретных практических выводов.</p>	<p>Частичное, фрагментарное владение и знание методов сбора и обработки статистических, экспериментальных, теоретических и т.п. данных для построения математических моделей, численных расчетов и конкретных практических выводов.</p>	<p>Демонстрирует низкий уровень владения знанием методов сбора и обработки статистических, экспериментальных, теоретических и т.п. данных для построения математических моделей, численных расчетов и конкретных практических выводов.</p>
--	---	---	---	---	---	--

	<p>ИОПК-3.3. Демонстрирует способность критически переосмысливать накопленный опыт, модифицировать при необходимости вид и характер разрабатываемой математической модели.</p>	<p>ОР-3.3.1. Обучающийся должен: Уметь: - критически переосмысливать накопленный опыт, модифицировать при необходимости вид и характер разрабатываемой математической модели с использованием численных методов.</p>	<p>На высоком уровне умеет критически переосмысливать накопленный опыт, модифицировать при необходимости вид и характер разрабатываемой математической модели с использованием численных методов.</p>	<p>В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение критически переосмысливать накопленный опыт, модифицировать при необходимости вид и характер разрабатываемой математической модели с использованием численных методов.</p>	<p>Частичное, фрагментарное умение критически переосмысливать накопленный опыт, модифицировать при необходимости вид и характер разрабатываемой математической модели с использованием численных методов.</p>	<p>Демонстрирует низкий уровень знаний и умений критически переосмысливать накопленный опыт, модифицировать при необходимости вид и характер разрабатываемой математической модели с использованием численных методов.</p>
	<p>ИОПК-3.4. Демонстрирует понимание и умение применять на практике математические модели и компьютерные технологии для решения различных задач в области профессиональной деятельности.</p>	<p>ОР-3.4.1. Обучающийся должен: Уметь: - применять на практике математические модели и компьютерные технологии для численного решения различных задач в области профессиональной деятельности.</p>	<p>На высоком уровне умеет применять на практике математические модели и компьютерные технологии для численного решения различных задач в области профессиональной деятельности.</p>	<p>В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы владение применением на практике математических моделей и компьютерных технологий для численного решения различных задач в области профессиональной деятельности.</p>	<p>Частичное, фрагментарное умение применять на практике математические модели и компьютерные технологии для численного решения различных задач в области профессиональной деятельности.</p>	<p>Демонстрирует низкий уровень знаний по применению математических моделей и компьютерных технологий для численного решения различных задач в области профессиональной деятельности.</p>

<p>ПК-3. Способен формализовывать, согласовывать и документировать требования к системе и подсистеме, обрабатывать запросы на изменение требований к системе и подсистеме, выявлять и формализовывать риски, анализировать проблемные ситуации.</p>	<p>ИПК-3.1. Реализовывает построение формализованной математической модели системы (подсистемы), введение целевой функции системы, подсистемы и ограничений, соответствующих требованиям к системе (подсистеме).</p>	<p>ОП-3.1.1. Обучающийся должен:          Уметь: - реализовывать построение формализованной математической модели системы (подсистемы) с использованием численных методов.          Владеть: - навыками введение целевой функции системы, подсистемы и ограничений, соответствующих требованиям к системе (подсистеме).</p>	<p>На высоком уровне умеет реализовывать построение формализованной математической модели системы (подсистемы) с использованием численных методов.          Владеть: - навыками введение целевой функции системы, подсистемы и ограничений, соответствующих требованиям к системе (подсистеме).</p>	<p>В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы по реализации построению формализованной математической модели системы (подсистемы) с использованием численных методов.          Владеть: - навыками введение целевой функции системы, подсистемы и ограничений, соответствующих требованиям к системе (подсистеме).</p>	<p>Частичное, фрагментарное умение реализовывать построение формализованной математической модели системы (подсистемы) с использованием численных методов.          Владеть: - навыками введение целевой функции системы, подсистемы и ограничений, соответствующих требованиям к системе.</p>	<p>Демонстрирует низкий уровень умения реализовывать построение формализованной математической модели системы (подсистемы) с использованием численных методов.          Владеть: - навыками введение целевой функции системы, подсистемы и ограничений, соответствующих требованиям к системе (подсистеме).</p>
---	--	---	---	---	--	---

	<p>ИПК-3.2. Адаптирует формализованную математическую модель системы (подсистемы) к изменению требований (ограничений к целевой функции) к системе (подсистеме).</p>	<p>ОР-3.2.1. Обучающийся должен:  Знать: - как адаптировать формализованную математическую модель системы (подсистемы) к изменению требований (ограничений к целевой функции) к системе (подсистеме).  Владеть: - навыками использования численных методов к адаптации математической модели системы к изменению требований.</p>	<p>На высоком уровне знает как адаптировать формализованную математическую модель системы (подсистемы) к изменению требований (ограничений к целевой функции) к системе (подсистеме).  На высоком уровне владеет навыками использования численных методов к адаптации математической модели системы к изменению требований.</p>	<p>В целом успешное, но содержатся пробелы по знанию того как адаптировать формализованную математическую модель системы (подсистемы) к изменению требований (ограничений к целевой функции) к системе (подсистеме).  Владеет навыками использования численных методов к адаптации математической модели системы к изменению требований.</p>	<p>Частичное, фрагментарное знание и владение методами адаптации формализованной математической модели системы (подсистемы) к изменению требований (ограничений к целевой функции) к системе (подсистеме).</p>	<p>Демонстрирует низкий уровень знания и владения методами адаптации формализованной математической модели системы (подсистемы) к изменению требований (ограничений к целевой функции) к системе (подсистеме).</p>
--	--	--	---	--	--	--



	<p>ИПК-3.3. Выявляет и формализовывает в виде математической модели возникающие при функционировании системы (подсистемы) риски; выявляет и анализирует проблемные ситуации.</p>	<p>ОП-3.3.1. Обучающийся должен: Знать: – как выявлять и формализовать в виде математической модели возникающие при функционировании системы (подсистемы) риски. Уметь: - выявлять и анализировать проблемные ситуации.</p>	<p>На высоком уровне знает как выявлять и формализовать в виде математической модели возникающие при функционировании системы (подсистемы) риски. Умеет выявлять и анализировать проблемные ситуации.</p>	<p>В целом успешное, но содержатся отдельные пробелы по знанию как выявлять и формализовать в виде математической модели возникающие при функционировании системы (подсистемы) риски. Умеет выявлять и анализировать проблемные ситуации.</p>	<p>Частичное, фрагментарное знание как выявлять и формализовать в виде математической модели возникающие при функционировании системы (подсистемы) риски. Не полностью умеет выявлять и анализировать проблемные ситуации.</p>	<p>Демонстрирует низкий уровень знания как выявлять и формализовать в виде математической модели возникающие при функционировании системы (подсистемы) риски. Не умеет выявлять и анализировать проблемные ситуации.</p>
--	--	---	---	---	--	--

## 2. Этапы формирования компетенций и виды оценочных средств

№	Этапы формирования компетенций (разделы дисциплины)	Код и наименование результатов обучения	Вид оценочного средства (тесты, задания, вопросы и др.)
1.	Введение. Введение. Основные понятия.	ОР-3.2.1. Обучающийся должен: Уметь: - собирать и обрабатывать статистические, экспериментальные, теоретические и т.п. данные для построения математических моделей, численных расчетов и конкретных практических выводов.	Вопросы, задания.
2.	Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ). Задача Коши.	ОР-3.1.1. Обучающийся должен: Уметь: - применять навыки применения современного математического аппарата численного решения дифференциальных и интегральных уравнений для построения адекватных математических моделей реальных процессов, объектов и систем в своей предметной области. ОР-3.3.1. Обучающийся должен: Уметь: - критически переосмысливать накопленный опыт, модифицировать при необходимости вид и характер разрабатываемой математической модели с использованием численных методов.	Тесты, вопросы, задания.
3.	Численное решение краевых задач для ОДУ второго порядка.	ОР-3.2.1. Обучающийся должен: Уметь: - адаптировать формализованную математическую модель системы (подсистемы) к изменению требований (ограничений к целевой функции) к системе (подсистеме). Владеть: - навыками использования численных методов к адаптации математической модели системы к изменению требований. ОР-3.1.1. Обучающийся должен: Уметь: - реализовывать построение формализованной математической модели системы (подсистемы) с использованием численных методов. Владеть: - навыками введение целевой функции системы, подсистемы и ограничений, соответствующих требованиям к системе (подсистеме).	Тесты, вопросы, задания.
4.	Численное решение уравнений в частных производных.	ОР-3.4.1. Обучающийся должен: Уметь: - применять на практике математические модели и компьютерные технологии для численного решения различных задач в области профессиональной деятельности. ОР-3.3.1. Обучающийся должен: Уметь: - критически переосмысливать накопленный опыт, модифицировать при необходимости вид и характер разрабатываемой математической модели с использованием численных методов.	Тесты, вопросы, задания.
5.	Численные методы решения интегральных уравнений.	ОР-3.3.1. Обучающийся должен: Знать – как выявлять и формализовать в виде математической модели возникающие при функционировании системы (подсистемы) риски;	Тесты, вопросы, задания.

	<p>Умеет - выявлять и анализировать проблемные ситуации.</p> <p>ОР-3.3.1. Обучающийся должен:</p> <p>Уметь: - критически переосмысливать накопленный опыт, модифицировать при необходимости вид и характер разрабатываемой математической модели с использованием численных методов.</p>	
--	--	--

### 3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки образовательных результатов обучения

Для реализации задач обучения используются типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы, в следующем составе.

3.1. Типовые задания для проведения текущего контроля успеваемости по дисциплине

#### Контрольные вопросы «Численные методы 2»

1. Численная устойчивость алгоритма.
2. Локальная и глобальная устойчивость.
3. Одношаговые и многошаговые численные методы.
4. Явные и неявные схемы.
5. Метод Эйлера. Модифицированный метод Эйлера.
6. Явные методы Рунге-Кутты третьего и четвертого порядка.
7. Анализ порядка точности метода.
8. Оценка погрешностей (правило Рунге).
11. Метод коллокации решения краевой задачи
12. Решение уравнения эллиптического типа методом сеток. Анализ устойчивости с помощью  $\varepsilon$ -схем.
13. Численные методы решения интегральных уравнений. Метод квадратурных сумм.
14. Численные методы решения интегральных уравнений. Проекционные методы решения.

#### Примерный перечень тестовых заданий

1. Что понимается под численной устойчивостью алгоритма?
2. Укажите, какая схема в методе сеток численного решения дифференциального уравнения теплопроводности  $\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$  использует метод прогонки.
3. Что такое жесткие задачи решения дифференциальных уравнений?
4. Какой порядок точности метода Кранка-Никольсона? Как он определяется?

#### Типовое задание к лабораторной работе по дисциплине «Численные методы 2»

Название задания: Явный метод Эйлера решения ОДУ 2-го порядка

Задание

Найти численное решение дифференциального уравнения 2-го порядка, используя явный метод Эйлера:

$$y''(x) = 2^{-x} \cdot \sin(2x + y^2) + y'(x), \quad y(0,5) = -0,8, \quad y'(0,5) = -0,1 \quad x \in [0,5; 0,9].$$

Решение найти в узловых точках  $x_i = x_0 + ih$  с шагом  $h$ . Построить график функции  $y(x)$ . Методом двойного счета подобрать максимальный  $h$  так, чтобы погрешность в точках  $x_i$  не превышала величины 0,0005. Построить график погрешностей.

### Типовое задание к практике по дисциплине

#### «Численные методы 2»

Название задания: Исследование одношаговых и многошаговых схем

#### Задание

1. Определить порядок точности следующей одношаговой приближенной формулы.

$$y_{x+h} = y_x + \frac{h}{2} f(x, y) + \frac{h}{2} f(x+h, y+hf(x, y)),$$

$$y_{x+h} = y_x + hf\left(x + \frac{h}{2}, y + \frac{hf(x, y)}{2}\right),$$

$$y_{x+h} = y_x + \frac{h}{4} f(x, y) + \frac{3}{4} hf\left(x + \frac{2h}{3}, y + \frac{2hf(x, y)}{3}\right).$$

2. Для явной и неявной формы двух многошаговых формул

$$y_{n+1} = A_0 y_n + A_1 y_{n-1} + h(B_0 f_n + B_1 f_{n-1}),$$

$$y_{n+1} = A_0 y_n + A_1 y_{n-1} + h(B_{-1} f_{n+1} + B_0 f_n),$$

получить систему уравнений относительно коэффициентов

$$A_0, A_1, B_0, B_1; A_0, A_1, B_{-1}, B_0.$$

используя алгебраический подход. Варианты: а)  $n=0, n=1$ , б)  $n=0, n=2$ , в)  $n=0, n=3$ , г)  $n=0, n=4$ .

3.2. Типовые задания для проведения промежуточной аттестации по дисциплине

#### Вопросы к экзамену

1. Примеры реальных объектов, модели которых описываются дифференциальными и интегральными уравнениями.

2. Численная устойчивость алгоритма.

3. Локальная и глобальная устойчивость.

4. Одношаговые и многошаговые численные методы.

5. Явные и неявные схемы.

6. Метод Эйлера.

7. Модифицированный метод Эйлера.

8. Явные методы Рунге-Кутты третьего и четвертого порядка.

9. Анализ порядка точности метода.

10. Оценка погрешностей (правило Рунге).

11. Численное решение задачи Коши для систем дифференциальных уравнений.
  12. Многошаговые методы Адамса. Устойчивость методов.
  13. Жесткие задачи.
  14. Описание метода шагов для систем с запаздываниями.
  15. Метод Кранка-Никольсона.
  16. Численное решение матричного уравнения Риккати с граничным условием на правом конце.
  17. Методы решения краевых задач для линейных ОДУ 2-го порядка.
  18. Методы решения краевых задач для нелинейных ОДУ 2-го порядка.
  19. Метод стрельбы.
  20. Метод коллокации.
  21. Решение уравнения эллиптического типа методом сеток.
  22. Решение одномерного уравнения теплопроводности (явная схема).
  23. Неявная и другие схемы для решения одномерного уравнения теплопроводности.
  24. Метод прямых для решения одномерного уравнения теплопроводности.
- Численные методы решения уравнения гиперболического типа.
25. Схема счета для решения эллиптического уравнения. Анализ устойчивости с помощью  $\varepsilon$ -схем.
  26. Элементы общей теории разностных схем.
  27. Численные методы решения интегральных уравнений. Метод квадратурных сумм.
  28. Численные методы решения интегральных уравнений. Проекционные методы решения.
  28. Численные методы решения интегральных уравнений. Метод моментов.
  29. Интегральные уравнения с вырожденным ядром.

### **Экзаменационные билеты**

*Томский государственный университет*

*ИПМКН*

*Кафедра прикладной математики*

Дисциплина: Численные методы 2

### **Экзаменационный билет № 1**

1. Модифицированный метод Эйлера.
  2. Методы решения краевых задач для линейных ОДУ 2-го порядка.
- Зав. кафедрой, д.т.н., профессор* \_\_\_\_\_ /А.М. Горцев/

*Томский государственный университет*

*ИПМКН*

*Кафедра прикладной математики*

Дисциплина: Численные методы 2

### **Экзаменационный билет № 2**

1. Явные методы Рунге-Кутты третьего и четвертого порядка.
  2. Решение уравнения эллиптического типа методом сеток.
- Зав. кафедрой, д.т.н., профессор* \_\_\_\_\_ /А.М. Горцев/

#### 4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания образовательных результатов обучения

4.1. Методические материалы для оценки текущего контроля успеваемости по дисциплине.

Балльные оценки для форм контроля промежуточной аттестации представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Балльные оценки

Форма контроля	Максимальный балл промежуточной аттестации	Максимальный балл на конец семестра	Всего за семестр
Тестирование	15	20	35
Контрольная работа	15	20	35
Подготовка к экзамену			30
Нарастающий итог	30	70	100

Пересчет баллов в оценки за промежуточную аттестацию представлен в таблице 2.

Таблица 2 – Пересчет баллов в оценки за промежуточную аттестацию

Баллы на дату текущего контроля	Оценка
$\geq 90\%$ от максимальной суммы баллов на дату промежуточной аттестации (ПА)	5
От 70% до 89% от максимальной суммы баллов на дату ПА	4
От 60% до 69% от максимальной суммы баллов на дату ПА	3
$< 60\%$ от максимальной суммы баллов на дату ПА	2

4.2. Методические материалы для проведения промежуточной аттестации по дисциплине.

Экзамен осуществляется в форме опроса по теоретической части дисциплины. На зачет студент допускается только после выполнения и сдачи преподавателю всех лабораторных работ.

Экзамен проставляется студентам, выполнившим все задания по лабораторным работам и ответившим на вопросы к экзамену с оценкой определенной по таблице 2.