

МИНОБРНАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Институт прикладной математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ

Директор института прикладной
математики и компьютерных наук

А. В. Замятин

« 11 » _____ 2021 г.



Стохастические дифференциальные уравнения

рабочая программа дисциплины

Закреплена за кафедрой Учебный план	<i>системного анализа и математического моделирования 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математические методы в экономике»</i>
Форма обучения	<i>очная</i>
Общая трудоёмкость	<i>3 з.е.</i>
Часов по учебному плану	<i>108</i>
в том числе:	
аудиторная контактная работа	<i>54.7</i>
самостоятельная работа	<i>53.3</i>
Вид(ы) контроля в семестрах экзамен/зачет/зачет с оценкой	<i>Семестр 7 – экзамен</i>

Программу составил:
д-р физ.-мат. наук, профессор
профессор кафедры системного анализа
и математического моделирования



В.А. Васильев

Рецензент:
д-р физ.-мат. наук, профессор,
профессор кафедры системного анализа и
математического моделирования



Г. М. Кошкин

Рабочая программа дисциплины «Стохастические дифференциальные уравнения» разработана в соответствии с образовательным стандартом высшего образования – бакалавриат, самостоятельно устанавливаемым федеральным государственным автономным образовательным учреждением высшего образования «Национальный исследовательский Томский государственный университет» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика (утвержден Ученым советом НИ ТГУ, протокол от 27.10.2021 г. № 08).

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры системного анализа и математического моделирования

Протокол от 03 июня 2021 г. № 26

Заведующий кафедрой системного анализа
и математического моделирования,
д-р физ.-мат. наук, доцент



Ю.Г. Дмитриев

Рабочая программа одобрена на заседании учебно-методической комиссии института прикладной математики и компьютерных наук (УМК ИПМКН)

Протокол от 17 июня 2021 г. № 05

Председатель УМК ИПМКН,
д-р техн. наук, профессор



С.П. Сущенко

Цель освоения дисциплины

Цель – Ознакомить студентов с основными видами стохастических моделей дискретного и непрерывного типа. Освоить методы последовательного и усеченного оценивания параметров динамических систем, а также с решением задач адаптивного оптимального прогнозирования динамических систем. Научиться применять понятийный аппарат для решения практических задач профессиональной деятельности в области экономики, эконометрики и финансовой математики.

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина «Стохастические дифференциальные уравнения» относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений, предлагается обучающимся на выбор. Дисциплина входит в модуль «Математические методы в экономике».

Пререквизиты дисциплины: «Математический анализ», «Линейная алгебра и аналитическая геометрия», «Математическая статистика», «Теория вероятностей», «Функциональный анализ».

Постреквизиты дисциплины:

- результаты обучения по данной дисциплине являются необходимыми в таких дисциплинах, как теория идентификации динамических систем, методах построения математических моделей, востребованных в технике, экономике, финансовой математике, фармацевтике, машиностроении, в том числе развития транспорта всех видов и т. д.;
- проведения научных исследований в перечисленных областях с целью развития имеющихся теоретических и практических результатов.

2. Компетенции и результаты обучения, формируемые в результате освоения дисциплины

Таблица 1.

Компетенция	Индикатор компетенции	Код и наименование результатов обучения (планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций)
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ИОПК-1.1. Демонстрирует навыки работы с учебной литературой по основным естественно-научным и математическим дисциплинам.	ОР-1.1.1. Обучающийся сможет: анализировать и применять фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.
	ИОПК-1.2. Демонстрирует навыки выполнения стандартных действий, решения типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых математических и естественнонаучных дисциплин.	ОР-1.2.1. Обучающийся сможет выполнять стандартные действия, при решении типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей базовых математических и естественнонаучных дисциплин.
	ИОПК-1.3. Демонстрирует навыки использования основных понятий, фактов, концепций, принципов математики, информатики и естественных наук для решения практических задач, связанных с прикладной математикой и информатикой.	ОР-1.3.1. Обучающийся сможет использовать основные понятия, факты, концепции, принципы математики, информатики и естественных наук для решения практических задач, связанных с прикладной математикой и информатикой.

	ИОПК-1.4. Демонстрирует понимание и навыки применения на практике математических моделей и компьютерных технологий для решения практических задач, возникающих в профессиональной деятельности.	ОР-1.4.1. Обучающийся умеет понимать и применять на практике математические модели и компьютерные технологии для решения практических задач, возникающих в профессиональной деятельности.
ОПК-2. Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач	ИОПК-2.3. Демонстрирует умение отбора среди существующих математических методов, наиболее подходящих для решения конкретной прикладной задачи.	ОР-2.3.1. Обучающийся умеет отбирать среди существующих математических методов, наиболее подходящих для решения конкретной прикладной задачи, адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач
ОПК-3. Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	ИОПК-3.1. Демонстрирует навыки применения современного математического аппарата для построения адекватных математических моделей реальных процессов, объектов и систем в своей предметной области.	ОР-3.1.1. Обучающийся умеет применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности.
	ИОПК-3.2. Демонстрирует умение собирать и обрабатывать статистические, экспериментальные, теоретические данные для построения математических моделей, расчетов и конкретных практических выводов.	ОР-3.2.1. Обучающийся умеет собирать и обрабатывать статистические, экспериментальные, теоретические и т.п. данные для построения математических моделей, расчетов и конкретных практических выводов.
	ИОПК-3.3. Демонстрирует способность критически переосмысливать накопленный опыт, модифицировать при необходимости вид и характер разрабатываемой математической модели.	ОР-3.3.1. Обучающийся умеет критически переосмысливать накопленный опыт, модифицировать при необходимости вид и характер разрабатываемой математической модели.
ПК-1. Способен осуществлять научно-исследовательские работы как по отдельным разделам темы, так и при исследовании самостоятельных тем.	ИПК-1.1. Осуществляет проведение работ по обработке и анализу научно-технической информации и результатов исследований.	ОР-1.1.2. Обучающийся умеет проводить работы по обработке и анализу научно-технической информации и результатов исследований, осуществлять научно-исследовательские и опытно-конструкторские разработки как по отдельным разделам темы, так и при исследовании самостоятельных тем

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Структура и трудоемкость видов учебной работы по дисциплине

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы, 108 часов.

Таблица 2.

Вид учебной работы	Трудоемкость в академических часах	
	7 семестр	всего
Общая трудоемкость	108	108
Контактная работа:	54,7	54,7
Лекции (Л):	32	32
Практики (ПЗ)	16	16
Лабораторные работы (ЛР)		
Семинары (СЗ)		
Групповые консультации	2	2
Индивидуальные консультации	2,4	2,4
Промежуточная аттестация	2,3	2,3
Самостоятельная работа обучающегося:	53,3	53,3
- <i>выполнение контрольной работы/контрольных заданий (кейс)</i>	3,6	3,6
- <i>подготовка доклада, сообщения</i>	3,6	3,6
- <i>изучение учебного материала, публикаций</i>	3,6	3,6
- <i>подготовка к практическим занятиям и коллоквиумам</i>	3,6	3,6
- <i>решение кейсов</i>	3,6	3,6
- <i>изучение литературы</i>	3,6	3,6
- <i>подготовка к рубежному контролю по теме/разделу</i>	31,7	31,7
Вид промежуточной аттестации (зачет, зачет с оценкой, экзамен)	Экзамен	Экзамен

3.2. Содержание и трудоемкость разделов дисциплины

Таблица 3.

Код занятия	Наименование разделов и тем и их содержание	Вид учебной работы, занятий, контроля	С е м е с т р	Часы в электронной форме	Всего (час.)	Литература	Код (ы) результата(ов) обучения
	Раздел 1. Общие модели динамических систем		7		4,7	1	ОР-3.1.1, ОР-3.2.1
1.1.	Стохастические процессы, используемые при моделировании динамических систем с дискретным и непрерывным временем.	Лекции/ Практики	7		2		
1.2.	Выполнение контрольной работы/контрольных заданий (кейс), подготовка доклада, сообщения, изучение учебного материала, публикаций, подготовка к практическим занятиям и коллоквиумам, решение кейсов, изучение литературы.	СРС	7		2,7		
	Раздел 2. Наиболее востребованные модели		7		8,7	2, 4, 6	ОР-3.3.1, ОР-1.1.2, ОР-2.3.1
2.1.	Гауссовские и условно-гауссовские модели.	Лекции/ Практики	7		6		
2.2.	Выполнение контрольной работы/контрольных заданий (кейс), подготовка доклада, сообщения, изучение учебного материала, публикаций, подготовка к практическим занятиям и коллоквиумам, решение кейсов, изучение литературы.	СРС	7		2,7		
	Раздел 3. Исторически основные модели широкого применения		7		8,7	1, 2, 4, 6	ОР-1.1.1, ОР-1.2.1, ОР-1.3.1, ОР-1.4.1
3.1.	Модели, основанные на броуновском движении.	Лекции/ Практики	7		5		
3.2.	Разложение броуновского движения на основе теоремы Каруннена-Лозва.	Лекции/ Практики	7		1		
3.3.	Выполнение контрольной работы/контрольных заданий (кейс), подготовка доклада, сообщения, изучение учебного материала, публикаций, подготовка к практическим занятиям и коллоквиумам, решение кейсов, изучение литературы.	СРС	7		2,7		
	Раздел 4. Основы определения стохастических дифференциальных уравнений		7		8,7	1, 2, 4, 6	ОР-3.1.1, ОР-3.2.1
4.1.	Стохастический интеграл по броуновскому движению.	Лекции/ Практики	7		5		
4.2.	Формула Ито.	Лекции/ Практики	7		1		
4.3.	Выполнение контрольной работы/контрольных заданий (кейс), подготовка доклада, сообщения, изучение учебного материала, публикаций, подготовка к практическим занятиям и коллоквиумам, решение кейсов, изучение литературы.	СРС	7		2,7		
	Раздел 5. Задача идентификации. Метод 1.		7		9,7	1, 2, 4, 6	ОР-3.3.1, ОР-1.1.2,

							ОР-2.3.1
5.1.	Последовательный анализ в задачах идентификации динамических систем с дискретным и непрерывным временем.	Лекции/ Практики/ Коллоквиум	7		7		
5.2.	Выполнение контрольной работы/контрольных заданий (кейс), подготовка доклада, сообщения, изучение учебного материала, публикаций, подготовка к практическим занятиям и коллоквиумам, решение кейсов, изучение литературы.	СРС	7		2,7		
	Раздел 6. Задача идентификации. Метод 2.		7		9,7	1, 2, 4, 5, 6	ОР-1.1.1, ОР-1.2.1, ОР-1.3.1, ОР-1.4.1
6.1.	Метод усеченного оценивания в задачах идентификации динамических систем с дискретным и непрерывным временем.	Лекции/ Практики	7		7		
6.2.	Выполнение контрольной работы/контрольных заданий (кейс), подготовка доклада, сообщения, изучение учебного материала, публикаций, подготовка к практическим занятиям и коллоквиумам, решение кейсов, изучение литературы.	СРС	7		2,7		
	Раздел 7. Прогнозирование		7		9,7	1, 2, 4, 6	ОР-3.3.1, ОР-1.1.2, ОР-2.3.1
7.1.	Оптимальное прогнозирование процессов с непрерывным временем.	Лекции/ Практики	7		7		
7.2.	Выполнение контрольной работы/контрольных заданий (кейс), подготовка доклада, сообщения, изучение учебного материала, публикаций, подготовка к практическим занятиям и коллоквиумам, решение кейсов, изучение литературы.	СРС	7		2,7		
	Раздел 8. Применение метода 2 к задачам финансовой математики		7		9,7	1, 2, 4, 5, 6	ОР-1.1.1, ОР-1.2.1, ОР-1.3.1, ОР-1.4.1
8.1.	Оценивание параметров распределений с тяжелыми хвостами, используемых в финансовой математике, методом усеченного оценивания.	Лекции/ Практики	7		7		
8.2.	Выполнение контрольной работы/контрольных заданий (кейс), подготовка доклада, сообщения, изучение учебного материала, публикаций, подготовка к практическим занятиям и коллоквиумам, решение кейсов, изучение литературы.	СРС	7		2,7		
	Консультации	К	7		4,4		
	Подготовка к промежуточной аттестации в форме экзамена	СРС	7		31,7	1, 2, 3, 4, 5, 6	
	Прохождение промежуточной аттестации в форме экзамена	Э	7		2,3		

4. Образовательные технологии, учебно-методическое и информационное обеспечение для освоения дисциплины

Логика хода освоения дисциплины состоит в следующем:

- сначала повторяются основы теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов;
- изучаются широко используемые модели с дискретным и непрерывным временем;
- изучаются методы построения таких моделей с помощью теории идентификации и оценивания параметров;
- строятся и исследуются оптимальные адаптивные прогнозы рассмотренных динамических систем;
- рассматриваются приложения моделей и методов к задачам финансовой математики.

Занятия проводятся в виде лекций, практических и семинарских занятий с использованием классической литературы (книги, статьи).

Самостоятельная работа студентов

- а) аудиторная состоит в решении задач на практических занятиях;
- б) внеаудиторная - в выполнении домашних заданий, подготовки к коллоквиуму, изучению литературы.

Промежуточная аттестация определяется работой на коллоквиуме, выполнением домашних работ и учетом посещаемости, а также активностью на занятиях.

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций, и методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения, приведены в Приложении 1 к рабочей программе «Фонд оценочных средств».

4.1. Рекомендуемая литература и учебно-методическое обеспечение

№ п/п	Авторы / составители	Заглавие	Издательство	Год издания, количество страниц
Основная литература				
1.	Агарков А.П.	Экономика и управление на предприятии / А.П. Агарков [и др.]	М.: Дашков и Ко	2021 г., 400 с.
2.	Ширяев А.Н.	Учеб. пособ. для вузов. – 2-е изд., перераб. и доп.	М: Наука	1989 г., 640 с.
3.	Vasiliev V.A.	A truncated estimation method with guaranteed accuracy	Springer Journal "Annals of the Institute of Statistical Mathematics"	2014 г., 141-163 с.
Дополнительная литература				
4.	Конев В. В.	Последовательные оценки параметров стохастических динамических систем	Томск: Изд-во Томск. ун-та	1985 г., 267 с.
5.	Dimitris N. Politis, Vyacheslav A.Vasiliev, Sergey E. Vorobeychikov	Optimal parameter estimation of heavy tailed distributions	Sequential Analysis, Taylor and Francis	2021 г., 125-147 с.
6.	Dobrovidov A.V., Koshkin G.M., Vasiliev V.A.	Nonparametric estimation of functionals of stationary sequences distributions	Moscow.: Nauka, Heber City, UT: Kendrick Press,	2012 г., 501 с.

			USA	
--	--	--	-----	--

4.2. Базы данных и информационно-справочные системы, в том числе зарубежные

1. Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ – <http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>.
2. Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ – <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>
3. ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>
4. ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>
5. Образовательная платформа Юрайт – <https://urait.ru/>
6. ЭБС ZNANIUM.com – <https://znanium.com/>
7. ЭБС IPRbooks – <http://www.iprbookshop.ru/>

4.3. Перечень лицензионного и программного обеспечения

Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office On-eNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook); публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).

4.4. Оборудование и технические средства обучения

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения практических занятий, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

5. Методические указания обучающимся по освоению дисциплины

В моем Assaunt в Moodle приведен расширенный набор литературы, а также множество типовых задач с решениями, которые мы разбираем на практике.

6. Преподавательский состав, реализующий дисциплину

Васильев Вячеслав Артурович, д-р физ.-мат. наук, профессор, профессор кафедры системного анализа и математического моделирования института прикладной математики и компьютерных наук НИ ТГУ.

7. Язык преподавания – русский язык.