

МИНОБРНАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

УТВЕРЖДАЮ

Руководитель образовательной программы

Гензе Л.В.

" 31 "  20 21 г.

**Рабочая программа дисциплины**  
**«Дополнительные главы алгебры»**

Закреплена за кафедрой	<i>кафедра алгебры</i>
Учебный план	<i>Математика – 01.03.01, Программа " Основы научно-исследовательской деятельности в области математики"</i>
Форма обучения	<i>очная</i>
Общая трудоёмкость	<i>5 з.е.</i>
Часов по учебному плану	<i>180 часов</i>
в том числе:	
аудиторная контактная работа	<i>117,7 часа</i>
самостоятельная работа	<i>48,6 часа</i>
Вид(ы) контроля в семестрах	
<i>Экзамен</i>	<i>5 семестр</i>

Томск-2021

Программу составил:  
доцент, к.ф.-м.н. Норбосамбуев Ц.Д.

Рецензент д.ф.-м.н., профессор Крылов П.А.

Рабочая программа дисциплины «Дополнительные главы алгебры» разработана в соответствии с СУОС НИ ТГУ:

Самостоятельно устанавливаемый образовательный стандарт НИ ТГУ по направлению подготовки 01.03.01 Математика (Утвержден Ученым советом НИ ТГУ, протокол от 27.03.2019 №03)

Рабочая программа одобрена на заседании УМК ММФ

Протокол от 30.01. 2020 № 1

## 1. Цель освоения дисциплины

Целью данного заключительного курса «Дополнительные главы алгебры» является более углубленное и расширенное изучение основ общей и линейной алгебры, освоенных студентами в течение предыдущих двух семестров.

Курс «Дополнительные главы алгебры» направлен не только на усвоение и закрепление студентами фундаментальных алгебраических понятий с их проблематикой и тенденциями развития, но и на анализ всего комплекса взаимодействий между алгебраическими и общими математическими идеями, возникающими вокруг современных алгебраических теорий. Кроме того, средства и язык алгебры дают возможность наиболее выпукло проиллюстрировать универсальность и эффективность применения математического аппарата к конкретным задачам прикладной математики, квантовой механики, химии, экономики и др.

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина относится к обязательным дисциплинам вариативной части Профессионального цикла Блока 1 «Дисциплины/модули»;

Данная дисциплина является специальной дисциплиной для студентов математиков. Она является фундаментальной теоретической базой для выполнения работ в рамках учебной и производственной практик этих студентов.

**Пререквизиты** Алгебра

**Постреквизиты** выполнение и защита ВКР

## 3. Компетенции и результаты обучения, формируемые в результате освоения дисциплины

Таблица 1

Компетенция	Индикатор компетенции	Код и наименование результатов обучения
<b>ПК 1</b> Способен выполнять отдельные задания в рамках решения исследовательских задач под руководством более квалифицированного работника	<b>ИПК 1.1</b> Знает базовые понятия, идеи и методы общей алгебры, основных алгебраических структур (групп, колец и полей) и их место и роль в математическом знании <b>ИПК 1.2</b> Умеет выбирать оптимальную методику и подбирать теоретический аппарат алгебры для решения задач профессиональной деятельности; излагать содержание математической теории с необходимым уровнем строгости и	<b>ОР 1.</b> Студент будет обладать знаниями основных понятий, представлений, теорем и методов по разделам дисциплины. <b>ОР 2.</b> Студент будет способен выбирать учебные и научные источники информации по разделам дисциплины. <b>ОР 3.</b> Студент будет способен применить модели и методы, изучаемых в дисциплине, в рамках своего научного исследования. <b>ОР 4.</b> Студент будет способен проводить критический анализ результатов собственной деятельности и деятельности коллег, в рамках групповой работы по разделам изучаемой дисциплины.

	<p>доступности, основываясь на теоретических принципах и методах современной алгебры.</p> <p><b>ИПК 1.3</b> Владеет возможностью эффективно использовать фундаментальные алгебраические знания в будущей профессиональной деятельности, методами математического аппарата линейной и общей алгебры.</p>	
--	---	--

#### 4. Структура и содержание дисциплины

##### 4.1. Структура и трудоемкость видов учебной работы по дисциплине

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 часов.

Таблица 2

Вид учебной работы	
<b>Общая трудоемкость</b>	5 семестр
<b>Контактная работа:</b>	<b>117,7</b>
Лекции (Л):	54
Практические занятия (ПЗ)	54
<b>Самостоятельная работа обучающегося</b>	<b>48,6</b>
- работа с конспектом	10
- работа с литературой	10,6
- подготовка к экзамену	18
<b>Вид промежуточной аттестации (зачет, зачет с оценкой, экзамен)</b>	<b>экзамен</b>

### 3.2. Содержание и трудоемкость разделов дисциплины

Таблица 3

Код занятия	Наименование разделов и тем и их содержание	Вид учебной работы, занятий, контроля	Семестр	Всего (час.)	Код (ы) результата(ов) обучения
1.1	<b>Тема 1. Алгебра многочленных матриц.</b> Каноническая форма, ее единственность. Эквивалентность $\lambda$ -матриц, критерии эквивалентности. Инвариантные множители. Унимодулярные $\lambda$ -матрицы. Элементарные делители. Кольцо матричных многочленов. Делимость матричных многочленов. Основная теорема о подобии числовых матриц.	Лекции Практики СРС	5	12	<b>ОП 1. ОП 2. ОП 3. ОП 4.</b>
1.2	<b>Тема 2. Жорданова нормальная форма.</b> Приведение матриц к жордановой нормальной форме (алгебраический подход). Минимальный многочлен. Теорема Гамильтона-Кэли. Алгоритмы.	Лекции Практики СРС	5	12	<b>ОП 1. ОП 2. ОП 3. ОП 4.</b>
1.3	<b>Тема 3. Элементы теории групп.</b> Примеры групп. Понятие подгруппы. Порождающие множества. Таблицы Кэли. Гомоморфизмы групп. Теорема Кэли. Разложение группы по подгруппе. Теорема Лагранжа и ее следствия. Факторгруппы. Теоремы о циклических группах. Теоремы о гомоморфизмах. Коммутатор. Коммутант группы. Примеры. Теорема о коммутанте. Центр группы. Простые группы. Работы Э. Галуа и их роль в развитии теории групп. Последние достижения теории групп.	Лекции Практики СРС	5	25,3	<b>ОП 1. ОП 2. ОП 3. ОП 4.</b>
1.4	<b>Тема 4. Элементы теории колец.</b> Примеры колец. Группа обратимых элементов кольца. Алгебраические и трансцендентные элементы. Целостные кольца (коммутативные области целостности). Понятие идеала. Факторкольца. Теоремы о гомоморфизмах колец. Прямые суммы и прямые произведения колец. Операции над идеалами. Китайская теорема об остатках и ее следствия.	Лекции Практики СРС	5	25	<b>ОП 1. ОП 2. ОП 3. ОП 4.</b>
1.5	<b>Тема 5. Разложения на простые множители.</b> Простые элементы целостных колец. Ассоциированные элементы. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное. Евклидовы кольца. Примеры. Алгоритм Евклида. Примеры колец с разложением на	Лекции Практики	5	12	<b>ОП 1. ОП 2. ОП 3. ОП 4.</b>

	простые множители. Кольцо целых гауссовых чисел. Кольца главных идеалов. Факториальные кольца. Примеры. Факториальность колец главных идеалов. Содержание многочлена. Лемма Гаусса. Неприводимые многочлены. Критерий неприводимости Эйзенштейна. Факториальность колец многочленов над факториальными кольцами.	СРС			
1.6	<b>Тема 6. Элементы теории полей.</b> Характеристика поля. Критерии подкольца и подполя. Расширения полей. Алгебраически замкнутые поля. Теорема Штейница (б/д). Существование конечных полей. Алгебраические и трансцендентные расширения полей. Поле разложения многочлена.	Лекции Практики СРС	5	12	<b>ОР 1. ОР 2. ОР 3. ОР 4.</b>
1.7	<b>Тема 7. Евклидовы пространства</b> Примеры евклидовых пространств. Неравенство Коши-Буняковского. Процесс ортогонализации Грамма-Шмидта. Ортогональные базисы и ортогональные матрицы. Проекция вектора на подпространство.	Лекции Практики СРС	5	12	<b>ОР 1. ОР 2. ОР 3. ОР 4.</b>
1.8	<b>Тема 8. Операторы евклидовых и эрмитовых пространств.</b> Унитарные операторы и унитарные матрицы. Их свойства. Ортогональные базисы унитарных пространств. Оператор, сопряженный к данному. Критерий сопряженности. Самосопряженные операторы. Неотрицательные самосопряженные линейные операторы, канонический вид этих операторов. Алгоритмы.	Лекции Практики СРС	5	12	<b>ОР 1. ОР 2. ОР 3. ОР 4.</b>
1.9	<b>Тема 9. Билинейные и квадратичные формы.</b> Связь матрицы билинейной формы в разных базисах. Квадратичные формы. Канонический вид формы. Метод Лагранжа приведения квадратичные формы к каноническому виду. Закон инерции квадратичные формы. Квадратичные формы в евклидовых пространствах. Приведение к главным осям. Алгоритмы. Распадающиеся квадратичные формы.	Лекции Практики СРС	5	12	<b>ОР 1. ОР 2. ОР 3. ОР 4.</b>
1.10	<b>Тема 10. Алгебра многочленных матриц.</b> Каноническая форма, ее единственность. Эквивалентность $\lambda$ -матриц, критерии эквивалентности. Инвариантные множители. Унимодулярные $\lambda$ -матрицы. Элементарные делители. Кольцо матричных многочленов. Делимость матричных многочленов. Основная теорема о подобии числовых матриц.	Лекции Практики СРС	5	12	<b>ОР 1. ОР 2. ОР 3. ОР 4.</b>
2.	<b>Экзамен</b>		5	2+18	

#### **4. Образовательные технологии, учебно-методическое и информационное обеспечение для освоения дисциплины/модуля**

В ходе реализации дисциплины используются классические образовательные технологии – лекции, практические занятия, самостоятельное изучение материалов студентами, проверка знаний путем проведения контрольных работ и экзамена.

Для проведения текущего контроля СРС преподаватель может проводить небольшие тесты в начале каждого занятия и контрольные работы по пройденным темам.

Экзамен проводится устно. Задание билета состоит из 2-х вопросов и задачи. На подготовку билета отводится 90 мин. Система оценивания ответа на теоретические вопросы дана в таблице 1 в ФОС-е дисциплины.

##### **4.1. Литература и учебно-методическое обеспечение**

###### ***Обязательная литература:***

1. Крылов П.А., Туганбаев А.А., Чехлов А.Р. Упражнения по группам, кольцам и полям. М.: ФЛИНТА. 2012.
2. Кострикин А.И. Введение в алгебру. МЦНМО. Ч. 2. 2012. 368 с.
3. Глухов М.М., Елизаров В.П., Нечаев А.А. Алгебра. М.: Лань, 2015. 608 с.
4. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. ФИЗМАТЛИТ. 2014. 280 с.
5. Фадеев Д.К., Фадеева В.Н. Вычислительные методы линейной алгебры. М.: Лань, 2009. 736 с.
6. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. М.: Лань, 2013. 432 с.
7. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. М.: Лань, 2013. 480 с.

###### ***Дополнительная рекомендуемая литература и электронные ресурсы***

1. Каш Ф. Модули и кольца. Мир. 1981.
2. Крылов П.А., Михалев А.В., Туганбаев А.А. Абелевы группы и их кольца эндоморфизмов. М.: Факториал Пресс, 2006.
3. Ламбек И. Кольца и модули. Мир, 1971.
4. Маклейн С. Гомология. Мир, 1966.
5. Фейс К. Алгебра: кольца, модули и категории. Т.1-2. Мир. 1974.

##### **4.2. Базы данных и информационно-справочные системы, в том числе зарубежные**

- <http://www.coursera.org/> – сайт обучающих курсов ведущих вузов мира
- <https://ocw.mit.edu/index.htm> – сайт открытых курсов MIT

##### **4.3. Перечень лицензионного и программного обеспечения**

*операционные системы:* Microsoft Windows 7, Microsoft Windows 10  
*офисные и издательские пакеты* Microsoft Office 2010

##### **4.4. Оборудование и технические средства обучения**

Для проведения лекционных и практических занятий используются классические аудитории с доской, проектором и компьютером с предустановленным офисным пакетом Microsoft Office 2010.

Для проведения занятий в дистанционном режиме (при необходимости) используется LMS система Moodle (<https://moodle.tsu.ru/>)

##### **5. Методические указания обучающимся по освоению дисциплины/модуля**

Для успешного освоения материала студентам необходимо пользоваться источниками, информационными системами и базами данных, которые представлены в

списке литературы. Самостоятельная работа студентов состоит в проработке лекционного материала, материала с практических занятий и самостоятельного изучения дополнительных вопросов, более глубокого анализа лекций с помощью дополнительной литературы. Студенты должны внимательно относиться к подготовке к экзамену, ответственно подходить к самостоятельной работе и уверенно отвечать на вопросы тестов текущего контроля.

#### **6. Преподавательский состав, реализующий дисциплину**

Норбосамбуев Цырендоржи Дашацыренович, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры алгебры ММФ ТГУ

#### **7. Язык преподавания**

Русский