

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Институт прикладной математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДЕНО:  
Директор  
А. В. Замятин

Оценочные материалы по дисциплине

Случайные процессы

по направлению подготовки

**09.03.03 Прикладная информатика**

Направленность (профиль) подготовки:  
**Искусственный интеллект и большие данные**

Форма обучения

**Очная**

Квалификация

**Бакалавр**

Год приема

**2024**

СОГЛАСОВАНО:  
Руководитель ОП  
С.П. Сущенко

Председатель УМК  
С.П. Сущенко

Томск – 2024

## 1. Компетенции и индикаторы их достижения, проверяемые данными оценочными материалами

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общетеоретические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности;

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК-1.1 Обладает необходимыми естественнонаучными и общетеоретическими знаниями для исследования информационных систем и их компонент

ИОПК-1.2 Использует фундаментальные знания, полученные в области математических, естественных и общетеоретических наук в профессиональной деятельности

ИОПК-1.3 Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических, естественных и общетеоретических наук для моделирования и анализа задач

## 2. Оценочные материалы текущего контроля и критерии оценивания

Элементы текущего контроля:

– контрольная работа

Контрольная работа (ОПК-1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3)

Контрольная работа состоит из одного теоретического вопроса и 2 задач.

Перечень теоретических вопросов:

Вопрос 1. Основные понятия теории случайных процессов.

Вопрос 2. Семейство конечномерных распределений СП.

Вопрос 3. Корреляционная функция.

Вопрос 4. Стационарные и эргодические процессы.

Вопрос 5. Цепи Маркова с дискретным временем. Переходные вероятности.

Вопрос 6. Классификация состояний цепи Маркова.

Вопрос 7. Эргодические теоремы для цепей Маркова с дискретным временем.

Примеры задач:

Задача 1. Дан процесс  $\eta(t) = \xi \cos t + \mu \sin t$ . Здесь случайные величины  $\xi$  и  $\mu$  независимы и равномерно распределены в интервалах  $[-1, 1]$ ,  $[-2, 2]$  соответственно. Найти математическое ожидание, дисперсию, функцию корреляции случайного процесса  $\eta(t)$ .

Задача 2. Классифицировать состояния для цепи Маркова, заданной матрицей вероятностей переходов, записать ее в каноническом виде. Составить уравнения для нахождения среднего времени перехода из одного состояния в другое внутри замкнутого класса (все возможные варианты)

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 \end{bmatrix}$$

Ответы:

Задача 1.  $M\eta(t) = 0$ ,  $D\eta(t) = 1/6[1 + \cos 2t]$ ,  $R_\eta(t, s) = 5/6[\cos(t - s) + \cos(t + s)]$

$$\text{Задача 2. } P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,5 & 0,5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,5 & 0,5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$m_{41} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}(1 + m_{41})$$

$$m_{72} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}(1 + m_{72})$$

$$m_{76} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}(1 + m_{76})$$

$$m_{33} = m_{55} = m_{14} = 1$$

Критерии оценивания:

Критерий оценивания	Оценка
Студент выполнил все четыре задания	отлично
Студент выполнил три задания	хорошо
Студент выполнил два задания	удовлетворительно
Студент выполнил не более одного задания	неудовлетворительно

### 3. Оценочные материалы итогового контроля (промежуточной аттестации) и критерии оценивания

Экзаменационный билет состоит из двух частей. Первая часть содержит 2 теоретических вопроса, проверяющих ОПК-1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3, вторая часть содержит задачу, проверяющую ИОПК-1.1

Перечень теоретических вопросов:

1. Вопрос 1. Основные понятия теории случайных процессов.
2. Вопрос 2. Семейство конечномерных распределений СП.
3. Вопрос 3. Корреляционная функция.
4. Вопрос 4. Стационарные и эргодические процессы.
5. Вопрос 5. Цепи Маркова с дискретным временем. Переходные вероятности.
6. Вопрос 6. Классификация состояний цепи Маркова.
7. Вопрос 7. Эргодические теоремы для цепей Маркова с дискретным временем.
8. Вопрос 8. Цепи Маркова с непрерывным временем. Матрица инфинитезимальных характеристик.
9. Вопрос 9. Прямая и обратная системы дифференциальных уравнений Колмогорова.
10. Вопрос 10. Процессы гибели и размножения.
11. Вопрос 11. Пуассоновский и простейший потоки.

Задача 1. Сетевой вирус поражает компьютеры с постоянной интенсивностью  $\lambda$ . Время, которое тратит системный администратор для уничтожения вируса на одном компьютере экспоненциальное с параметром  $\mu$ . Найти стационарное распределение вероятностей числа зараженных компьютеров.

Ответы:

Задача 1.  $\pi_i = (1 - \lambda/\mu)(\lambda/\mu)^i$ ,  $i$  – число зараженных компьютеров

Критерий оценивания	Оценка
Студент выполнил все четыре задания	отлично
Студент выполнил три задания	хорошо
Студент выполнил два задания	удовлетворительно
Студент выполнил не более одного задания	неудовлетворительно

#### 4. Оценочные материалы для проверки остаточных знаний (сформированности компетенций)

Задачи

Задача 1 (ОПК-1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3)

Найти финальное распределение цепи Маркова с дискретным временем, которая определяется матрицей вероятностей переходов за один шаг

$$P = \begin{bmatrix} 1-p & ? \\ q & ? \end{bmatrix}$$

Задача 2 (ОПК-1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3)

Система состоит из 3 идентичных каналов, каждый из которых работает независимо от других случайное время до отказа. Время безотказной работы распределено по экспоненциальному закону с параметром  $\lambda$ . Отказавший элемент ремонтируется, причем время ремонта распределено по экспоненциальному закону с параметром  $\mu$ . Записать матрицу инфинитезимальных характеристик для цепи Маркова, у которой под состояние системы понимается число рабочих каналов.

Ответы:

$$\text{Задача 1. } \pi_1 = \frac{q}{1-q}, \quad \pi_2 = \frac{p}{p+q}$$

$$\text{Задача 2. } P = \begin{bmatrix} -3\mu & 3\mu & 0 & 0 \\ \lambda & -(\lambda+2\mu) & 2\mu & 0 \\ 0 & 2\lambda & -(2\lambda+\mu) & \mu \\ 0 & 0 & 3\lambda & -3\lambda \end{bmatrix}.$$

#### Информация о разработчиках

Пауль Светлана Владимировна, доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры теории вероятностей и математической статистики НИ ТГУ

Моисеева Светлана Петровна, доктор физ.-мат. наук, профессор, кафедра теории вероятностей и математической статистики, заведующий кафедрой