

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДЕНО:
Декан механико-математического
факультета
Л.В. Гензе

Оценочные материалы по дисциплине

Кольца и модули

по направлению подготовки
01.04.01 Математика

Направленность подготовки:
Фундаментальная математика

Форма обучения
Очная

Квалификация
Магистр

Год приема
2023

СОГЛАСОВАНО:
Руководитель ОП
П.А. Крылов

Председатель УМК
Е.А. Тарасов

1. Компетенции и индикаторы их достижения, проверяемые данными оценочными материалами

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК 1: Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики

ПК 1: Способен самостоятельно решать исследовательские задачи в рамках реализации научного (научно-технического, инновационного) проекта

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК 1.1 - Формулирует поставленную задачу, пользуется языком предметной области, обоснованно выбирает метод решения задачи.

ИПК 1.1 - Проводит исследования, направленные на решение отдельных исследовательских задач

2. Оценочные материалы текущего контроля и критерии оценивания

Элементы текущего контроля:

– контрольная работа; реферат.

Реферат (**ИПК 1.1**)

1. Артиновы и нётеровы модули и кольца.
2. Радикалы колец: ниль-радикал, первичный радикал, радикал Джекобсона.

Критерии оценивания: Реферат засчитывается, если он содержит полное и развернутое изложение основного материала по теме реферата.

Контрольная работа (**ИОПК 1.1**)

Контрольная работа состоит из 2 теоретических вопросов и 3 задач.

Перечень теоретических вопросов:

1. Прямые суммы и произведения модулей.
2. Простые и полупростые модули.

Примеры задач:

Задача 1

Доказать, что кольцо матриц $M(n, F)$ артиново и нётерово слева и справа.

Задача 2

Доказать, что кольцо матриц $M(n, F)$ конечно по Дедекинду.

Ответы:

Задача 1. Проверка по определению артиновости и нётеровости.

Задача 2. Проверка по определению. При этом надо использовать определители матриц.

Критерии оценивания:

Результаты контрольной работы определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка «отлично» выставляется, если даны правильные ответы на все теоретические вопросы и все задачи решены без ошибок.

Оценка «хорошо» выставляется, если даны в целом правильные ответы на все теоретические вопросы и все задачи решены с незначительными ошибками.

Оценка «удовлетворительно» выставляется, если ответ не является полным (примерно 50–60%), но изложенная часть логически непротиворечива и сформулирована ясно и понятно.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если неполный логически противоречивый недоказательный ответ или ответ отсутствует по сути.

3. Оценочные материалы итогового контроля (промежуточной аттестации) и критерии оценивания

Итоговый контроль – экзамен в конце семестра

Экзаменационный билет состоит из двух теоретических вопросов и задачи. Теоретические вопросы проверяют **ИОПК 1.1**, задача проверяет **ИПК 1.1**. Решение задач предполагает краткую интерпретацию полученных результатов.

Перечень теоретических вопросов:

1. Вопрос 1. Проективные и свободные модули.
2. Вопрос 2. Инъективные модули.
3. Вопрос 3. Теорема Веддербарна-Артина-Молина.

Примеры задач:

1. Задача 1.

Дано: Модули A и B изоморфны и A – простой модуль.

Требуется: Доказать, что B – простой модуль.

2. Задача 2.

Дано: Возьмем кольцо $M(n, F)$.

Требуется доказать, что $M(n, F)$ – простой модуль.

3. Задача 3. Доказать, что при сюръективном гомоморфизме колец первичный радикал переходит в первичный радикал.

Критерии оценивания:

Результаты экзамена определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка «отлично» выставляется, если даны правильные ответы на все теоретические вопросы и все задачи решены без ошибок.

Оценка «хорошо» выставляется, если даны в целом правильные ответы на все теоретические вопросы и все задачи решены с незначительными ошибками.

Оценка «удовлетворительно» выставляется, если ответ не является полным (примерно 50–60%), но изложенная часть логически непротиворечива и сформулирована ясно и понятно.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если неполный логически противоречивый недоказательный ответ или ответ отсутствует по сути.

4. Оценочные материалы для проверки остаточных знаний (сформированности компетенций)

Теоретические вопросы:

1. (ИПК 1.1) Три теоремы об изоморфизме.

Ответ должен содержать определение изоморфизма, его роль для модулей, формулировку теорем и их доказательство.

2. (ИПК 1.1) Циклические и конечно порожденные модули.

Ответ должен содержать определение циклических и конечно порожденных модулей, основные свойства этих модулей, их значение для теории модулей и её приложений.

Задачи

Задача 1 (ИОПК 1.1)

Показать, что строго нильпотентный элемент является нильпотентным.

Ответ должен содержать формальную постановку задач, ее решение и интерпретацию полученных выводов.

Задача (ИОПК 1.1)

Обосновать справедливость равенства $J(eRe) = eJ(R)e$.

Ответ должен содержать формальную постановку задач, ее решение и интерпретацию полученных выводов.

Информация о разработчиках

Крылов Пётр Андреевич, доктор физ.-мат. наук, профессор, профессор кафедры алгебры Томского государственного университета